数学辞海

MATHEMATICS DICTIONARY

第三卷

山西教育出版社
东南大学出版社
中国科学技术出版社

山西省人民政府资助出版

如果你有數學問題，
而不好意思發問，
如可以來書告狀得解答。
一九八八年八月書祝
數學論壇成功

陳省身

学习、研究、运用、发展
数学，让中国数学
赶上国际先进水平，
促进社会主义现
代化建设　吴大任

為日本的進步和完
美与国家的繁
荣和百姓幸福
相連的　杨芳

長江納众水百
折不回頭碧海
能容物滔滔向
海流

數學辭海出版紀念

李國平並書

《数学辞海》总编辑委员会

顾　　问　丁石孙　冯　康　江泽涵　苏步青　李国平　吴大任　吴文俊　谷超豪
陈省身　周培源　柯　召　程民德

学术指导　万哲先　卫念祖　马希文　王　元　王寿仁　王梓坤　王绶琯　王斯雷
王湘浩　文　兰　叶彦谦　史惠顺　白正国　冯克勤　宁津生　成　平
朱照宣　伍卓群　庄圻泰　孙　琦　孙以丰　严加安　严志达　严绍宗
苏汝铿　李　未　李　迪　李邦河　李岳生　李德仁　杨东屏　杨芙清
杨桂通　吴祖基　余家荣　沈燮昌　张尧庭　张芷芬　张恭庆　张嗣瀛
陆汝钤　陆润林　陈希孺　陈梓北　陈翰馥　金福临　周伯埙　周毓麟
郑维行　赵慈庚　钟　集　姜礼尚　莫绍揆　郭　雷　郭柏灵　黄　琳
黄正中　萧树铁　梅向明　曹锡华　梁之舜　梁宗巨　越民义　韩汝琦
程其襄　谢力同　谢邦杰　路见可　蔡长年　廖山涛　潘承洞　魏庚人

名誉总编　程民德

总　　编　何思谦

总 编 委　丁尔升　干丹岩　马国选　马忠林　马星垣　王戈平　王世强　王戍堂
王怀安　王国俊　王建磐　王恩平　王耀东　仇桂生　文志英　方锦暄
方嘉琳　邓必鑫　邓永录　邓宗琦　古四毛　左执中　叶大卫　田德恒
史树中　史济怀　冯汉桥　冯志伟　曲世江　吕德正　朱元森　朱梧槚
任南衡　任福尧　庄亚栋　刘　策　刘永清　刘秀芳　刘卓军　刘绍学
刘彦佩　刘家壮　刘瑞挺　刘增贤　刘儒英　米道生　许以超　许永华
苏维宜　杜瑞芝　李　士　李兆华　李克正　李国伟　李承恕　李荫藩
李培业　李培信　杨　路　杨光俊　杨安洲　杨劲根　杨林生　杨春宏
杨重骏　杨家荣　杨家新　杨焕萍　吴从炘　吴振德　吴崇试　岑嘉评
邱　森　邱曙熙　何连法　何伯和　何育赞　何思谦　何崇佑　佟文廷
余澍祥　应制夷　汪　林　沈一兵　沈米成　沈复兴　宋增民　张友余
张文修　张永奎　张伟江　张孝达　张志新　张忠辅　张景中　张奠宙
陆文端　陆洪文　陆善镇　陈文嵘　陈兰荪　陈庆益　陈志华　陈志杰
陈秀东　陈希孺　陈重穆　陈哲卿　陈家鼎　陈藻平　武际可　苗东升
茆诗松　范先令　林　伟　林正炎　林夏水　易照华　於宗俦　郑应平
郑祖庥　郑崇友　孟吉翔　胡作玄　胡毓达　胡炳生　钟义信　侯晋川
施武杰　洪钟德　秦化淑　徐安士　徐利治　徐源富　高琪仁　郭　雷
郭大钧　郭光灿　郭聿琦　郭思乐　唐志远　剡俊华　容尔谦　黄文灶
黄启昌　萧　玲　萧奚安　梅荣照　曹之江　常心怡　常学将　梁友栋
梁世熙　梁贯成　彭立中　董士海　董克诚　蒋星耀　程　侃　程福长
曾一平　谢文泉　谢克昌　谢庭藩　谢鸿政　裘光明　裘宗沪　裘焯明
虞言林　路见可　颜　实　颜基义　潘一民　潘养廉　霍　伟　戴执中

（以上署名均以姓名首字笔画为序）

《数学辞海》第三卷编辑委员会

主　　编	陆善镇						
副 主 编	史济怀	苏维宜	杨重骏	何育赞	余澍祥	汪　林	陆文端
	侯晋川	常心怡	谢庭藩				
编　　委	马如云	王耀东	文志英	叶大卫	史树中	史济怀	冯汉桥
	庄　万	许以超	苏维宜	杨重骏	杨家新	吴炯圻	吴崇试
	邸继征	何成奇	何连法	何伯和	何育赞	何崇佑	余澍祥
	汪　林	张南岳	陆文端	陆善镇	陈秀东	罗学波	范先令
	郑学安	郑祖庥	侯晋川	俞建宁	徐忠范	高素志	高琪仁
	唐志远	容尔谦	黄文灶	常心怡	彭立中	谢庭藩	燕居让
执 行 编 委	何育赞	汪　林	陆善镇	高素志	常心怡		

《数学辞海》第三卷各分支学科编辑委员会

实变函数论	主　编	常心怡					
	副主编	朱玉堦	汪　林				
	编　委	古四毛	朱玉堦	杨仁同	杨富春	汪　林	郑喜印
		常心怡					
复变函数论	主　编	何育赞					
	副主编	邢富冲	任福尧	张南岳			
	编　委	王文俊	邢富冲	任福尧	杨重骏	杨维奇	何成奇
		何育赞	张南岳	闻国椿	袁文俊	温学恒	
多复变函数论	主　编	许以超					
	编　委	王世坤	史济怀	许以超			
测　度　论	主　编	汪　林					
	副主编	朱玉堦	刘有明				
	编　委	朱玉堦	刘有明	何伯和	汪　林	宋儒瑛	高沛田
		郭坤宇					
泛函分析	主　编	侯晋川					
	副主编	孙经先	杜鸿科	范先令			
	编　委	仇庆九	孙经先	孙善利	杜鸿科	杨亚利	余庆余
		陈晓漫	范先令	林源渠	侯晋川		
变　分　法	主　编	王耀东					
	编　委	王耀东	杨家新	郑应文			
函数逼近论	主　编	谢庭藩					
	副主编	苏维宜	周颂平				
	编　委	朱来义	江惠坤	苏维宜	周颂平	徐士英	谢林森
		谢庭藩					

调和分析	主　编	陆善镇					
	编　委	丁　勇	王昆扬	陆善镇	郑学安		
流形上的分析	主　编	杨家新					
	编　委	何伯和	杨家新	范先令	钟承奎		
位　势　论	主　编	高琪仁					
	副主编	吴炯圻	邱曙熙				
	编　委	叶仰明	吴炯圻	邱曙熙	张　询	高琪仁	龚显宗
凸　分　析	主　编	史树中					
	编　委	史树中	李宗元	梅家骝			
非标准分析	主　编	冯汉桥					
	编　委	冯汉桥	师东河	张锦文			
小波分析	主　编	彭立中					
	编　委	马瑞芹	王明辉	彭立中			
分形几何	主　编	文志英					
	编　委	文志英	文志雄	苏维宜			
常微分方程	主　编	黄文灶					
	副主编	何崇佑	陈秀东	郑祖庥			
	编　委	王志成	叶大卫	朱思铭	庄　万	何崇佑	陈秀东
		罗定军	郑祖庥	黄文灶	黄发伦	龚光鲁	蒋继发
		燕居让					
偏微分方程	主　编	陆文端					
	副主编	王耀东	罗学波	唐志远			
	编　委	王耀东	白东华	白其峥	李才中	陆文端	罗学波
		唐志远	唐贤江	熊祥斗			
积分方程	主　编	容尔谦					
	编　委	李明忠	赵　桢	容尔谦			
动力系统	主　编	何连法					
	副主编	孙文祥	刘培东				
	编　委	王在洪	朱玉峻	华歆厚	刘培东	孙文祥	何连法
		赵　阳					
特殊函数	主　编	吴崇试					
	编　委	吴崇试	邱继征	陈晓林			
数学符号表	主　编	王怀安					
	副主编	杨德平	阎崇正				
	编　委	王怀安	刘宝康	杨子胥	杨德平	郝拉娣	段　方
		阎崇正					

（以上署名均以姓名首字笔画为序）

序

当我们向着日益临近的21世纪走去的时候，一部巨著——《数学辞海》将要面世了。这是我国200余所高等院校、科研机构，数以千计的数学家、数学工作者共同劳动的结晶，是一件影响深远的大事。

还是在本世纪同上一世纪交接的1900年，希尔伯特就以23个数学问题作为送旧迎新的礼物，高瞻远瞩地指引着20世纪数学发展的若干重要进程。如今，20世纪的帷幕行将落下，我们惊喜地看到，在这百年间，数学已经发生了多么巨大的变化！人们对数学的认识更深刻了，数学的分支更多了，数学的广度和深度，都远远超出了本世纪初的预料。异军突起的新科学和新技术，诸如计算机科学、航天技术、生命工程、数字通信以及新能源的开发、新材料的应用等，无不需要数学，社会科学和人文科学的经济、教育、语言、考古等领域，也开始与数学结下不解之缘。所有这些学科在向数学索取的同时，也都在某一方面推动和改变着数学。数学已经发展成为内涵广泛的数学科学。数学是大自然的语言，又是人类社会生活中各种关系的高度概括。数学在现实世界中获取模型，扩大了自己的外延，同时展现了新的内涵、新的抽象。如果说古希腊和古代中国的数学只是涓涓细流，那么，今天之数学已经汇成了波流浸灌的长江大河。

一个人可以学贯中西，但无法懂得现代数学的方方面面，而社会变革的进程和新技术的浪潮却迫使人们学习和应用更多的数学。解决这个矛盾的办法之一，自然是编纂一部大型的数学工具书。《数学辞海》正是在这样的时代需求背景之下应运而生的。有了这种巨大的推动力量，它才能克服种种艰难曲折，从第一页稿纸，发展成为我们所见到的这部别具一格的鸿篇巨制。

为什么这本书能使作者们激动，愿意竭诚为之构筑，又能吸引读者，使之企足而待呢？这是由于数学自身的地位和价值，它在实践中的巨大作用和自身的美。

数学首先是人们生活和生产的工具。马克思非常赞同康德的这样一句话："一门科学，只有当它成功地应用数学时，才算达到了完善的地步。"事实上，数学被使用的程度，往往反映了一个国家、一个民族的科学进步和经济发展水平。很难设想，在一个低技术的国家，会产生高深的数学，而高技术的社会形态，必有与之相适应的数学水平。毫无疑问，在科学技术飞速发展的当今世界，对数学的需求将与日俱增。

其次，数学又是一种文化形态。古往今来，人们在数学这块沃土上耕耘，收获了许多硕果。这些美好的硕果，本身就是一首首动人的诗篇，闪耀着智慧的光芒。一般人都会欣赏艺术，然而，当一个人只要具有基础的数学知识，同样可以对一道经典的数学名题和某个优美的解法叹为观止。人们还概括了大量实际模型的抽象数学，通过形式推演，以得出

系统的理论，再应用到更广泛的总体上去。数学的这种以简驭繁的本领决定于它的高度概括性。正是由于概括，数学形成了包含各个学科的优美结构。数学的发展推动了自然结构观的发展，它有力地带动了其他学科，大大加速了人类文明史的进程。

数学的作用，还在于它有着独特的培育人的功能。数学是每个人必须学习的基础学科。从小学到中学，数学的学时最多，除了因为数学是一切科学的基础和工具之外，更因为数学有着独特的思维教育和智力开发的作用。数学的高度抽象、遵从逻辑规则和不断创新的特征，集中而突出地表现了人类思维的概括性、逻辑性和探索性。所以，学习数学对人才的培养是一种基本的思维训练，被称为“思想的体操”。

为了全面地反映古今中外的数学成果、体现数学的多种功能，本书既兼顾传统数学和现代数学，又兼顾抽象的基础数学和具体的应用数学。考虑到广大数学教育工作者的需求，本书还将初等数学和高等数学相对地进行了划分，并按习惯将某些分支学科集中列卷，此外还编纂了包含数学史与数学教育等分支学科的专卷，也系统地介绍了中国的古算。这样编纂的《数学辞海》将会充分地显示数学的工具意义、文化意义和教育意义。愿这部国人自编的《数学辞海》既能为国家经济建设服务，又能在民族文化建设中起到应有的作用。

《数学辞海》是改革开放的产物，又将为改革开放服务。人们或许没有想到，这部巨著竟出自民办的编写组织。编纂者来自大江南北、长城内外、海峡两岸，在历时 10 余年间，数百所大专院校、科研机构的千余名专家学者日夜辛劳、自愿奉献，在《数学辞海》中编织着自己的理想和愿望。社会各界积极赞助，有识之士慷慨捐赠，海外同胞亦纷纷来电来函表示支持，用他们的心意渲染着文化建设的宏图。在这个民办写作团体中，人们互相信任、互相支持、互相勉励，充满了成就事业的认同感、紧迫感。这一写作经验也清楚地说明：在共同的愿望下，民办科研也是一条坦途。这是《数学辞海》编写过程中给我们的一个十分有益的启示。

像一切事物一样，《数学辞海》还不会达到绝对完善的境界。相反，这部反映浩如烟海的数学知识，动员了如此巨大力量而编纂的大型著作，首次面世时，一定会有许多不足之处，例如整体结构、条目收集、词义诠释、词类归属等，都还会有需要进一步推敲、商榷的地方。数学是极为严谨的科学，《数学辞海》必将在众多专家的严谨尺度之下，逐版改进。我们今天为之高兴的是，将来可能成为传世之作的《数学辞海》已有了良好的雏形，我们准备将它作为迎接新世纪的礼物，奉献给关心它、需要它的广大读者。

1998 年 6 月

凡　　例

一、编　排

1. 全书包括数学科学的100余个分支学科或专题项目，按照从初等数学到高等数学，从古典数学到现代数学，从理论数学到应用数学的原则，将整个数学科学划分为6卷编辑出版(参见《数学辞海》六卷本内容划分方案)。

2. 各卷正文均按数学知识的结构体系编排，同一分支学科(或同一专题项目)的条目相对集中，一般按知识本身的结构、层次、逻辑等关系确定其先后顺序，而数学史部分，如数学家、数学名著、数学期刊、数学团体等，则分别按其出生、出版、创刊、成立的年代先后顺序编排。

3. 各卷目录标题分为三级：一级标题为一个分支学科或一个知识门类。一级标题之下，则按知识构成设若干个二级标题。例如，第一卷中的“数学分析”为一级标题，下设六个二级标题——“实数理论”、“变量与函数”、“极限理论”、“微分学”、“积分学”和“无穷级数”；又如，第六卷中的“中国数学史”为一级标题，下设四个二级标题——“中国古代数学史”、“中国古代数学著作”、“中国古算名词术语”和“中国数学家”。三级标题为具体条目名称。

4. 同一卷中不同分支学科之间的内容有重复时，其知识主题一般地只在一处设条目；不同卷中的学科内容有重复时，其知识主题在各相关部分均设条目，但在释文内容上各有侧重。

二、条　目

1. 条目的标题一般为一个词，如“圆”、“群”、“环”、“函数”、“矩阵”、“向量”、“方程”等，也有的是一个词组，如“勾股定理”、“常微分方程的通解”、“哥德巴赫猜想”、“希尔伯特第6问题”等。

2. 条目设立的条件：1) 独立的知识主题或已形成的固定概念；2) 能够应用准确的、人们习惯和易于理解的词标引；3) 便于读者快速查阅。

3. 条目的分类：条目按其释文的长短分为五类：特长条目(3000字左右)、长条目(1000—3000字)、中条目(300—1000字)、短条目(300字以内)和参见条目。

4. 本书所收的数学名词术语，力求与“全国自然科学名词审定委员会”公布的《数学名词》(科学出版社，1993)保持一致。外国人名的中文译名，力求与《中国大百科全书·数学卷》和梁宗巨主编的《数学家传略词典》(山东教育出版社，1989)中的译名保持一致。未出现在上述著作中的外国人名的中文译名，则采用数学界的约定译名或用习惯译法译出的译名。

三、释　文

1. 本书条目的释文，以文字叙述为主，并采用规范化的现代汉语，力求科学、准确、简明、通俗，杜绝教材式语言和口语，释文开头不再重复条目的标题。

2. 释文开头一般要求破题，然后给出严格的数学定义，并尽量阐明该条目内容的历史沿革及其在本分支学科或知识门类中的地位、作用、发展趋势等，以增强释文的科学性和可读性。

3. 一词多义的释文，用①…②…③…分项叙述，某个条目的释文需由其他条目释文补充说明的，采

用“参见”的方式，被参见的条目标题需加引号，条目标题前加“参见”字样，并置于圆括号之内。

4. 对常见的异名同义词，只给出一种条目标题的释文，其余异名条目亦列入正文，但不再写释文，给出释文的条目标题加引号，条目标题前加“即”字样。例如：矢量(vector)即“向量”；全纯函数(holomorphic function)即“解析函数”；正则函数(regular function)即“解析函数”。

5. 每一个条目标题后，一般在圆括号内标注有对应的英文。凡外国人名(日本人除外)在条目的释文中第一次出现时，在其中文译名后的圆括号内标注有相应的外文原名的姓和名的首字母，并用逗号隔开。例如，欧几里得(Euclid)、牛顿(Newton,I.)、高斯(Gauss,C.F.)。同一外国人名在条目的释文中第二次出现时，不再标注外文。在日本人名、中国人名、中国古代数学史、中国古代数学著作、中国古算名词术语等条目标题后，一般在圆括号内标注汉语拼音。

6. 如果条目乙的基本定义已经完全包括在条目甲的释文之中，那么条目乙只作为“参见条目”保留，所参见的条目标题需加引号，并在条目标题前加“见”字样，而释文不再重复。例如，在条目“线性变换”的释文中，已给出“单位变换”、“恒等变换”和“零变换”的定义，则上述三个条目就作为“参见条目”予以保留，并分别表示为：单位变换(unit transformation)见“线性变换”；恒等变换(identity transformation)见“线性变换”；零变换(null transformation)见“线性变换”。

四、索　引

1. 本书每一卷正文之后，均附有三种索引，即条目笔画索引、条目音序索引和条目西文索引。索引中条目标题后面的数字，表示该条目在正文中的页码。

2. 在条目笔画索引中，以汉字起首的条目标题按第一字的笔画由少到多的顺序排列，若笔画数相同，则按 一(横)、丨(竖)、丿(撇)、丶(点)、 乛(折)五种笔形顺序排列，其中，𠃌(提)归为一(横)，亅(竖钩)归为丨(竖)，乀(捺)归为丶(点)，各种笔形带钩或曲折的笔画(除竖钩“亅”外)归为 乛(折)。第一字相同的，则按第二个字的笔画数和起笔笔形的顺序排列，依次类推。

3. 在条目音序索引中，以汉字起首的条目标题按第一字的汉语拼音字母顺序排列，若第一字的声母、韵母相同，则按声调的阴平、阳平、上声、去声顺序排列。第一字相同的，则按第二个字的汉语拼音字母顺序排列，多音字按不同的拼音字母顺序排列，依此类推。

4. 在条目笔画索引和条目音序索引中，凡第一字为西文字母、数学符号、罗马数字和阿拉伯数字起首的条目标题，一律排在两种索引的最后。西文字母起首的条目标题分别按其字母的花体、大写、小写及字母本身的先后顺序排列；数学符号起首的条目标题按知识结构顺序排列；数字起首的条目标题按由小到大的顺序排列。若起首的字母、符号及数字相同时，仍按其后汉字的笔画或音序排列。

5. 在条目西文索引中，按条目标题的起首西文字母顺序排列；条目标题的西文缩写，按一个词排列。凡以数学符号、罗马数字和阿拉伯数字起首的条目标题，一律排在条目西文索引的最后。数学符号起首的条目标题按知识结构顺序排列；数字起首的条目标题按由小到大的顺序排列。若条目标题起首的字母、符号、数字相同时，则按第二个字母等的顺序排列，余此类推。没有西文译名的条目，未收进条目西文索引。

6. 在各卷索引之后，还附有本卷涉及到的中外人名译名对照表，以供读者查阅。

目　录

序 …… 1—2
凡例 …… 1—2
《数学辞海》六卷本内容划分方案 …… 1—1
第三卷条目目录 …… 1—57
正文 …… 1—652
数学符号表 …… 653—699
条目笔画索引 …… 700—729
条目音序索引 …… 730—759
条目西文索引 …… 760—807
中外人名译名对照表 …… 808—814
后记 …… 815

《数学辞海》六卷本内容划分方案

第一卷

数学
算术
初等代数
平面几何
平面三角
立体几何
球面几何
平面解析几何
空间解析几何
初等数论
高等代数
高等几何
数学分析
集合论
形式逻辑
布尔代数
概率论与统计学初步
数学符号表

第二卷

数学
组合学
线性与多重线性代数
群及其推广
李群与李代数
环与代数
模与同调代数
序与格
范畴论与代数 K 理论
域论与伽罗瓦理论
数论
代数几何
微分几何学
凸集几何与距离几何
一般拓扑学
代数拓扑学与流形拓扑学
奇点理论与突变理论
数学符号表

第三卷

数学
实变函数论
复变函数论
多复变函数论
测度论
泛函分析
变分法
函数逼近论
调和分析
流形上的分析
位势论
凸分析
非标准分析
小波分析
分形几何
常微分方程
偏微分方程
积分方程
动力系统
特殊函数
数学符号表

第四卷

数学
数学基础
数理逻辑
计算数学
概率论
随机过程
统计学
经济数学
生物数学
数学物理与理论物理
模糊数学
数学符号表

第五卷

数学
运筹学
系统理论
控制理论
通信与信息理论
画法几何与工程图学
计算机科学
数理语言学
力学
天文学
测绘学
数学符号表

第六卷

数学
中国数学史
外国数学史
数学符号史
数学团体与研究机构
数学竞赛与数学奖
数学期刊
数学教育
数学哲学
数学名题与猜想
珠算
数学发展史年表

第三卷条目目录

说明：该目录由本卷所属各分支学科或专题项目的全部条目（包括给出释文的条目及其参见条目）组成，按知识结构顺序编排，即按条目在正文中出现的先后顺序排列.

数学 …… 1
分析学 …… 5
分析 …… 7
微分方程 …… 7

实变函数论

实变函数论…… 10

欧氏空间中的点集

R^n 中的点集 …… 10
R^n 中开集的构造 …… 10
实直线上开集的构造…… 10
直线开集的构成区间…… 10
余区间…… 10
点集的距离…… 10
波莱尔集…… 11
F_σ 型集 …… 11
G_δ 型集 …… 11
康托尔三分集…… 11
康托尔集…… 11

勒贝格测度

勒贝格外测度…… 11
勒贝格可测集…… 11
勒贝格测度…… 12
可测集…… 12
卡拉西奥多里条件…… 12
勒贝格可测集的结构…… 12
勒贝格可测集类…… 12
等测包…… 12
等测核…… 12
乘积空间中可测集的截口性质…… 12
勒贝格内测度…… 13
全密点…… 13
密集点…… 13
稀薄点…… 13
维塔利覆盖…… 13
维塔利覆盖定理…… 13
谢尔品斯基依测度覆盖定理…… 13
零集…… 13
几乎处处…… 13

连续函数与可测函数

扩充实值函数…… 13
沿点集的极限…… 13
沿点集的上极限…… 13
沿点集的下极限…… 14
集上的连续函数…… 14
近似极限…… 14
近似连续…… 14
集上的一致连续函数…… 14
一致连续点集…… 14
一致孤立点集…… 14
紧集上的连续函数…… 14
近于连续的函数…… 14
函数连续点集的结构…… 15
连续函数可微点集的结构…… 15
闭集上连续函数的延拓定理…… 15
上极限函数…… 15
下极限函数…… 15
半连续函数…… 15
半连续函数隔离定理…… 15
集合的特征函数…… 16
集合的示性函数…… 16
简单函数…… 16
勒贝格可测函数…… 16
函数的正部…… 16
函数的负部…… 16

可测函数的几何意义…… 16
几乎处处收敛…… 16
依测度收敛…… 16
近于一致收敛…… 17
几乎一致收敛…… 17
勒贝格可测函数的结构…… 17
渐近连续…… 17
卢津定理…… 17
叶戈罗夫定理…… 17
勒贝格定理…… 17
里斯定理…… 17
李特尔伍德三原则…… 17
贝尔函数…… 17
波莱尔可测函数…… 18

勒贝格积分

勒贝格积分…… 18
勒贝格可积函数…… 19
绝对积分…… 19
非绝对积分…… 19
勒贝格积分的第一中值定理…… 19
勒贝格积分的第二中值定理…… 19
博内中值定理…… 20
勒贝格积分的分部积分法…… 20
勒贝格积分的换元积分法…… 20
列维定理…… 20
法图引理…… 20
勒贝格控制收敛定理…… 20
勒贝格有界收敛定理…… 20
勒贝格逐项积分定理…… 20
积分的等度绝对连续性…… 20
积分的一致绝对连续性…… 20
维塔利收敛定理…… 21
勒贝格的黎曼可积判别准则…… 21
勒贝格积分的几何意义…… 21
富比尼定理…… 21
托内利定理…… 21
平均收敛…… 21

R 中的微分与积分

单调函数…… 21
富比尼逐项微分定理…… 21
有界变差函数…… 22
有限变差函数…… 22
全变差…… 22
巴拿赫定理…… 22
巴拿赫指标函数…… 22
若尔当分解定理…… 22
勒贝格分解定理…… 22
黑利定理…… 22
黑利选择原理…… 22
绝对连续函数…… 22
半绝对连续函数…… 23
勒贝格不定积分…… 23
函数的勒贝格点…… 23
勒贝格积分的微积分基本定理…… 23
广义原函数…… 23
勒贝格-康托尔函数 …… 24
奇异函数…… 24
迪尼导数…… 24
下导数…… 24
上导数…… 24
当儒瓦-杨-萨克斯定理 …… 24
勒贝格-斯蒂尔杰斯测度 …… 24
勒贝格-斯蒂尔杰斯可测函数 …… 24
勒贝格-斯蒂尔杰斯简单函数 …… 24
勒贝格-斯蒂尔杰斯积分 …… 25
沿点集的导数…… 25
近似导数…… 25
集上的有界变差函数…… 25
广义有界变差函数…… 25
集上的绝对连续函数…… 25
集上的一般绝对连续函数…… 26
集上的狭义绝对连续函数…… 26
集上的狭义一般绝对连续函数…… 26
狭义当儒瓦可积函数…… 26
狭义当儒瓦不定积分…… 26
广义当儒瓦可积函数…… 26
当儒瓦不定积分…… 26
当儒瓦积分…… 26
狭义当儒瓦积分…… 26
佩龙下函数…… 26
佩龙上函数…… 26
佩龙积分…… 27
瓦尔德下函数…… 27
瓦尔德上函数…… 27
瓦尔德积分…… 27
亨斯托克积分…… 27
亨斯托克控制收敛定理…… 27
亨斯托克积分的微积分基本定理…… 28
绝对亨斯托克可积函数…… 28
马克仙积分…… 28
囿变积分…… 28
囿变原函数…… 28

函数空间

函数空间…… 28
L^2 空间 …… 28
L^2 中的内积 …… 29
弗雷歇定理…… 29
L^2 中的规范正交系 …… 29
$L^2[a,b]$中函数的傅里叶级数 …… 29
贝塞尔不等式…… 29
里斯-费希尔定理 …… 29
帕塞瓦尔等式…… 29
L^2 中完备的规范正交系 …… 30
L^2 中完全的规范正交系 …… 30
司捷克洛夫定理…… 30
L^p 空间 …… 30
平均连续性…… 30
L^p 中的强收敛 …… 30
按范数收敛…… 31
L^p 中的弱收敛 …… 31
L^p 中的柯西列 …… 31
柯尔莫哥洛夫定理…… 31
里斯表示定理…… 31
巴拿赫-萨克斯定理 …… 31
L^∞空间 …… 31
本性有界函数类…… 31
函数空间 $S(E)$ …… 31
函数空间 C^k …… 32
l^p 空间…… 32
l^∞空间…… 32
洛伦兹空间…… 32
奥尔利奇空间…… 32
函数的支集…… 32
有紧支的函数…… 32
局部可积函数…… 32

复 变 函 数 论

复变函数论…… 33
单复变函数论…… 34

复平面 C 的拓扑

复数…… 35
实部…… 35
虚部…… 35
虚数…… 35
纯虚数…… 35
虚数单位…… 35
复数的表示法…… 35
复数的代数表示法…… 36
复数的坐标表示法…… 36
复数的向量表示法…… 36
复数的三角表示法…… 36
复数的指数表示法…… 36
实轴…… 36
虚轴…… 36
复平面…… 36
欧拉公式…… 36
复数的模…… 36
复数的绝对值…… 36
复数的辐角…… 36
复数的主辐角…… 36
共轭复数…… 36
复球面…… 36
开平面…… 36
无穷远点…… 36
扩充复平面…… 36
闭平面…… 36
黎曼球面…… 36
高斯平面…… 36
球极投影…… 36
测地投影…… 36
球面距离…… 36
幺模数…… 36
棣莫弗公式…… 37
邻域…… 37
内点…… 37
开集…… 37
聚点…… 37
导出集…… 37
孤立点…… 37
闭集…… 37
余集…… 37
外点…… 37
边界点…… 37
边界…… 37
可达边界点…… 37
有界集…… 37
紧集…… 37
开覆盖…… 37
康托尔定理…… 37
有限覆盖定理…… 37

海涅-波莱尔定理 …… 37
波尔查诺-外尔斯特拉斯定理 …… 37
连续曲线…… 37
若尔当弧…… 37
若尔当曲线…… 38
闭路径…… 38
解析曲线…… 38
连通集…… 38
区域…… 38
闭区域…… 38
若尔当定理…… 38
星形域…… 38
单连通区域…… 38
多连通区域…… 38

解析函数

解析函数论…… 38
复变函数…… 38
解析函数…… 38
全纯函数…… 38
正则函数…… 38
达布中值公式…… 38
柯西-黎曼条件 …… 39
C-R 条件 …… 39
达朗贝尔-欧拉条件 …… 39
解析函数的无穷次可微性…… 39
初等复变函数…… 39
复变根式函数…… 39
复变指数函数…… 39
复变一般指数函数…… 39
复变幂函数…… 39
复变对数函数…… 39
复变对数函数的主值…… 39
复变三角函数…… 39
复变反三角函数…… 39
双曲函数…… 39
罗曼-梅尼绍夫定理 …… 40
施托尔茨路径…… 40
角微商…… 40
分式线性变换…… 40
线性变换…… 40
富克斯变换…… 40
抛物变换…… 40
双曲变换…… 40
椭圆变换…… 40
斜驶变换…… 40
默比乌斯变换…… 40
关于圆的对称点…… 40
交比…… 41
非调和比…… 41
线性变换的保对称性…… 41
线性变换的保圆周性…… 41
线性变换的保交比性…… 41
整线性变换…… 41
平移映射…… 41
伸缩与旋转映射…… 41
单位圆到单位圆的映射…… 41
上半平面到单位圆内的映射…… 41
上半平面到上半平面(下半平面)的映射…… 41
圆束…… 41
椭圆型圆束…… 41
抛物型圆束…… 41
双曲型圆束…… 41
阿波罗尼奥斯圆族…… 41
施泰纳圆族…… 41
圆丛…… 41
双曲型圆丛…… 42
抛物型圆丛…… 42
椭圆型圆丛…… 42

复积分

路径…… 42
沿路径的积分…… 42
一点关于一条闭曲线的指示数…… 42
环绕数…… 42
柯西定理…… 42
柯西积分公式…… 42
平均值定理…… 42
莫雷拉定理…… 42
柯西型积分…… 42
高阶导数的柯西积分公式…… 43
解析函数的零点…… 43
解析函数的 m 阶零点 …… 43
解析函数零点的孤立性…… 43
留数…… 43
残数…… 43
留数定理…… 43
残数定理…… 43
对数留数…… 43
对数残数…… 43
辐角原理…… 43
鲁歇定理…… 44
胡尔维茨定理…… 44

级 数 展 开

幂级数…… 44
收敛圆…… 44
收敛半径…… 44
柯西-阿达马公式 …… 44
泰勒定理…… 44
孤立奇点…… 44
可去奇点…… 44
极点…… 44
本性奇点…… 44
洛朗定理…… 44
洛朗展开式…… 45
洛朗级数…… 45
内部惟一性定理…… 45
阿贝尔定理…… 45
陶伯定理…… 45
狄利克雷级数…… 45
广义狄利克雷级数…… 45
狄利克雷级数的收敛横标…… 45
狄利克雷级数收敛半平面…… 45
渐近展式…… 45
渐近级数…… 46
指数级数…… 46

几何函数论

最大模定理…… 46
广义最大模定理…… 46
弗拉格曼-林德勒夫定理 …… 46
林德勒夫渐近定理…… 46
施瓦兹引理…… 47
广义施瓦兹引理…… 47
高斯-吕卡定理 …… 47
阿达马三圆定理…… 47
哈代凸性定理…… 47
保角变换…… 47
解析函数的保域性…… 47
共形映射…… 47
边界对应定理…… 47
伸缩率…… 47
旋转角…… 47
映射的不动点…… 48
反演映射…… 48
开映射定理…… 48
黎曼映射定理…… 48
映射半径…… 48
克里斯托费尔-施瓦兹公式 …… 48
多边形映射…… 48
n 连通区域到平行割线区域的映射 …… 48
n 连通区域到螺旋割线区域的映射 …… 48
n 连通区域到圆界区域的映射 …… 48
单叶函数论…… 49
几何函数论…… 49
S 类…… 49
Σ 类…… 49
面积原理…… 49
格朗沃尔面积定理…… 49
克贝 1/4 定理…… 49
克贝偏差定理…… 49
克贝函数的旋转…… 50
比伯巴赫猜想…… 50
罗伯森猜想…… 50
米林猜想…… 50
单叶函数参数表示法…… 50
勒夫纳微分方程…… 50
变分方法…… 50
格隆斯基不等式…… 50
极端点…… 51
支撑点…… 51
素端…… 51
区域的横截线…… 51
区域的零链…… 51
卡拉西奥多里边界…… 51
布洛赫定理…… 51
布洛赫常数…… 51
兰道常数…… 51
拟共形映射…… 51
拟共形映射存在定理…… 52
莫利偏差定理…… 52
拟共形映射的边值问题…… 52
拟对称函数…… 52
拟圆…… 52
拟共形反射…… 52

调 和 函 数

调和函数…… 53
共轭调和函数…… 53
调和函数极值原理…… 53
调和函数的平均值性质…… 53
狄利克雷问题…… 53
第一边值问题…… 53
狄利克雷区域…… 53

诺伊曼问题…… 53
第二边值问题…… 53
哈纳克不等式…… 53
哈纳克定理…… 53
泊松积分公式…… 53
施瓦兹公式…… 53
泊松核…… 53
调和测度…… 53
格林函数…… 53

整函数与亚纯函数

延森公式…… 54
刘维尔定理…… 54
外尔斯特拉斯基本因式…… 54
无穷乘积…… 54
典范乘积…… 54
阿达马因子分解定理…… 54
亚纯函数…… 54
超越亚纯函数…… 54
部分分式分解…… 54
米塔-列夫勒定理 …… 54
外尔斯特拉斯定理…… 54
索霍茨基定理…… 55
聚值集…… 55
聚值…… 55
整函数…… 55
超越整函数…… 55
零点收敛指数…… 55
外尔斯特拉斯第一定理…… 55
整函数的级…… 56
整函数的下级…… 56
整函数的格…… 56
皮卡定理…… 56
皮卡小定理…… 56
皮卡大定理…… 56
皮卡例外值…… 56
波莱尔定理…… 56
波莱尔例外值…… 57
茹利亚方向…… 57
波莱尔方向…… 57
波莱尔-瓦利隆方向 …… 57
兰道定理…… 57
肖特基定理…… 57
渐近值…… 57
渐近路径…… 57
亚纯函数值分布理论…… 57
奈望林纳理论…… 58
亚纯函数的特征函数…… 58
第一基本定理…… 58
第二基本定理…… 58
亏值…… 58
亏量…… 58
亏量关系…… 58
亚纯函数的增长级…… 58
正规族…… 58
全纯函数正规族…… 59
亚纯函数正规族…… 59
正规性定则…… 59
布洛赫猜测…… 59
茹利亚点…… 59
拟正规族…… 59
代数体函数…… 59
亚纯函数分解论…… 59
亚纯函数因式分解…… 60
非平凡分解…… 60
左因子…… 60
右因子…… 60
素函数…… 60
E 素函数…… 60
左素函数…… 60
右素函数…… 60
等价分解…… 60
分解惟一性…… 60

黎曼曲面

解析开拓…… 60
解析开拓原理…… 60
解析元素…… 61
函数元素…… 61
直接解析开拓…… 61
黎曼-施瓦兹对称原理 …… 61
黎曼-施瓦兹反射原理 …… 61
对称原理的一般形式…… 61
班勒卫定理…… 61
越过弧直接解析开拓…… 61
解析开拓链…… 61
互为解析开拓…… 61
完全解析函数…… 61
整体解析函数…… 61
解析函数的自然边界…… 61
解析函数的存在域…… 61
解析函数的奇点…… 61

解析函数的分支…… 61
单值性定理…… 62
解析函数的支点…… 62
代数支点…… 62
对数支点…… 62
支点的阶…… 62
超越支点…… 62
多值解析函数…… 62
代数函数…… 62
阿贝尔积分…… 62
椭圆函数…… 62
单值化…… 62
超椭圆曲面…… 62
黎曼曲面…… 62
闭黎曼曲面…… 63
开黎曼曲面…… 63
单值化定理…… 63
共形等价黎曼曲面…… 63
黎曼-罗赫定理 …… 63
黎曼曲面的亏格…… 63
阿贝尔微分…… 63
真间断群…… 63
富克斯群…… 63
外尔斯特拉斯点…… 63
外尔斯特拉斯空隙定理…… 63
覆盖曲面…… 63
提升…… 64
迹群…… 64
光滑覆盖曲面…… 64
非限覆盖曲面…… 64
万有覆盖曲面…… 64
自守函数…… 64
基本区域…… 64
等价点…… 64
基本函数…… 64
模函数…… 64
泰希米勒空间…… 64
泰希米勒度量…… 65
全纯二次微分…… 65
自然参数…… 65
泰希米勒形变…… 66
模群…… 66

解析函数空间

布拉施克乘积…… 66
哈代空间…… 66
非切向极限值…… 67
内函数…… 67
外函数…… 67
插值序列…… 67
有界平均振动解析函数…… 67
有界平均振动函数…… 67
卡尔松测度…… 67
日冕问题…… 67
伯格曼空间…… 67
L_a^2 函数的再生核 …… 67
伯格曼投影…… 68
布洛赫空间…… 68
布洛赫函数…… 68
小布洛赫空间…… 68

广义解析函数与边值问题

解析函数边值问题…… 68
柯西主值积分…… 68
柯西型积分…… 69
柯西核…… 69
普莱姆利公式…… 69
索霍茨基公式…… 69
黎曼边值问题…… 69
连结问题…… 69
希尔伯特边值问题…… 69
黎曼-希尔伯特边值问题 …… 69
广义解析函数…… 69
第一类准解析函数…… 70
第二类准解析函数…… 70
广义柯西公式…… 70
广义柯西型积分…… 71
广义解析函数的基本核…… 71
广义幂级数…… 71
广义解析函数序列的凝聚原理…… 71
广义解析函数零点的孤立性…… 71
广义解析函数的黎曼边值问题…… 71
广义解析函数的黎曼-希尔伯特边值问题 …… 71
广义解析函数的保持区域定理…… 71
广义解析函数的黎曼映射定理…… 71

复变函数的应用

复势…… 72
复速度…… 72
科洛索夫函数…… 72
茹科夫斯基变换…… 72
恰普雷金升力公式…… 72

多复变函数论

多复变函数论…… 73
复欧几里得空间…… 73
复射影空间…… 74
C^n 中的域 …… 74
C^n 中的有界域 …… 74
C^n 中的无界域 …… 74
C^n 中的多圆柱 …… 74
C^n 中的单位多圆柱 …… 74
圆型域…… 74
莱因哈特域…… 74
C^n 中的星形域 …… 74
多复变全纯函数…… 74
多复变解析函数…… 75
哈托格斯定理…… 75
全纯映射…… 75
全纯映射的导数…… 75
全纯映射的雅可比矩阵…… 75
双全纯映射…… 75
全纯同构映射…… 75
域的全纯同构…… 75
嘉当惟一性定理…… 75
域的全纯等价…… 75
域的全纯自同构…… 76
域的全纯自同构群…… 76
域的迷向子群…… 76
C^n 中域的边界 …… 76
域的希洛夫边界…… 76
齐性域…… 76
齐性有界域…… 76
西格尔域…… 76
第一类西格尔域…… 77
第二类西格尔域…… 77
齐性西格尔域…… 77
对称埃尔米特流形…… 77
对称有界域…… 77
典型域…… 77
第一类典型域…… 77
第二类典型域…… 77
第三类典型域…… 77
第四类典型域…… 77
李球…… 77
第五类例外典型域…… 77
第六类例外典型域…… 78
哈托格斯现象…… 78
全纯域…… 78
全纯凸包…… 78
全纯凸域…… 78
嘉当-苏伦定理 …… 78
C^n 中的龙格域 …… 78
龙格型定理…… 78
拟凸域…… 78
域的局部定义函数…… 79
域的定义函数…… 79
强拟凸域…… 79
$\bar{\partial}$ 算子 …… 79
$\bar{\partial}$ 问题 …… 79
多重次调和函数…… 79
多重次调和穷竭函数…… 79
列维问题…… 79
多复变函数的积分表示…… 80
柯西-赛格积分表示 …… 80
博赫纳-马蒂里尼积分表示公式 …… 80
柯西-凡塔皮耶积分表示 …… 80
勒雷积分表示公式…… 81
复流形…… 81
复流形上的函数…… 81
复流形上的全纯函数…… 81
复流形上的全纯映射…… 81
复流形的全纯同构…… 81
复流形的全纯等价…… 82
复流形上的共变张量场…… 82
复流形上的外微分形式…… 82
复流形上的埃尔米特度量…… 82
埃尔米特流形…… 82
克勒流形…… 82
施坦流形…… 82
伯格曼核函数…… 82
伯格曼度量方阵…… 83
伯格曼度量…… 83
伯格曼流形…… 83
不变调和函数…… 83
卡拉西奥多里度量…… 83
卡拉西奥多里伪距…… 83
柯巴雅西伪距…… 84
柯巴雅西-罗伊登度量 …… 84
泊松积分…… 84
泊松核函数…… 84
多复变函数的 H^p 空间 …… 84
多复变数奈望林纳函数类…… 84

多复变数斯米尔诺夫函数类…… 85
多复变数布洛赫函数…… 85
多复变数 BMOA 函数 …… 85
多复变数极大函数…… 85
多复变数内函数…… 85
多复变数亚纯函数…… 85
库辛第一问题…… 86
库辛第二问题…… 86
多复变数自守函数…… 86
多复变数自守函数的基本域…… 86

测　度　论

测度论…… 87
抽象测度论…… 88
抽象积分论…… 88

集　类

环…… 88
半环…… 88
σ 环 …… 88
代数…… 88
域…… 88
σ 代数 …… 88
σ 域 …… 88
完全加法类…… 88
可列加法类…… 88
σ 加法类 …… 88
集类生成的环…… 88
集类生成的 σ 环…… 88
集类生成的代数…… 88
集类生成的 σ 代数…… 88
波莱尔集类…… 88
广义波莱尔集类…… 88
单调类…… 88
π 类 …… 89
λ 类 …… 89

测度和积分

集函数…… 89
区间函数…… 89
扩充实值集函数…… 89
可列可加集函数…… 89
完全可加集函数…… 89
可数可加集函数…… 89
有限可加集函数…… 89
测度…… 89
抽象测度…… 89
有限测度…… 89
σ 有限测度 …… 89
外测度…… 89
度量外测度…… 90
卡拉西奥多里外测度…… 90
μ^* 可测集 …… 90
卡拉西奥多里条件…… 90
构造外测度的方法…… 90
测度延拓的惟一性…… 90
卡拉西奥多里-哈恩延拓定理 …… 90
可测空间…… 90
勒贝格可测空间…… 90
可测集…… 90
波莱尔可测空间…… 90
拓扑可测空间…… 90
测度空间…… 90
勒贝格测度空间…… 91
勒贝格-斯蒂尔杰斯测度空间 …… 91
波莱尔测度空间…… 91
有限测度空间…… 91
σ 有限测度空间 …… 91
测度的支集…… 91
正测度…… 91
测度环…… 91
测度代数…… 91
有限测度环…… 91
σ 有限测度环 …… 91
有限测度代数…… 91
σ 有限测度代数 …… 91
同构测度环…… 91
连带的测度环…… 91
同构测度空间…… 91
概率测度…… 91
概率空间…… 91
δ 测度 …… 91
狄喇克测度…… 91
计数测度…… 91
离散测度…… 91
μ 零集 …… 92
μ 零测度集 …… 92
完备测度…… 92
完全测度…… 92
完备测度空间…… 92
测度完备化…… 92

测度完全化…… 92
有限可加测度…… 92
测度问题…… 92
原子测度…… 92
非原子测度…… 92
非原子测度空间…… 92
简单函数…… 92
可测函数…… 93
几乎处处…… 93
复值可测函数…… 93
抽象积分…… 93
一致可积…… 93
积分一致绝对连续…… 93
积分一致有界…… 93
可测映射…… 93
可测变换…… 94
保测映射…… 94
保持测度的映射…… 94
广义测度…… 94
带符号测度…… 94
广义测度空间…… 94
有限广义测度…… 94
有限广义测度空间…… 94
σ有限广义测度 …… 94
σ有限广义测度空间 …… 94
广义测度的正集…… 94
广义测度的负集…… 94
哈恩分解…… 94
广义测度的正变差…… 94
广义测度的负变差…… 95
广义测度的全变差…… 95
广义测度的若尔当分解…… 95
广义测度的强绝对连续性…… 95
广义测度的绝对连续性…… 95
测度的等价…… 95
相互奇异的广义测度…… 95
勒贝格分解定理…… 95
拉东-尼科迪姆定理 …… 95
测度的相对导数…… 96
拉东-尼科迪姆导数 …… 96
关于广义测度的积分…… 96
复测度…… 96
复测度的极分解…… 96
复值可测函数的积分…… 96
可测空间的乘积…… 96
乘积σ代数…… 96
可测矩形…… 96
测度空间的乘积…… 97
乘积测度…… 97
维塔利-哈恩-萨克斯定理 …… 97
丹尼尔积分…… 97
丹尼尔表示定理…… 97
拓扑空间上的波莱尔集类…… 97
波莱尔集…… 97
拓扑空间上的波莱尔测度…… 97
波莱尔可测函数…… 97
波莱尔函数…… 97
正则测度…… 97
外正则测度…… 98
内正则测度…… 98
正则波莱尔测度…… 98
卢津定理…… 98
贝尔集类…… 98
贝尔集…… 98
拓扑空间上的贝尔测度…… 98
贝尔可测函数…… 98
贝尔函数…… 98
拉东测度…… 98
测度的弱收敛…… 98
不变测度…… 98
左不变测度…… 98
右不变测度…… 98
哈尔测度…… 98
哈尔定理…… 99
可测群…… 99
可分的可测群…… 99
韦伊测度…… 99
相对不变测度…… 99
拟不变测度…… 99
泛函积分…… 99
维纳测度…… 99
维纳积分…… 99
柱测度…… 99
正定函数 …… 100
正定函数的表示 …… 100

向量值测度和积分

向量值函数 …… 100
可数值函数 …… 100
强可测向量值函数 …… 100
弱可测向量值函数 …… 100
可分值的向量值函数 …… 100
几乎可分值的向量值函数 …… 100
佩蒂斯可测性定理 …… 100
向量值函数的积分 …… 101

博赫纳积分 …… 101
伯克霍夫积分 …… 101
盖尔范德积分 …… 101
佩蒂斯积分 …… 101
向量值测度 …… 102
算子值测度 …… 102
有界变差的向量值测度 …… 102
半有界变差的向量值测度 …… 102
向量值测度的绝对连续性 …… 102
拉东-尼科迪姆性质 …… 102
具有里斯表示的算子 …… 103
向量值测度的尼科迪姆有界性定理 …… 103
向量值测度的一致可列可加性 …… 103
向量值测度的维塔利-哈恩-萨克斯定理 …… 103

几何测度论

几何测度论 …… 103
豪斯多夫测度 …… 104
豪斯多夫维数 …… 104
可求积集 …… 104
内积空间的共轭映射 …… 104
余向量 …… 104
正交内射 …… 104
正交投影 …… 104
积分几何测度 …… 104
面积公式 …… 105
密度 …… 105
广义高斯-格林公式 …… 105
整流 …… 105
可求积流 …… 106
整平坦流 …… 106
弱可微函数 …… 106

泛 函 分 析

泛函分析 …… 107

拓扑线性空间

线性空间 …… 107
向量空间 …… 108
线性子空间 …… 108
线性空间的商空间 …… 108
线性表示 …… 108
线性组合 …… 108
子集张成的线性子空间 …… 108
线性包 …… 108
线性无关集 …… 108
线性无关的子空间 …… 108
线性空间的基 …… 108
哈默尔基 …… 108
线性空间的维数 …… 108
有限维线性空间 …… 108
无限维线性空间 …… 108
线性子空间的余维数 …… 108
线性空间中的超平面 …… 108
线性空间的直接和 …… 108
线性子空间的补子空间 …… 109
线性空间的乘积空间 …… 109
线性空间的线性同构 …… 109
线性同态 …… 109
度量空间 …… 109
距离空间 …… 109
度量子空间 …… 109
商度量空间 …… 109
距离 …… 109
拟距离 …… 109
可分度量空间 …… 109
可析度量空间 …… 109
按度量收敛 …… 109
完备度量空间 …… 109
度量空间的完备化空间 …… 110
基本点列 …… 110
柯西点列 …… 110
等距映射 …… 110
等距同构 …… 110
闭球套定理 …… 110
疏朗集 …… 110
无处稠密集 …… 110
第一范畴集 …… 110
第二范畴集 …… 110
第一纲集 …… 110
第二纲集 …… 110
贝尔纲定理 …… 110
列紧集 …… 110
完全有界集 …… 110
ε网 …… 110
紧致集 …… 110
吸收集 …… 110
凸集 …… 110

线性空间中的线段 …… 110
凸包 …… 110
凸壳 …… 111
均衡集 …… 111
平衡集 …… 111
均衡凸集 …… 111
绝对凸集 …… 111
均衡凸包 …… 111
拓扑线性空间 …… 111
线性拓扑空间 …… 111
拓扑向量空间 …… 111
线性拓扑 …… 111
向量拓扑 …… 111
线性同胚 …… 111
线性同胚映射 …… 111
线性拓扑同构 …… 111
凸体 …… 111
有界集 …… 111
完备的拓扑线性空间 …… 111
序列完备的拓扑线性空间 …… 111
有界完备的拓扑线性空间 …… 111
拟完备的拓扑线性空间 …… 111
度量线性空间 …… 111
线性距离空间 …… 111
平移不变距离 …… 111
均衡平移不变距离 …… 112
可度量化的拓扑线性空间 …… 112
局部有界空间 …… 112
次可加泛函 …… 112
闵科夫斯基泛函 …… 112
拓扑线性空间的泛函延拓定理 …… 112
对偶空间 …… 112
局部凸空间 …… 112
不交凸集的分隔性定理 …… 112
端点定理 …… 113
克列因-米尔曼端点定理 …… 113
端点 …… 113
范数拓扑 …… 113
可赋范拓扑线性空间 …… 113
赋可列半范线性空间 …… 113
赋可列范线性空间 …… 113
线性空间的对偶 …… 113
自然对偶 …… 113
弱拓扑 …… 113
弱 * 拓扑 …… 113
弱收敛 …… 113
舒尔空间 …… 113
格罗腾迪克-巴拿赫空间 …… 113
巴拿赫-阿劳格鲁定理 …… 114
弱 * 收敛 …… 114
强拓扑 …… 114
强收敛 …… 114
魁特序列空间 …… 114
弱算子拓扑 …… 114
强算子拓扑 …… 114
强基本定向列 …… 114
弱基本定向列 …… 114
弱 * 基本定向列 …… 114
弱序列完备 …… 115
弱 * 序列完备 …… 115
弱有界集 …… 115
弱 * 列紧 …… 115
弱列紧 …… 115
强列紧 …… 115
马祖尔空间 …… 115
囿集 …… 115
囿空间 …… 115
有界型空间 …… 115
桶型空间 …… 115
桶集 …… 115
几乎开线性映射 …… 115
拟桶型空间 …… 115
拟桶集 …… 115
可允许拓扑 …… 115
可允许集族 …… 115
相容拓扑 …… 115
麦基空间 …… 115
麦基拓扑 …… 116
对偶不变性 …… 116
极 …… 116
双极定理 …… 116
极拓扑 …… 116
自反局部凸空间 …… 116
半自反局部凸空间 …… 116
蒙泰尔空间 …… 116
核映射 …… 116
核型空间 …… 116
归纳极限 …… 116
严格归纳极限 …… 116
严格归纳局部凸拓扑 …… 117
投影拓扑 …… 117
投影极限 …… 117

巴拿赫空间与希尔伯特空间

赋范线性空间 …… 117

范数 …… 117
巴拿赫空间 …… 117
半范数 …… 117
准范数 …… 117
赋准范线性空间 …… 117
拟范数 …… 117
弗雷歇空间 …… 117
保范同构 …… 117
保范映射 …… 118
等距同构 …… 118
等距映射 …… 118
万有空间 …… 118
等价范数 …… 118
闭线性子空间 …… 118
商赋范线性空间 …… 118
赋范线性空间的直和 …… 118
赋范线性空间的共轭空间 …… 118
赋范线性空间的伴随空间 …… 118
赋范线性空间的对偶空间 …… 118
哈恩-巴拿赫延拓定理 …… 118
线性泛函延拓定理 …… 118
扩张性质 …… 119
巴拿赫极限 …… 119
广义极限 …… 119
里斯引理 …… 119
巴拿赫空间的同胚问题 …… 119
一致同胚 …… 119
李普希茨同胚 …… 119
巴拿赫-马祖尔距离 …… 119
正规结构 …… 119
自反的赋范线性空间 …… 119
詹姆斯空间 …… 120
次自反空间 …… 120
弱紧生成空间 …… 120
超自反巴拿赫空间 …… 120
一致凸赋范线性空间 …… 120
严格凸赋范线性空间 …… 120
平性凸赋范线性空间 …… 120
巴拿赫-萨克斯性质 …… 120
弱巴拿赫-萨克斯性质 …… 121
光滑巴拿赫空间 …… 121
绍德尔基 …… 121
可数基 …… 121
对偶向量族 …… 121
双正交系 …… 121
巴拿赫空间中的级数 …… 121
级数的收敛 …… 121
级数的绝对收敛 …… 121
级数的无条件收敛 …… 121
基的等价性 …… 121
无条件基 …… 122
条件基 …… 122
逼近问题 …… 122
逼近性质 …… 122
埃伯莱因-斯穆良定理 …… 122
德窖特茨基-罗杰斯定理 …… 122
内积空间 …… 122
内积 …… 122
希尔伯特空间 …… 122
希尔伯特空间的共轭空间 …… 123
施瓦兹不等式 …… 123
正交 …… 123
直交 …… 123
直交补 …… 123
正交补 …… 123
正交投影 …… 123
直交投影 …… 123
规范正交系 …… 123
直交系 …… 123
正交系 …… 123
正规正交系 …… 123
就范正交系 …… 123
贝塞尔不等式 …… 123
里斯-菲舍尔定理 …… 123
完全正交系 …… 123
完备正交系 …… 123
帕塞瓦尔等式 …… 124
正交和 …… 124
直交和 …… 124
正交化 …… 124
格拉姆-施密特正交化过程 …… 124
内积空间的等距同构 …… 124
规范正交基 …… 124
正规正交基 …… 124
可补空间 …… 124
希尔伯特空间的维数 …… 124
半双线性泛函 …… 124
埃尔米特双线性泛函 …… 124
对称双线性泛函 …… 125
二次泛函 …… 125
极化恒等式 …… 125
不定度规空间 …… 125
不定内积空间 …… 125
正性向量 …… 125
负性向量 …… 125
迷向向量 …… 125

零性向量 …… 125
正性子空间 …… 125
负性子空间 …… 125
零性子空间 …… 125
半负子空间 …… 125
半正子空间 …… 125
非退化子空间 …… 125
庞特里亚金空间 …… 125
克列因空间 …… 125
庞特里亚金空间的正则分解 …… 125

广义函数

广义函数 …… 125
分布 …… 126
狄喇克 δ 函数 …… 126
狄喇克分布 …… 126
基本函数空间 K …… 126
广义函数空间 K' …… 127
正则广义函数 …… 127
局部可积函数 …… 127
δ 式函数列 …… 127
广义函数的导数 …… 127
广义函数的原函数 …… 127
广义函数的不定积分 …… 127
广义函数的支集 …… 127
有限阶广义函数 …… 127
基本函数的傅里叶变换 …… 128
基本函数空间 Z …… 128
广义函数空间 Z' …… 128
广义函数与函数的乘积 …… 128
广义函数的直积 …… 128
广义函数的张量积 …… 128
广义函数的卷积 …… 128
广义函数的傅里叶变换 …… 128
基本函数空间 $\mathscr{S}$ …… 129
广义函数空间 $\mathscr{S}'$ …… 129

有序线性空间

有序线性空间 …… 129
半序线性空间 …… 129
里斯空间 …… 129
格序空间 …… 130
向量格 …… 130
序有界 …… 130
正元 …… 130
正锥 …… 130
阿基米德单位 …… 130
序收敛 …… 130
序极限 …… 130
阿基米德向量格 …… 130
序完备向量格 …… 130
σ 完备向量格 …… 130
K 空间 …… 130
巴拿赫格 …… 130
抽象空间 $L^p(1\leqslant p\leqslant+\infty)$ …… 131
对偶格 …… 131
序有界线性算子 …… 131
正线性算子 …… 131
拓扑里斯空间 …… 131
局部序凸空间 …… 131

线性算子

算子理论 …… 131
线性算子 …… 132
线性泛函 …… 132
线性映射 …… 132
可加算子 …… 132
齐次算子 …… 132
单射线性算子 …… 132
内射线性算子 …… 132
满射线性算子 …… 132
双射线性算子 …… 132
恒等算子 …… 132
线性算子的初等运算 …… 132
逆算子 …… 132
有界线性算子 …… 132
无界线性算子 …… 132
有界线性泛函 …… 132
线性算子的零空间 …… 132
线性算子的核 …… 132
有界线性算子的范数 …… 132
有界线性泛函的范数 …… 133
有界线性算子空间 …… 133
可逆线性算子 …… 133
正则线性算子 …… 133
闭线性算子 …… 133
线性映射的图象 …… 133
稠定闭线性算子 …… 133
稠定线性算子 …… 133
共轭线性算子 …… 133
伴随线性算子 …… 133
对偶线性算子 …… 133
共鸣定理 …… 133
一致有界性原理 …… 134

巴拿赫-施坦豪斯定理 …… 134
奇异性凝聚原理 …… 134
开映射定理 …… 134
开映照定理 …… 134
开映像定理 …… 134
巴拿赫逆算子定理 …… 134
闭图象定理 …… 134
线性算子的闭值域定理 …… 134
算子值域 …… 134
线性算子的闭扩张 …… 134
线性算子的闭延拓 …… 134
线性算子的最小闭扩张 …… 134
稠定线性算子的闭扩张 …… 134
特征值 …… 135
特征向量 …… 135
本征值 …… 135
本征向量 …… 135
特征子空间 …… 135
特征值的重复度 …… 135
正则集 …… 135
预解集 …… 135
谱集 …… 135
谱 …… 135
点谱 …… 135
近似点谱 …… 135
连续谱 …… 135
剩余谱 …… 135
预解算子 …… 135
预解方程 …… 135
谱半径 …… 135
相似线性算子 …… 135
拟相似线性算子 …… 135
幂等算子 …… 135
投影算子 …… 135
幂零算子 …… 135
拟幂零算子 …… 136
广义幂零算子 …… 136
代数算子 …… 136
有限秩算子 …… 136
紧算子 …… 136
全连续算子 …… 136
多项式紧算子 …… 136
里斯-绍德尔理论 …… 136
施凯特 p 类算子 …… 136
迹类算子 …… 137
希尔伯特-施密特算子 …… 137
希尔伯特-施密特范数 …… 137
迹范数 …… 137
弗雷德霍姆算子 …… 137
不变子空间 …… 137
不变子空间格 …… 137
算子的换位 …… 137
超不变子空间 …… 137
循环子空间 …… 137
谱极大子空间 …… 137
可分解算子 …… 137
线性算子的单值扩张性 …… 138
局部谱 …… 138
局部预解集 …… 138
谱算子 …… 138
纯量算子 …… 138
线性算子扰动理论 …… 138
算子演算 …… 138
谱映射定理 …… 139
导算子 …… 139
广义导算子 …… 139
初等算子 …… 139
正交投影算子 …… 139
直交投影算子 …… 139
投影算子 …… 139
射影算子 …… 139
约化子空间 …… 139
线性算子的正交和 …… 139
谱测度 …… 139
单位分解 …… 139
谱测度空间 …… 139
谱积分 …… 139
弱谱积分 …… 140
一致谱积分 …… 140
谱测度的支集 …… 140
谱系 …… 140
等距算子 …… 140
部分等距算子 …… 140
酉算子 …… 140
酉算子的谱分解 …… 141
酉算子的谱表示 …… 141
酉等价 …… 141
收缩算子 …… 141
压缩算子 …… 141
酉膨胀 …… 141
自伴算子 …… 141
自共轭算子 …… 141
自伴算子的谱分解 …… 141
自伴算子的谱表示 …… 141
对称算子 …… 141
埃尔米特算子 …… 141

凯莱变换 …… 141
对称算子的自伴扩张 …… 142
亏指数 …… 142
亏子空间 …… 142
半有界算子 …… 142
上半有界算子 …… 142
下半有界算子 …… 142
正定算子 …… 142
负定算子 …… 142
本质自伴算子 …… 142
正算子 …… 142
线性算子的极分解 …… 142
极大极分解 …… 142
线性算子的直角分解 …… 142
正规算子 …… 142
正常算子 …… 142
正规算子的谱分解 …… 142
正规算子的谱表示 …… 142
普特兰姆-富格里德定理 …… 143
拟正规算子 …… 143
拟正常算子 …… 143
次正规算子 …… 143
次正常算子 …… 143
正规扩张 …… 143
最小正规扩张 …… 143
亚正规算子 …… 143
亚正常算子 …… 143
移位算子 …… 143
单侧移位算子 …… 143
双侧移位算子 …… 143
平移算子 …… 143
加权移位算子 …… 143
洛朗算子 …… 144
洛朗矩阵 …… 144
特普利茨算子 …… 144
特普利茨矩阵 …… 144
解析特普利茨算子 …… 144
线性算子的交换子 …… 144
线性算子的自交换子 …… 144

算子半群

算子半群 …… 144
C_0 类算子半群 …… 144
C_0 类等度连续算子半群 …… 144
算子半群的无穷小生成元 …… 144
巴拿赫空间上的算子半群 …… 145
算子半群的指标 …… 145
算子半群的拉普拉斯变换 …… 145
希尔-吉田耕作定理 …… 145
算子半群的近似式 …… 145
算子群 …… 145
C_0 类算子群 …… 146
压缩算子半群 …… 146
半内积 …… 146
耗散算子 …… 146
解析算子半群 …… 146
紧算子半群 …… 146
可微算子半群 …… 146
酉算子群 …… 146
酉算子群的斯通定理 …… 146
对偶半群 …… 146
抽象柯西问题 …… 146

算子代数

巴拿赫代数 …… 147
B 代数 …… 147
赋范代数 …… 147
赋范环 …… 147
拟逆元 …… 147
拟可逆元 …… 147
正则元 …… 147
谱半径 …… 147
广义幂零元 …… 147
拓扑幂零元 …… 147
巴拿赫代数的根 …… 147
半单的巴拿赫代数 …… 147
巴拿赫代数的表示 …… 147
不可约表示 …… 147
拓扑不可约表示 …… 147
交换巴拿赫代数 …… 147
维纳代数 …… 147
函数代数 …… 148
一致代数 …… 148
极大代数 …… 148
圆盘代数 …… 148
可乘线性泛函 …… 148
极大理想 …… 148
交换巴拿赫代数的表示 …… 148
盖尔范德表示 …… 148
巴拿赫 * 代数 …… 148
B^* 代数 …… 148
对合运算 …… 148
* 表示 …… 148
对称巴拿赫代数 …… 148

C^*代数 …… 148
C^*范数 …… 148
C^*半范数 …… 149
包络C^*代数 …… 149
核C^*代数 …… 149
内射C^*代数 …… 149
简单C^*代数 …… 149
一致超有限代数 …… 149
UHF 代数 …… 149
AF 代数 …… 149
CCR 代数 …… 149
GCR 代数 …… 149
本原C^*代数 …… 149
本原理想 …… 149
素C^*代数 …… 149
C^*代数的素理想 …… 149
特普利茨代数 …… 149
交换C^*代数的表示 …… 149
正线性泛函 …… 149
C^*代数中的正元 …… 150
态 …… 150
纯态 …… 150
C^*代数上正线性映射 …… 150
n正线性映射 …… 150
完全正线性映射 …… 150
n正线性泛函 …… 150
完全正线性泛函 …… 150
迹正线性泛函 …… 150
C^*代数的表示 …… 150
C^*代数的忠实表示 …… 150
C^*代数的循环表示 …… 150
GNS 构造 …… 150
自伴算子代数 …… 150
冯·诺伊曼代数 …… 150
弱闭对称算子环 …… 151
W^*代数 …… 151
卡尔金代数 …… 151
本质谱 …… 151
极大交换自伴代数 …… 151
超有限代数 …… 151
二次换位定理 …… 151
卡普兰斯基稠密性定理 …… 151
迹 …… 151
有限迹 …… 151
半有限迹 …… 151
正规迹 …… 151
冯·诺伊曼代数的分类 …… 151
纯无限冯·诺伊曼代数 …… 151
半有限冯·诺伊曼代数 …… 151
有限冯·诺伊曼代数 …… 151
冯·诺伊曼代数的中心 …… 151
Ⅰ型冯·诺伊曼代数 …… 151
Ⅱ型冯·诺伊曼代数 …… 151
Ⅲ型冯·诺伊曼代数 …… 151
阿贝尔投影 …… 151
冯·诺伊曼代数的分解 …… 152
因子 …… 152
I_n型因子 …… 152
II_1型因子 …… 152
II_∞型因子 …… 152
Ⅲ型因子 …… 152
等价的投影 …… 152
投影的比较 …… 152
有限投影 …… 152
半有限投影 …… 152
纯无限投影 …… 152
无限投影 …… 152
相对维数函数 …… 152
三角算子代数 …… 152
套代数 …… 152
自反算子代数 …… 153
拓扑代数 …… 153
局部凸拓扑代数 …… 153
局部有界拓扑代数 …… 153
局部m凸拓扑代数 …… 153

非线性算子

非线性算子 …… 153
非线性映射 …… 153
映射的连续性 …… 153
连续映射 …… 153
弱连续映射 …… 153
次连续映射 …… 153
强连续映射 …… 153
映射的依序列连续性 …… 153
有限连续映射 …… 154
有限n连续映射 …… 154
半连续映射 …… 154
一致连续映射 …… 154
李普希茨连续映射 …… 154
李普希茨常数 …… 154
李普希茨条件 …… 154
局部李普希茨连续映射 …… 154
有界映射 …… 154

局部有界映射 …… 154
加托微分 …… 154
G 微分 …… 155
弱微分 …… 155
加托导算子 …… 155
加托可微 …… 155
G 可微 …… 155
有界线性弱微分 …… 155
弗雷歇微分 …… 155
F 微分 …… 155
强微分 …… 155
弗雷歇导算子 …… 155
弗雷歇可微 …… 155
F 可微 …… 155
严格可微 …… 155
渐近导算子 …… 155
偏导算子 …… 155
n 线性算子 …… 155
对称的 n 线性算子 …… 155
n 线性型 …… 155
有界 n 线性算子 …… 155
高阶加托微分 …… 155
高阶弱微分 …… 156
高阶 G 微分 …… 156
高阶加托导算子 …… 156
高阶 G 导算子 …… 156
高阶弱导算子 …… 156
高阶弗雷歇微分 …… 156
高阶强微分 …… 156
高阶 F 微分 …… 156
高阶微分 …… 156
高阶弗雷歇导算子 …… 156
高阶强导算子 …… 156
高阶 F 导算子 …… 156
高阶导算子 …… 156
C^r 映射 …… 156
加托幂级数 …… 156
G 幂级数 …… 156
弗雷歇幂级数 …… 157
F 幂级数 …… 157
加托全纯映射 …… 157
G 全纯映射 …… 157
弗雷歇解析映射 …… 157
F 解析映射 …… 157
加托-泰勒公式 …… 157
弗雷歇-泰勒公式 …… 157
反函数定理 …… 157
隐函数定理 …… 157
非线性特征值 …… 157
非线性本征值 …… 157
非线性特征向量 …… 157
非线性特征元 …… 157
分歧理论 …… 157
分歧点 …… 158
歧点 …… 158
分叉点 …… 158
分歧解 …… 158
李亚普诺夫-施密特过程 …… 158
分歧方程 …… 158
巴拿赫流形 …… 158
巴拿赫流形上的 C^r 映射 …… 158
巴拿赫流形的切向量 …… 158
巴拿赫流形的切空间 …… 158
巴拿赫向量丛 …… 159
巴拿赫流形的切丛 …… 159
巴拿赫流形的余切丛 …… 159
巴拿赫流形的余切向量 …… 159
巴拿赫流形的余切空间 …… 159
切映射 …… 159
导算子 …… 159
局部浸入 …… 159
核裂 …… 159
值裂 …… 159
双裂 …… 159
局部浸盖 …… 159
嵌入 …… 159
正则嵌入 …… 159
映射的正则点 …… 159
映射的奇异点 …… 160
映射的临界点 …… 160
映射的正则值 …… 160
映射的奇异值 …… 160
映射的临界值 …… 160
巴拿赫流形的子流形 …… 160
正则子流形 …… 160
横截性 …… 160
萨德-斯梅尔定理 …… 160
弗雷德霍姆映射 …… 160
切向量场 …… 160
向量场 …… 160
余切向量场 …… 160
向量场的积分曲线 …… 160
向量场产生的流 …… 160
芬斯勒结构 …… 160
巴拿赫-芬斯勒流形 …… 161
芬斯勒度量 …… 161

完备的巴拿赫-芬斯勒流形 …… 161
希尔伯特流形 …… 161
希尔伯特-黎曼流形 …… 161
黎曼度量 …… 161
完备的希尔伯特-黎曼流形 …… 161
紧连续映射 …… 161
紧连续向量场 …… 161
全连续映射 …… 161
全连续向量场 …… 161
固有映射 …… 161
压缩映射 …… 161
压缩向量场 …… 162
非扩张映射 …… 162
严格非扩张映射 …… 162
扩张映射 …… 162
非紧性测度 …… 162
集压缩映射 …… 162
集压缩向量场 …… 162
凝聚映射 …… 162
凝聚向量场 …… 162
局部集压缩映射 …… 162
局部凝聚映射 …… 162
映射的基本集 …… 162
紧支撑映射 …… 162
紧支撑向量场 …… 163
终归紧映射 …… 163
终归紧向量场 …… 163
极限紧映射 …… 163
极限紧向量场 …… 163
锥映射 …… 163
正算子 …… 163
增算子 …… 163
减算子 …… 163
u_0 凹算子 …… 163
u_0 凸算子 …… 163
弱内向映射 …… 163
单调映射 …… 163
严格单调映射 …… 163
强单调映射 …… 163
极大单调映射 …… 163
(S)型映射 …… 164
$(S)_+$型映射 …… 164
伪单调映射 …… 164
(M)型映射 …… 164
增生映射 …… 164
极大增生映射 …… 164
逼近格式 …… 164
逼近固有映射 …… 164
梯度映射 …… 165
集值映射 …… 165
多值映射 …… 165
上半连续集值映射 …… 165
下半连续集值映射 …… 165
连续集值映射 …… 165
ε 上半连续集值映射 …… 165
ε 下半连续集值映射 …… 165
ε 连续集值映射 …… 165
豪斯多夫距离 …… 165
集值映射的单值选择 …… 166
集值映射的单值逼近 …… 166
可测集值映射 …… 166
集值映射的积分 …… 166
博赫纳积分 …… 167
佩蒂斯积分 …… 167
集值压缩映射 …… 167
集值非扩张映射 …… 167
集值紧映射 …… 167
集值全连续映射 …… 167
集值集压缩映射 …… 167
集值凝聚映射 …… 167
集值向量场 …… 167
集值锥映射 …… 167
集值逼近固有映射 …… 167
集值单调映射 …… 167
集值极大单调映射 …… 167
集值(S)型映射 …… 168
集值$(S)_+$型映射 …… 168
集值伪单调映射 …… 168
集值(M)型映射 …… 168
对偶映射 …… 168
集值增生映射 …… 168
单调型映射的满值性定理 …… 168
非光滑分析 …… 168
概率度量空间 …… 169
三角范数 …… 169
门杰空间 …… 169
瓦尔德空间 …… 169
概率度量空间中的收敛序列 …… 169
概率度量空间中的柯西列 …… 169
完备的概率度量空间 …… 169
概率度量空间中的连续映射 …… 169
概率度量空间中的等距 …… 169
概率赋范线性空间 …… 170
门杰概率赋范线性空间 …… 170
瓦尔德概率赋范线性空间 …… 170
概率度量空间上的压缩映射 …… 170

概率直径 …… 170
概率有界集 …… 170
概率预紧集 …… 170
概率非紧性测度 …… 170
概率集压缩映射 …… 171
概率凝聚映射 …… 171

非线性分析拓扑与变分方法

拓扑度 …… 171
布劳威尔度 …… 171
孤立零点的指数 …… 172
旋度 …… 172
锐角原理 …… 172
勒雷-绍德尔度 …… 172
紧支撑向量场的拓扑度 …… 172
集压缩向量场的拓扑度 …… 172
凝聚向量场的拓扑度 …… 172
终归紧向量场的拓扑度 …… 172
锥映射的拓扑度 …… 172
逼近固有映射的广义度 …… 172
有限维流形上映射的拓扑度 …… 173
弗雷德霍姆映射的拓扑度 …… 173
叠合度 …… 173
重合度 …… 173
博苏克-乌拉姆定理 …… 173
霍普夫同伦分类定理 …… 173
杜俊基延拓定理 …… 173
不动点理论 …… 174
不动点 …… 174
不动点指数 …… 174
巴拿赫不动点定理 …… 174
压缩映射不动点定理 …… 174
非扩张映射不动点定理 …… 174
布劳威尔不动点定理 …… 174
莱夫谢茨不动点定理 …… 174
绍德尔不动点定理 …… 174
勒雷-绍德尔边界条件 …… 174
吉洪诺夫不动点定理 …… 175
达伯-萨多夫斯基不动点定理 …… 175
卡里斯梯不动点定理 …… 175
偏序集上映射不动点定理 …… 175
锥映射不动点定理 …… 175
映射族不动点定理 …… 175
集值映射的拓扑度 …… 176
集值映射的不动点 …… 176
集值压缩映射不动点定理 …… 176
角谷静夫-樊墩-格里克斯伯格不动点定理 …… 176
布劳德不动点定理 …… 176
泛函的临界点 …… 176
泛函的临界值 …… 176
下半连续函数 …… 176
依序列下半连续函数 …… 177
弱下半连续泛函 …… 177
依序列弱下半连续泛函 …… 177
强制泛函 …… 177
艾克兰德变分原理 …… 177
(P.S)条件 …… 177
$(P.S)_c$ 条件 …… 177
$(P.S)^+$条件 …… 177
$(P.S)^-$条件 …… 177
梯度向量场 …… 177
梯度下降流 …… 177
伪梯度向量场 …… 177
伪梯度流 …… 177
合痕 …… 177
形变引理 …… 178
极小极大原理 …… 178
山路引理 …… 178
环绕 …… 178
畴数 …… 178
柳斯捷尔尼克-施尼雷尔曼重数定理 …… 179
非退化临界点 …… 179
退化临界点 …… 179
莫尔斯泛函 …… 179
莫尔斯指数 …… 179
广义莫尔斯引理 …… 179
临界群 …… 179
莫尔斯型数 …… 179
莫尔斯不等式 …… 180
群作用下的不变泛函 …… 180
等变映射 …… 180
指标理论 …… 180
Z_2 指标 …… 180
S^1 指标 …… 181

微分算子与积分算子

现代微分算子理论 …… 181
微分算子 …… 181
常微分算子 …… 181
偏微分算子 …… 181
线性微分算子 …… 181
位相函数 …… 181
振幅函数 …… 181
振荡积分 …… 182

傅里叶分布 …… 182
拟微分算子 …… 183
象征 …… 183
象征运算 …… 184
拟微分算子的有界性 …… 184
哥尔丁不等式 …… 184
傅里叶积分算子 …… 184
叶戈罗夫定理 …… 185
微局部分析 …… 185
仿积 …… 186
仿积算子 …… 187
仿微分算子 …… 187
仿微分算子的象征 …… 187
仿线性化 …… 188
仿傅里叶积分算子 …… 188
弗雷德霍姆线性积分算子 …… 188
弗雷德霍姆行列式 …… 189
弗雷德霍姆理论 …… 189
迭核 …… 190
解核 …… 190
对称核线性积分算子 …… 190
对称核线性积分算子的特征值 …… 190
对称核线性积分算子的特征函数 …… 190
希尔伯特-施密特积分算子 …… 190
希尔伯特-施密特定理 …… 191
正定核 …… 191
拟正定核 …… 191
线性积分算子的分解 …… 191
沃尔泰拉线性积分算子 …… 191
线性积分算子的全连续性 …… 191
克列因-鲁特曼定理 …… 191
卡拉西奥多里条件 …… 192
涅梅茨基算子 …… 192
涅梅茨基算子的位势性 …… 192
沃尔泰拉非线性积分算子 …… 192
哈默斯坦非线性积分算子 …… 192
乌雷松非线性积分算子 …… 193
非线性积分算子的全连续性 …… 193
非线性积分方程中的变分方法 …… 193
非线性积分方程中的拓扑方法 …… 194
维纳-霍普夫积分方程 …… 194
H 方程 …… 194
柯西奇异积分方程 …… 194

变　分　法

变分法 …… 196
变分学 …… 197
黛多问题 …… 197
等周问题 …… 197
牛顿问题 …… 197
费马原理 …… 197
捷线 …… 197
最速落径 …… 197
最速降线 …… 197
测地线 …… 197
短程线 …… 197
极小曲面 …… 197
普拉托问题 …… 198
道格拉斯泛函 …… 198
狄利克雷泛函 …… 198
狄利克雷积分 …… 198
距离 …… 198
零级距离 …… 198
一级距离 …… 198
零级 δ 邻域 …… 198
一级 δ 邻域 …… 198
变分问题 …… 198
变分积分 …… 198
变分被积函数 …… 198
拉格朗日函数 …… 198
容许函数 …… 198
本质边界条件 …… 198
固定边界变分问题 …… 198
极值 …… 198
极值函数 …… 198
极值曲线 …… 198
强极值 …… 198
弱极值 …… 198
相对极值 …… 198
局部极值 …… 198
绝对极值 …… 198
全局极值 …… 199
函数的变分 …… 199
一阶变分 …… 199
变分法基本引理 …… 199
杜·布瓦-雷蒙引理 …… 199
欧拉必要条件 …… 199
欧拉-拉格朗日方程 …… 199
欧拉方程 …… 200
欧拉-拉格朗日方程的不变性 …… 200
平稳函数 …… 200

平稳点 …… 200
平稳值 …… 200
平稳曲线 …… 200
平稳曲面 …… 200
内变分 …… 200
哈密顿张量 …… 200
诺特方程 …… 200
典范方程组 …… 200
勒让德变换 …… 201
哈密顿方程组 …… 201
哈密顿函数 …… 201
雅可比定理 …… 201
哈密顿-雅可比方程 …… 201
典范变换 …… 201
自然边界条件 …… 202
横截性条件 …… 202
自由横截性条件 …… 202
变动边界变分问题 …… 203
自然约束 …… 203
艾德曼-外尔斯特拉斯角条件 …… 203
条件极值 …… 203
约束 …… 203
有限约束 …… 203
微分约束 …… 203
完整约束 …… 203
非完整约束 …… 203
广义等周问题 …… 203
等周约束 …… 203
对偶性质 …… 203
欧拉-拉格朗日定理 …… 203
欧拉-拉格朗日乘数 …… 203
拉格朗日乘数 …… 203
博尔查问题 …… 203
迈尔问题 …… 204
拉格朗日问题 …… 204
二阶变分 …… 204
附属变分问题 …… 204
勒让德条件 …… 204
严格勒让德条件 …… 205
强勒让德条件 …… 205
雅可比条件 …… 205
雅可比方程 …… 205
雅可比算子 …… 205
强雅可比条件 …… 205
共轭点 …… 205
共轭值 …… 205
弱极值的必要条件 …… 205
弱极值的充分条件 …… 206
弱极小的特征值判别法 …… 206
平稳曲线簇 …… 206
斜率函数 …… 206
J 长度 …… 206
J 距离 …… 206
平稳曲线场 …… 206
光程(函数) …… 206
场的基本函数 …… 206
场的横截曲面 …… 206
希尔伯特不变积分 …… 206
外尔斯特拉斯 E 函数 …… 206
外尔斯特拉斯条件 …… 206
迈尔场 …… 207
极值场 …… 208
卡拉西奥多里方程 …… 208
外尔斯特拉斯表示公式 …… 208
强外尔斯特拉斯条件 …… 208
外尔斯特拉斯场 …… 208
最优场 …… 208
克纳塞横截性定理 …… 208
中心平稳曲线场 …… 208
强极值的必要条件 …… 208
强极值的充分条件 …… 208
焦值 …… 209
焦点 …… 209
利赫滕斯坦定理 …… 209
参数变分积分 …… 209
单侧极值 …… 209
线性变分问题 …… 209
极小化极大 …… 210
变分原理 …… 210
虚功原理 …… 210
哈密顿原理 …… 210
最小作用原理 …… 211
最小位能原理 …… 211
弹性理论中的最小位能原理 …… 211
弹性力学中的最小余能原理 …… 211
弹性理论中的广义变分原理 …… 211
变分问题的直接法 …… 211
变分问题的反问题 …… 211
能量法 …… 211
能量积分 …… 211
里茨方法 …… 211
瑞利-里茨方法 …… 212
极小化序列 …… 212
加廖尔金方法 …… 212
坎托罗维奇法 …… 212
特雷夫茨法 …… 212
欧拉法 …… 212

函 数 逼 近 论

函数逼近论 …… 213
函数构造论 …… 214

实变函数逼近论

实变函数逼近论 …… 214
外尔斯特拉斯定理 …… 214
斯通逼近定理 …… 214
函数空间 $C[a,b]$ …… 215
函数空间 $C_{2\pi}$ …… 215
函数类 $L^p[a,b]$ …… 215
函数类 $L^p_{2\pi}$ …… 215
连续性模 …… 215
连续模 …… 215
光滑模 …… 215
最佳逼近 …… 216
最佳一致逼近 …… 216
最佳逼近广义多项式 …… 216
存在性定理 …… 216
哈尔条件 …… 216
切比雪夫组 …… 216
马尔可夫系统 …… 216
马尔可夫系统的逼近 …… 216
交错定理 …… 216
柯尔莫哥洛夫定理 …… 217
惟一性定理 …… 217
哈尔惟一性定理 …… 217
强惟一性定理 …… 217
弗洛伊德定理 …… 217
平均逼近 …… 217
最佳平均逼近 …… 217
哈尔子空间 …… 217
代数多项式逼近 …… 218
最佳逼近多项式 …… 218
切比雪夫定理 …… 218
杰克森定理 …… 218
伯恩斯坦不等式 …… 218
马尔可夫不等式 …… 218
贾德克不等式 …… 218
季曼定理 …… 218
代数多项式逼近的逆定理 …… 219
三角多项式 …… 219
三角多项式逼近 …… 219
最佳逼近三角多项式 …… 219
三角多项式逼近的正定理 …… 219
杰克森型定理 …… 220
三角多项式逼近的逆定理 …… 220
伯恩斯坦型定理 …… 220
等价关系 …… 220
共轭函数逼近 …… 220
L^p_w 度量下的逼近 …… 220
L^p 度量下的逼近 …… 221
平方逼近 …… 221
正交多项式 …… 221
正交多项式系 …… 222
规范正交多项式系 …… 222
雅可比多项式 …… 222
勒让德多项式 …… 222
切比雪夫多项式 …… 222
第一类切比雪夫多项式 …… 223
第二类切比雪夫多项式 …… 223
拉盖尔多项式 …… 223
埃尔米特多项式 …… 223
埃尔米特多项式系 …… 223
哈尔正交系 …… 223
哈尔函数 …… 223
哈尔展开式 …… 223
沃尔什正交系 …… 224
沃尔什函数 …… 224
格雷代码 …… 224
沃尔什逼近 …… 224
沃尔什多项式 …… 225
线性算子逼近 …… 225
$C_{2\pi}$中的饱和性 …… 225
最优逼近阶 …… 225
$C[a,b]$中的饱和性 …… 225
正线性算子逼近 …… 225
科罗夫金定理 …… 226
试验函数 …… 226
伯恩斯坦算子逼近 …… 226
伯恩斯坦多项式 …… 226
伯恩斯坦算子 …… 226
费耶尔算子逼近 …… 226
费耶尔和 …… 226
杰克森算子逼近 …… 226
杰克森核 …… 227
傅里叶和逼近 …… 227
狄利克雷核 …… 227

勒贝格常数 …… 227
瓦莱·普桑和逼近 …… 227
瓦莱·普桑平均 …… 227
切比雪夫级数部分和逼近 …… 227
三角插值多项式逼近 …… 227
拉格朗日插值多项式逼近 …… 228
拉格朗日插值多项式 …… 228
勒贝格函数 …… 228
修正的拉格朗日插值多项式逼近 …… 228
埃尔米特插值多项式逼近 …… 229
埃尔米特插值多项式 …… 229
伯克霍夫插值多项式逼近 …… 229
伯克霍夫插值多项式 …… 229
帕尔型插值逼近 …… 229
埃尔米特-费耶尔插值多项式逼近 …… 229
埃尔米特-费耶尔插值多项式 …… 230
拟埃尔米特-费耶尔插值多项式逼近 …… 230
拟埃尔米特-费耶尔插值多项式 …… 230
线性逼近 …… 230
非线性逼近 …… 230
联合(同时)逼近 …… 230
最佳联合逼近元 …… 231
有理逼近 …… 231
最佳逼近有理函数 …… 231
最佳有理逼近的特征 …… 231
有理逼近的阶 …… 231
纽曼定理 …… 231
单调有理逼近 …… 231
多项式的倒数逼近 …… 231
帕德逼近 …… 232
帕德表 …… 232
单调逼近 …… 232
共单调逼近 …… 232
逐段多项式逼近 …… 232
强性逼近 …… 232
闵茨逼近 …… 233
闵茨系统 …… 233
闵茨多项式 …… 233
缺项多项式逼近 …… 233
有限阶整函数逼近 …… 233
阿希士尔-列维坦积分逼近 …… 233
阿希士尔-列维坦积分 …… 233
函数类的逼近阶 …… 234
法瓦尔定理 …… 234
类 Λ_ω 的逼近 …… 234
宽度 …… 234
最优子空间 …… 234
线性宽度 …… 234
极子空间 …… 235
熵 …… 235
度量熵 …… 235
ε 覆盖 …… 235
ε 网 …… 235
容量 …… 235

复变函数逼近论

复变函数逼近论 …… 235
龙格定理 …… 236
PA 性质 …… 236
伯恩斯坦引理 …… 236
梅尔捷良定理 …… 236
伯格曼核函数 …… 236
比伯巴赫多项式 …… 236
赛格多项式 …… 236
费伯多项式 …… 236
费伯展开式 …… 236
费伯系数 …… 236
费伯变换 …… 236
费伯算子 …… 237
费伯区域 …… 237
广义费伯多项式 …… 237
贾德克核 …… 237
斯米尔诺夫区域 …… 237
埃尔米特插值公式 …… 237
一致分布 …… 237
卡尔马-沃尔什定理 …… 237
过收敛 …… 238
费耶尔节点 …… 238
费克特节点 …… 238
阿尔佩尔条件 …… 238

抽象逼近

抽象逼近 …… 238
逼近集 …… 238
凸逼近 …… 238
太阳集 …… 238
太阳点 …… 239
切比雪夫集 …… 239
几乎切比雪夫集 …… 239
克利猜测 …… 239
柯尔莫哥洛夫特征 …… 239

调 和 分 析

调和分析 …… 240
傅里叶分析 …… 240
经典调和分析 …… 240
非三角傅里叶分析 …… 240

一元傅里叶分析

傅里叶级数 …… 240
重排函数 …… 241
洛伦兹空间 …… 241
卷积 …… 241
恒等逼近 …… 241
傅里叶系数 …… 241
余弦傅里叶系数 …… 241
正弦傅里叶系数 …… 241
狄利克雷核 …… 241
傅里叶部分和 …… 241
勒贝格常数 …… 241
局部化原理 …… 241
共轭级数 …… 242
共轭函数 …… 242
卢津猜测 …… 242
卡尔松-亨特定理 …… 242
正交函数系 …… 242
正交系 …… 242
规范正交系 …… 242
就范正交系 …… 242
完备系 …… 242
帕塞瓦尔等式 …… 243
帕塞瓦尔定理 …… 243
乘子 …… 243
马钦凯维奇乘子定理 …… 243
豪斯多夫-杨定理 …… 243
多重傅里叶级数 …… 243
傅里叶级数的线性求和 …… 243
傅里叶级数的线性求和法 …… 243
切萨罗求和 …… 244
切萨罗数 …… 244
切萨罗平均 …… 244
费耶尔求和 …… 244
费耶尔平均 …… 244
费耶尔核 …… 244
瓦莱·普桑平均 …… 244
强求和 …… 244
哈代求和 …… 244
泊松平均 …… 244
泊松核 …… 244
吉布斯现象 …… 244

多元傅里叶分析

傅里叶变换 …… 245
普朗歇尔定理 …… 245
阿贝尔-泊松平均 …… 245
高斯-外尔斯特拉斯平均 …… 245
博赫纳-里斯平均 …… 245
调和函数 …… 245
复值调和函数 …… 246
共轭调和函数 …… 246
共轭调和函数系 …… 246
次调和函数 …… 246
球调和函数 …… 246
球体调和函数 …… 246
球面调和函数 …… 246
调和多项式 …… 246
带调和函数 …… 246
泊松积分 …… 246
豪斯多夫-杨不等式 …… 246
黎曼-勒贝格引理 …… 246
佩利-维纳定理 …… 246
施瓦兹空间 …… 247
缓增广义函数 …… 247
弱导数 …… 247
索伯列夫空间 …… 247
贝塞尔位势空间 …… 247
别索夫空间 …… 247
共轭傅里叶积分 …… 247
傅里叶乘子 …… 247
乘子算子 …… 248
米赫林乘子定理 …… 248
赫尔曼德尔乘子定理 …… 248

奇异积分算子

考尔德伦-赞格蒙奇异积分 …… 248
考尔德伦-赞格蒙变换 …… 248
考尔德伦-赞格蒙分解引理 …… 248
考尔德伦-赞格蒙算子 …… 248
考尔德伦-赞格蒙核 …… 248
$T1$ 定理 …… 248
哈代-李特尔伍德极大函数 …… 249

哈代-李特尔伍德极大算子 …… 249
马肯厚普条件 …… 249
A_p 条件 …… 249
A_p 权 …… 249
希尔伯特变换 …… 249
里斯变换 …… 249
里斯位势 …… 250
李特尔伍德-佩利 g 函数 …… 250
卢津面积积分 …… 250
马钦凯维奇积分 …… 250
弱(p,q)型算子 …… 250
弱(p,q)范数 …… 250
强(p,q)型算子 …… 250
强(p,q)范数 …… 250
线性算子内插定理 …… 250
里斯凸性定理 …… 250
马钦凯维奇内插定理 …… 250
哈代空间 …… 251
H^p 空间 …… 251
哈代空间的实变特征 …… 251
BMO 函数空间 …… 251
函数 …… 252
BMO 范数 …… 252
约翰-尼伦伯格不等式 …… 252
原子 …… 252
原子 H^p 空间 …… 252
分子 …… 252
块函数 …… 252
块生成的空间 …… 252
维塔利-维纳覆盖引理 …… 253
惠特尼覆盖引理 …… 253
赫尔德空间 …… 253
赞格蒙空间 …… 253
特里贝尔-立卓金空间 …… 253
傅里叶变换的反演公式 …… 253
卡尔松测度 …… 253
帐篷空间 …… 254
考尔德伦表示定理 …… 254
柯特拉不等式 …… 254
费弗曼-施坦不等式 …… 254
好 λ 不等式 …… 254
振荡型积分 …… 254
考尔德伦交换子 …… 254
多线性算子 …… 255
柯尔莫哥洛夫不等式 …… 255
逆向赫尔德不等式 …… 255
齐型空间 …… 255
局部哈代空间 …… 255
挂谷宗一极大函数 …… 255
傅里叶变换的限制定理 …… 255
振荡型奇异积分 …… 255
VMO 函数空间 …… 255
奇异拉东变换 …… 256
赫茨空间 …… 256
拉德马赫函数系 …… 256

抽象调和分析

抽象调和分析 …… 257
彼得-外尔定理 …… 257
紧李群上的傅里叶级数 …… 257
非紧半单李群上的傅里叶变换 …… 257
傅里叶变换的反演 …… 257
普朗歇尔定理 …… 258
局部域 …… 258
p 级数域 …… 258
p 进数域 …… 258
非阿基米德赋值 …… 258
特征 …… 258
特征群 …… 258
局部域上的傅里叶级数 …… 258
局部域上的检验函数空间 …… 259
局部域上的分布 …… 259
局部域上的分布空间 …… 259
局部域上的傅里叶变换 …… 259
局部域上的泊松型核 …… 259
局部域上的特征的分歧性质 …… 259
K^* 上的梅林变换 …… 259
K^* 上的逆梅林变换 …… 260
局部域上的 Γ 函数 …… 260
局部域上的 B 函数 …… 260
里斯分数次积分 …… 260
贝塞尔位势 …… 260
哈代-李特尔伍德极大函数 …… 260
乘子 …… 260
正则函数 …… 260
正则化 …… 260
维纳型覆盖引理 …… 260
考尔德伦-赞格蒙型分解 …… 260
局部域上的希尔伯特变换 …… 261
L^r_α 空间 …… 261
别索夫空间 …… 261
局部域上函数的导数 …… 261
局部域上的恒等逼近核 …… 261
局部紧交换群 …… 261
LCA 群 …… 261

特征标 …… 261
对偶群 …… 261
特征标群 …… 261
庞特里亚金对偶性定理 …… 261
傅里叶变换 …… 261
傅里叶反演公式 …… 262
傅里叶-斯蒂尔杰斯变换 …… 262
正定函数 …… 262
博赫纳定理 …… 262
普朗歇尔定理 …… 262
帕塞瓦尔公式 …… 262
普朗歇尔变换 …… 262

流形上的分析

流形上的分析 …… 263
大范围分析 …… 263
整体分析 …… 263

流形上的微积分

流形上的微积分 …… 264
区图 …… 264
图册 …… 265
C^k 类微分结构 $\mathscr{F}$ …… 265
局部坐标系 …… 265
C^k 流形 …… 265
光滑流形 …… 265
微分流形 …… 265
积流形 …… 265
C^k 流形间的 C^k 映射 …… 265
C^k 微分同胚 …… 265
单位分解 …… 265
单位分解存在性定理 …… 265
芽 …… 265
节 …… 265
导子 …… 265
切向量 …… 266
切空间 …… 266
曲线上的切向量 …… 266
余切空间 …… 266
余切向量 …… 266
映射的微分 …… 266
浸入 …… 267
浸入映射 …… 267
单浸入 …… 267
嵌入 …… 267
子流形 …… 267
正则子流形 …… 267
正则嵌入 …… 267
惠特尼浸入定理 …… 267
惠特尼嵌入定理 …… 267
嵌入存在性定理 …… 267
浸入的存在性定理 …… 267
沃尔定理 …… 267
赫弗里格定理 …… 267
反函数定理 …… 267
秩定理 …… 267
淹没 …… 267
典型淹没 …… 268
横截映射 …… 268
托姆横截性引理 …… 268
零测度 …… 268
萨德定理 …… 268
切丛 …… 268
余切丛 …… 268
纤维丛 …… 268
纤维 …… 269
典型纤维 …… 269
坐标丛 …… 269
转移函数 …… 269
丛射 …… 269
向量丛 …… 269
纤维丛的截面 …… 269
实向量丛 …… 269
复向量丛 …… 269
诱导丛 …… 269
拉回 …… 269
C^k 类可微纤维丛 …… 269
向量场 …… 269
光滑向量场 …… 270
不变向量场 …… 270
李括号 …… 270
雅可比恒等式 …… 270
活动标架 …… 270
向量场的积分曲线 …… 270
光滑流 …… 270
局部流 …… 270
单参数微分同胚群 …… 270
c 维分布 …… 270
光滑分布 …… 270
对合分布 …… 270
积分流形 …… 271

弗罗贝尼乌斯定理(第一形式) …… 271
弗罗贝尼乌斯定理(经典形式) …… 271
极大积分流形 …… 271
向量空间的张量积 …… 271
向量空间的张量代数 …… 271
张量 …… 271
反变张量 …… 271
协变张量 …… 271
齐次张量 …… 272
对称张量 …… 272
反对称张量 …… 272
对称化算子 …… 272
反对称化算子 …… 272
外积 …… 272
外代数 …… 272
格拉斯曼代数 …… 273
(r,s)型张量丛 …… 273
(r,s)型张量场 …… 273
外形式丛 …… 273
微分形式 …… 273
外微分 …… 273
外微分算子 …… 273
外导数 …… 273
向量场的李导数 …… 273
微分形式的李导数 …… 273
微分理想 …… 273
理想的积分流形 …… 274
弗罗贝尼乌斯定理(第二形式) …… 274
向量空间的定向 …… 274
可定向流形 …… 274
流形的定向 …… 274
保定向映射 …… 274
可微奇异 p 单形 …… 274
标准 p 单形 …… 274
p 链 …… 274
链的边缘 …… 274
链上的积分 …… 274
斯托克斯定理 …… 274
带边 C^k 流形 …… 275
边缘的定向 …… 275
无限维流形 …… 275
E 流形 …… 275
希尔伯特流形 …… 275
切纤维丛 …… 275
模 E 子流形 …… 276
微分形式 …… 276
辛形式 …… 276
达布定理 …… 276
复流形 …… 276
复子流形 …… 276
全纯映射 …… 276
施坦流形 …… 276
复射影空间 …… 277
代数簇 …… 277
周(炜良)定理 …… 277
代数流形 …… 277
复超平面 …… 277
复环面 …… 277
阿贝尔簇 …… 277
黎曼形式 …… 277
纯不连续群 …… 277
霍普夫流形 …… 277
霍普夫纤维化 …… 277
解析超曲面 …… 277
可约解析子集 …… 277
复化 …… 277
复结构 …… 278
殆复流形 …… 278
殆复结构 …… 278
共轭映射 …… 278
共轭向量空间 …… 278
复化线性映射 …… 278
$_cE$ 的外代数 …… 278
$_cE'$ 的外代数 …… 278
对偶向量丛 …… 278
全纯向量丛 …… 278
反全纯向量丛 …… 279
复化切丛 …… 279
复化余切丛 …… 279
复微分 p 形式 …… 279
复化李括号 …… 279
挠率 …… 279
算子 ∂ …… 279
算子 $\bar{\partial}$ …… 279
铎尔博尔-格罗腾迪克引理 …… 279
复线丛 …… 279
全纯线丛 …… 279
黎曼曲面 …… 279
标准丛 …… 279
超平面截面丛 …… 279
几何亏格 …… 279
埃尔米特形式 …… 279
列维形式 …… 280
M 的定义函数 …… 280
q 拟凸域 …… 280
SLp 域 …… 280

弱正向量丛 …… 280
弱负向量丛 …… 280
小平邦彦嵌入定理 …… 280

莫尔斯理论

莫尔斯理论 …… 280
临界点 …… 281
临界值 …… 281
非退化临界点 …… 281
退化临界点 …… 281
黑塞矩阵 …… 281
退化阶数 …… 281
指数 …… 281
莫尔斯函数 …… 281
莫尔斯引理 …… 281
流形的同伦型 …… 282
球面的拓扑特征 …… 282
莫尔斯不等式 …… 282
临界点理论 …… 282
道路空间的变分 …… 282
道路空间 …… 283
能量 …… 283
第一变分公式 …… 283
第二变分公式 …… 283
共轭点 …… 283
莫尔斯指数定理 …… 283
莫尔斯理论的基本定理 …… 283
畴数 …… 283

积分周期理论

积分周期理论 …… 283
闭形式 …… 284
正合形式 …… 284
德拉姆复形 …… 284
德拉姆上同调群 …… 284
实系数微分奇异同调群 …… 284
微分形式的周期 …… 284
德拉姆同态 …… 284
德拉姆定理 …… 284
庞加莱引理 …… 284
同伦算子 …… 285

示性类理论

示性类理论 …… 285
施蒂费尔-惠特尼类 …… 285
惠特尼乘积定理 …… 285
实 n 平面丛 …… 285
惠特尼和 …… 285
丛同态 …… 285
全施蒂费尔-惠特尼类 …… 285
惠特尼对偶定理 …… 286
克罗内克指数 …… 286
施蒂费尔-惠特尼数 …… 286
未定向配边类 …… 286
格拉斯曼流形 …… 286
n 标架 …… 286
施蒂费尔流形 …… 286
CW 复形 …… 286
舒伯特符号 …… 286
施蒂费尔-惠特尼类的惟一性 …… 286
施蒂费尔-惠特尼类的存在性 …… 287
托姆同构 …… 287
斯廷罗德运算 …… 287
全斯廷罗德运算 …… 287
定向丛 …… 287
欧拉类 …… 287
托姆同构定理 …… 287
吴(文俊)类 …… 287
全吴(文俊)类 …… 287
施蒂费尔-惠特尼类的吴(文俊)公式 …… 288
古津序列 …… 288
陈(省身)类 …… 288
全陈类 …… 288
陈类的乘积公式 …… 288
共轭丛 …… 288
庞特里亚金类 …… 288
全庞特里亚金类 …… 288
陈数 …… 288
庞特里亚金数 …… 288
对称函数 …… 288
陈数的线性独立性 …… 289
庞特里亚金数的线性独立性 …… 289
陈特征标 …… 289
定向配边类 …… 289
托姆空间 …… 289
托姆定理 …… 289
乘法序列 …… 289
属于幂级数的乘法序列 …… 290
K 亏格 …… 290
L 亏格 …… 290
符号差 …… 290
符号差定理 …… 290
乘法示性类 …… 290
组合庞特里亚金类 …… 290

示性类 …… 290
示性数 …… 290
流形的示性类 …… 290
流形的示性数 …… 290

层　论

层论 …… 290
预层 …… 291
层 …… 291
茎 …… 291
层的截面 …… 291
层同态 …… 291
层同构 …… 291
子层 …… 291
层的截面预层 …… 291
相配层 …… 291
常值层 …… 292
平凡层 …… 292
亚纯函数的芽层 …… 292
复流形上的亚纯函数 …… 292
O 模层 …… 292
解析层 …… 292
丛截面的芽层 …… 292
完全预层 …… 292
软层 …… 292
精细层 …… 292
层的分解 …… 292
层的标准分解 …… 292
层系数的上同调群 …… 292
德拉姆复形 …… 293
铎尔博尔复形 …… 293
德拉姆上同调群 …… 293
铎尔博尔同构 …… 293
凝聚层 …… 293
嘉当定理 A …… 293
嘉当定理 B …… 293
弗雷歇层 …… 293
嘉当-塞尔有限性定理 …… 294
格劳尔特有限性定理 …… 294
塞尔定理 …… 294
塞尔对偶定理 …… 294
格劳尔特上同调致零的定理 …… 294

流形上的微分算子

流形上微分算子理论 …… 294
微分算子 …… 294
象征 …… 294
R^n 中的拟微分算子 …… 295
R^n 中标准拟微分算子 …… 295
希尔伯特变换 …… 295
射影算子 …… 295
特普利茨算子 …… 295
里斯算子 …… 295
有紧支集的拟微分算子 …… 295
流形上的拟微分算子 …… 295
仓西定理 …… 296
复向量丛上的拟微分算子 …… 296
象征映射 …… 296
椭圆算子 …… 296
拟基本解 …… 296
椭圆算子的指标 …… 297
环绕数 …… 297
博特定理 …… 297
紧空间的 K 群 …… 297
向量丛的稳定等价 …… 297
局部紧空间的 $K(X)$ …… 297
博特周期性定理 …… 297
R^n 中的指标公式 …… 297
阿蒂亚-辛格指标定理 …… 298
指标定理的上同调形式 …… 298
黎曼-罗赫-希策布鲁赫定理 …… 298
莱夫谢茨数 …… 298
阿蒂亚-博特-莱夫谢茨数 …… 298

霍奇理论

霍奇理论 …… 299
黎曼流形 …… 299
度量张量 …… 299
星算子 …… 299
伴随形式 …… 299
$E^p(M)$ 中的内积 …… 299
拉普拉斯-贝尔特拉米算子 …… 299
弱解 …… 299
正则性定理 …… 299
调和 p 形式 …… 300
霍奇分解定理 …… 300
格林算子 …… 300
庞加莱对偶性定理 …… 300
全纯向量丛上的分解定理 …… 300
克勒流形上的分解定理 …… 300

位 势 论

位势论 …… 301

一般位势论与广义核

一般位势 …… 302
一般位势论 …… 302
核 …… 302
正核 …… 302
转置核 …… 302
对称核 …… 302
平移不变核 …… 302
正定核 …… 302
位势 …… 302
α 位势 …… 302
里斯位势 …… 302
里斯位势论 …… 302
α 核 …… 302
里斯核 …… 302
牛顿位势 …… 302
牛顿核 …… 303
2 核 …… 303
对数位势 …… 303
对数核 …… 303
经典位势 …… 303
经典位势论 …… 303
单层位势 …… 303
双层位势 …… 303
阿龙扎扬-史密斯核 …… 303
Λ 核 …… 303
阿南达姆-布雷洛位势 …… 303
位势的基本原理 …… 303
连续性原理 …… 303
第一极大值原理 …… 303
广义极大值原理 …… 303
第二极大值原理 …… 303
控制原理 …… 304
惟一性原理 …… 304
下包络原理 …… 304
超调和函数 …… 304
亚调和函数 …… 304
上调和函数 …… 304
下调和函数 …… 304
次调和函数 …… 304
调和函数 …… 304
泊松积分 …… 304
极小值原理 …… 305
哈纳克引理 …… 305
哈纳克不等式 …… 305
哈纳克原理 …… 305
调和函数的正规族 …… 305
广义哈纳克原理 …… 305
调和不变性 …… 305
开尔文变换 …… 305
在无穷远点的调和性 …… 305
调和多项式 …… 305
调和上属 …… 306
调和强函数 …… 306
调和下属 …… 306
调和弱函数 …… 306
里斯分解定理 …… 306
上调和函数的对应测度 …… 306
α 调和函数 …… 306
α 上调和函数 …… 306
2 上调和函数 …… 306
$\mathscr{E}$ 空间 …… 306
格林空间 …… 307
格林函数 …… 307
格林位势 …… 307
格林核 …… 307
等位面 …… 307
格林线 …… 307
格林坐标 …… 307
能量 …… 307
相互能量 …… 307
能量原理 …… 307
α 相互能量 …… 307
α 能量 …… 307
强收敛 …… 307
弱收敛 …… 308
浑收敛 …… 308
一般容量 …… 308
可容性 …… 308
可容集 …… 308
$\mathscr{H}$ 解析集 …… 308
解析集 …… 308
绍凯容量 …… 308
容量 …… 308
推广的绍凯容量 …… 308
内容量 …… 308
外容量 …… 308

零(外)容集 …… 308
零内容集 …… 308
近乎处处 …… 308
似乎处处 …… 308
K 容量 …… 308
K 近乎处处 …… 308
位势网(列)的收敛准则 …… 309
平衡原理 …… 309
平衡问题 …… 309
弱平衡原理 …… 309
弱平衡问题的解 …… 309
平衡测度 …… 309
容量分布 …… 309
平衡位势 …… 309
α 容量 …… 309
α 内容量 …… 309
α 外容量 …… 309
维纳容量 …… 309
倒容量 …… 309
零外倒容集 …… 310
零内倒容集 …… 310
牛顿容量 …… 310
对数容量 …… 310
鲁宾常数 …… 310
C 绝对连续测度 …… 310
容量压缩原理 …… 310
超限直径 …… 310
广义超限直径 …… 310
极集 …… 310
局部极集 …… 310
下调和延拓 …… 310
α 极集 …… 310
埃文斯定理 …… 311
埃文斯-塞尔贝格定理 …… 311
埃文斯位势 …… 311
扫除 …… 311
扫除问题 …… 311
扫除位势 …… 311
扫除原理 …… 311
扫除测度 …… 311
简化函数 …… 311
扫除函数 …… 311
格林空间扫除 …… 311
嘉当扫除定理 …… 311
到波莱尔集的 α 扫除 …… 312
α 格林测度 …… 312
格林测度 …… 312
α 正则点 …… 312
正则点 …… 312
2 正则点 …… 312
非正则点 …… 312
维纳判别法 …… 312
α 格林函数 …… 312
调和测度 …… 312
调和测度零集 …… 312
细拓扑 …… 312
细开集 …… 313
细闭集 …… 313
细闭包 …… 313
细极限 …… 313
α 细拓扑 …… 313
α 细开集 …… 313
α 细闭集 …… 313
α 细极限 …… 313
α 瘦 …… 313
瘦性 …… 313
肥集 …… 313
弱瘦 …… 313
强瘦 …… 313
半极集 …… 313
集合的基 …… 313
半瘦 …… 313
半细极限 …… 313
细边界值 …… 313
半细边界值 …… 313
非切向边界值 …… 313
角极限 …… 314
李普希茨区域 …… 314
法图-杜布定理 …… 314
亨特-惠登定理 …… 314
经典狄利克雷问题 …… 314
第一边值问题 …… 314
狄利克雷域 …… 314
正则边界点 …… 314
闸函数 …… 314
庞加莱锥条件 …… 314
勒贝格刺 …… 314
广义狄利克雷问题 …… 314
上函数 …… 315
下函数 …… 315
上解 …… 315
下解 …… 315
PWB 解 …… 315
PB 解 …… 315
狄利克雷积分 …… 315
狄利克雷原理 …… 315

BLD 函数 …… 315
BLD 族 …… 315
BL 函数 …… 315
BL_0 函数 …… 316
广义函数核 …… 316
广义函数的位势 …… 316
广义函数的牛顿位势 …… 316
抽象边界 …… 316
极小调和函数 …… 316
抽象调和锥 …… 316
抽象位势锥 …… 316
极小瘦 …… 316
极小边界 …… 317
极小细拓扑 …… 317
康斯坦丁斯库-柯尼定理 …… 317
理想边界 …… 317
斯通-切赫紧致化 …… 317
斯托伊洛夫紧致化 …… 317
罗伊登紧致化 …… 317
仓特善紧致化 …… 317
马丁紧致化 …… 317
马丁空间 …… 317
马丁边界 …… 317
马丁积分表现 …… 317
广义马丁边界 …… 318
椭圆马丁边界 …… 318
椭圆维数 …… 318
绍凯表现定理 …… 318
绍凯边界 …… 318
Σ 极值点 …… 318
希洛夫边界 …… 318
多重调和函数 …… 318
双调和函数 …… 318

位势论与函数论

外映射半径 …… 318
内映射半径 …… 318
寇勃 1/4 圆定理的推广 …… 318
理想边界的调和测度 …… 319
函数论零集 …… 319
解析容量 …… 319
班勒卫零集 …… 319
$N_{\mathscr{F}}$ 类零集 …… 319
可去集 …… 319
调和延拓 …… 320

群上的位势论

群上的位势论 …… 320
浑拓扑 …… 320
伯努利拓扑 …… 320
卷积半群 …… 320
迁移卷积半群 …… 320
常返卷积半群 …… 320
群上的位势核 …… 320
基本核 …… 321
完全核 …… 321
χ 扫除测度 …… 321
μ 上调和测度 …… 321
μ 调和测度 …… 321
超过测度 …… 321
不变测度 …… 321
简化测度 …… 321
χ 容量 …… 321
群上的扫除原理 …… 321
群上的控制原理 …… 321
群上的质量惟一性原理 …… 321
群上的正质量原理 …… 321
群上的平衡原理 …… 321
χ 平衡分布 …… 322
电容器原理 …… 322
列维测度 …… 322
列维-辛钦公式 …… 322
亨特核 …… 322

公理化位势论

公理化位势论 …… 322
函数簇 …… 323
函数层 …… 323
超调和簇 …… 323
调和簇 …… 323
与超调和簇相关的调和簇 …… 323
非退化的调和簇 …… 323
MP 集 …… 323
可解集 …… 323
$\mathscr{U}$ 可解集 …… 323
$\mathscr{U}$ 广义狄利克雷问题 …… 323
$\mathscr{U}$ 广义狄利克雷问题的解 …… 323
$\mathscr{H}$ 扫除 …… 323
$\mathscr{U}$ 调和测度 …… 323
正则集 …… 323
$\mathscr{H}$ 正则集 …… 324
$\mathscr{H}$ 调和测度 …… 324

正则区域 …… 324
局部超调和函数 …… 324
由调和簇产生的超调和簇 …… 324
收敛性质 …… 324
调和公理 …… 324
正值性公理 …… 324
可解性公理 …… 324
完备性公理 …… 324
收敛性公理 …… 324
调和空间 …… 324
调和空间论 …… 324
调和空间里的超调和函数 …… 324
调和空间里的亚调和函数 …… 324
调和空间里的调和函数 …… 324
调和空间里的上调和函数 …… 324
调和空间里的下调和函数 …… 325
调和空间里的位势 …… 325
S 调和空间 …… 325
P 调和空间 …… 325
调和空间里的里斯分解 …… 325
布雷洛空间 …… 325
鲍尔空间 …… 325
狄利克雷空间论 …… 325
狄利克雷空间 …… 325
狄氏型理论 …… 325
狄氏型 …… 326
狄利克雷形式 …… 326
扫除空间 …… 326
下定向公理 …… 326
自然分解公理 …… 326
扫除空间中的函数锥 …… 326
扫除空间的连续位势 …… 326
扫除空间论 …… 326
离散位势论 …… 326
H 锥 …… 326
H 锥理论 …… 326
非线性位势论 …… 326
拟线性位势论 …… 326
非线性公理位势论 …… 326
非线性调和空间 …… 326

位势论与概率论

概率位势论 …… 327
布朗运动的位势论 …… 327
马氏过程位势论 …… 328

凸　分　析

凸分析 …… 329
非凸分析 …… 329
非光滑分析 …… 329
集值分析 …… 330

凸　集

凸集 …… 330
线段 …… 330
直线 …… 330
射线 …… 330
凸包 …… 330
仿射集 …… 330
仿射包 …… 330
凸组合 …… 330
凸多面体 …… 330
凸多胞体 …… 331
单纯形 …… 331
代数内部 …… 331
核心 …… 331
代数开集 …… 331
代数闭包 …… 331
代数闭集 …… 331
代数边界 …… 331
相对代数内部 …… 331
内在核心 …… 331
相对内部 …… 331
超平面 …… 331
半空间 …… 331
支撑超平面 …… 331
毕晓普-费尔泼斯定理 …… 332
超平面的支撑点 …… 332
凸集分离定理 …… 332
凸集支撑定理 …… 332
锥 …… 332
集合生成的锥 …… 332
凸锥 …… 332
集合生成的凸锥 …… 332
端点 …… 332
克列因-米尔曼定理 …… 333
端子集 …… 333
半端子集 …… 333
暴露点 …… 333
斯特拉斯维茨定理 …… 333

极集 …… 333
对偶锥 …… 333
极锥 …… 333
回收方向 …… 333
回收锥 …… 333
渐近锥 …… 333
闸锥 …… 333
切锥 …… 333
相依锥 …… 334
邻接锥 …… 334
中间锥 …… 334
可导锥 …… 334
杜勃维茨基-米柳金锥 …… 334
尤尔塞斯科锥 …… 334
克拉克切锥 …… 334
回邻锥 …… 334
共依锥 …… 334
超切锥 …… 334
法锥 …… 334
卡拉西奥多里定理 …… 334
绍凯积分表示理论 …… 334
黑利定理 …… 335
闵科夫斯基定理 …… 335

凸 函 数

凸函数 …… 335
严格凸函数 …… 335
凹函数 …… 335
严格凹函数 …… 336
正常凸函数 …… 336
凸函数的有效域 …… 336
拟凸函数 …… 336
严格拟凸函数 …… 336
拟凹函数 …… 336
严格拟凹函数 …… 336
仿射函数 …… 336
闵科夫斯基函数 …… 336
度规函数 …… 336
可加函数 …… 336
次可加函数 …… 336
正齐次函数 …… 336
次线性函数 …… 336
上线性函数 …… 336
凸性不等式 …… 336
延森不等式 …… 336
哈恩-巴拿赫定理 …… 336
指示函数 …… 337
支撑函数 …… 337
共轭函数 …… 337
对偶函数 …… 337
极化函数 …… 337
二次共轭函数 …… 337
勒让德-芬切尔变换 …… 337
芬切尔-莫罗定理 …… 337
扬-芬切尔不等式 …… 337
上图 …… 337
闭凸函数 …… 338
函数的凸化 …… 338
函数的闭凸化 …… 338
下确界卷积 …… 338
对偶理论 …… 338
拉格朗日函数 …… 338
拉格朗日乘子 …… 338
斯莱特条件 …… 338
芬切尔问题 …… 338
次微分 …… 339
次梯度 …… 339
次导数 …… 339
次可微 …… 339
莫罗-洛卡费勒定理 …… 339
库恩-塔克尔定理 …… 339
局部李普希茨函数 …… 340
广义梯度 …… 340
克拉克广义方向导数 …… 340
集值映射 …… 340
集值映射的有效域 …… 340
集值映射的图象 …… 340
集值映射的半连续性 …… 340
集值映射的导数 …… 340

非 标 准 分 析

非标准分析 …… 341
标准分析 …… 342
无限小理论 …… 342
内集合论 …… 342

非标准全域

超实数域的超幂构造 …… 342
超实数 …… 343

标准全域 …… 343
超结构 …… 343
非标准全域 …… 343
转换原理 …… 344
莱布尼茨原理 …… 344
*映射 …… 344
自然扩张 …… 344
自然扩张映射 …… 344
内集 …… 344
外集 …… 345
标准实体 …… 345
内实体 …… 345
外实体 …… 345
超有限集 …… 345
*有限集 …… 345
内基数 …… 345
内定义原理 …… 345
内性定理 …… 345
内函数定理 …… 345
标准定义原理 …… 345
上溢原理 …… 345
下溢原理 …… 345
鲁宾孙序列引理 …… 345
无限小延伸定理 …… 345
惯性原理 …… 345
柯西原理 …… 345
共点关系 …… 345
扩大 …… 345
共点定理 …… 345
饱和的非标准全域 …… 345
多饱和的非标准全域 …… 345
概括的非标准全域 …… 345
弱概括的非标准全域 …… 346
序列概括的非标准全域 …… 346
可数概括的非标准全域 …… 346
分析的标准模型 …… 346
经典分析模型 …… 346
分析的非标准模型 …… 346
B 模型 …… 346
B 扩大 …… 346
初等的非标准分析模型 …… 346
高阶的非标准分析模型 …… 346
κ 次扩大的定向极限 …… 346
多扩大 …… 346
多扩大的饱和性 …… 346
多扩大的概括性 …… 346
亨森引理 …… 346

非标准微积分

非标准微积分 …… 346
无限小微积分 …… 347
超实数公理 …… 347
超实数域 …… 348
超实数轴 …… 348
无限小显微镜 …… 348
无限大望远镜 …… 348
函数公理 …… 348
解公理 …… 348
饱和公理 …… 348
部分实数解 …… 348
部分超实数解 …… 348
部分解定理 …… 348
标准实数 …… 349
非标准实数 …… 349
无限小 …… 349
无穷小 …… 349
无限大 …… 349
无穷大 …… 349
无限接近 …… 349
单子 …… 349
晕 …… 349
银河 …… 349
标准部分公理 …… 349
标准部分定理 …… 349
标准部分 …… 349
影 …… 349
标准部分映射 …… 349
超实数存在定理 …… 349
超实数域的惟一性定理 …… 349
超结构的初等部分 …… 349
*映射的初等部分 …… 349
初等扩张原理 …… 350
扩张定理 …… 350
饱和的超结构嵌入 …… 350
超结构嵌入存在定理 …… 350
超结构嵌入惟一性定理 …… 350
序列有界的非标准特征 …… 350
序列的极限点的非标准特征 …… 350
序列收敛的非标准特征 …… 350
二重序列收敛的非标准特征 …… 350
函数在一点处有界的非标准特征 …… 350
极限的非标准特征 …… 350
级数收敛的非标准特征 …… 350
连续的非标准特征 …… 350

一致连续的非标准特征 …… 350
超实中间值定理 …… 350
超实最值定理 …… 350
S 连续 …… 351
微连续 …… 351
*连续 …… 351
$\varepsilon\delta$ 连续 …… 351
可微函数的非标准特征 …… 351
无限小增量定理 …… 351
超实中值定理 …… 351
可积函数的非标准特征 …… 351
无限和定理 …… 351
非正常积分的非标准特征 …… 351
超实向量 …… 352
无限小向量 …… 352
无限大向量 …… 352

非标准拓扑

非标准拓扑 …… 352
开集的非标准特征 …… 352
闭集的非标准特征 …… 352
闭包的非标准特征 …… 352
聚点的非标准特征 …… 352
网收敛的非标准特征 …… 353
网的聚点的非标准特征 …… 353
边界的非标准特征 …… 353
紧集的非标准特征 …… 353
紧空间的非标准特征 …… 353
豪斯多夫空间的非标准特征 …… 353
正则空间的非标准特征 …… 353
正规空间的非标准特征 …… 353
乘积拓扑的非标准特征 …… 353
Q 拓扑 …… 353
S 拓扑 …… 353
S 极限 …… 353
近标准点 …… 353
遥远点 …… 353
遥远性定理 …… 353
度量空间中柯西列的非标准特征 …… 354
度量空间的完备性的非标准特征 …… 354
度量空间中有界集的非标准特征 …… 354
等度连续的非标准特征 …… 354
逼近定理 …… 354

非标准测度论

非标准测度论 …… 354
内的有限可加测度空间 …… 354
劳勃测度空间 …… 354
劳勃测度 …… 354
内逼近定理 …… 354
超有限劳勃空间 …… 354
超有限计数空间 …… 355
劳勃提升定理 …… 355
劳勃积分定理 …… 355
S 测度 …… 355

非标准泛函分析

非标准泛函分析 …… 355
伯恩施坦-鲁宾孙定理 …… 355
广义函数的非标准实现 …… 355

小 波 分 析

小波分析 …… 356
可允许小波 …… 356
基小波 …… 356
可允许条件 …… 356
可允许常数 …… 356
连续小波变换 …… 356
连续小波变换的重构公式 …… 356
有限带宽函数 …… 356
连续窗口傅里叶变换 …… 356
短时傅里叶变换 …… 357
连续窗口傅里叶变换的重构公式 …… 357
消失矩 …… 357
赫尔德连续性 …… 357
正则性刻画 …… 357
局部赫尔德连续性 …… 357
局部正则性刻画 …… 357
香农取样定理 …… 357
时频局部化算子 …… 357
窗口傅里叶变换局部化算子 …… 357
小波变换局部化算子 …… 358
框架 …… 358
紧框架 …… 358
框架算子 …… 358
对偶框架 …… 358
离散小波变换 …… 358
小波框架 …… 358

对偶小波框架 …… 358
离散窗口傅里叶变换 …… 359
窗口傅里叶变换的框架 …… 359
对偶窗口傅里叶框架 …… 359
小波函数 …… 359
正交小波 …… 359
正交小波基 …… 359
里斯基 …… 359
多分辨率分析 …… 359
尺度函数 …… 359
正交多分辨率分析 …… 359
双尺度差分方程 …… 359
面具 …… 359
正交多分辨率分析的小波函数 …… 359
迈耶小波 …… 360
拜特-雷默瑞小波 …… 360
劳顿条件 …… 360
劳顿定理 …… 360
科恩条件 …… 360
科恩定理 …… 360
尺度序列的完全重构条件 …… 360
滤波器的消失矩 …… 360
阶梯形算法 …… 360
马勒特算法 …… 361
二维马勒特算法 …… 361
二进小波 …… 361
稳定性条件 …… 361
二进小波变换 …… 361
二进重构小波 …… 361
二进小波变换重构公式 …… 361
平滑算子 …… 361
离散二进小波变换 …… 361
双正交小波基 …… 362
双正交小波 …… 362
双正交尺度序列 …… 362
双正交小波序列 …… 362
双正交尺度序列的完全重构条件 …… 362
小波包 …… 362
M 进制小波 …… 362
小波矩阵 …… 363
尺度序列 …… 363
小波序列 …… 363
多小波 …… 363
向量小波 …… 363
多维小波 …… 363
局部三角变换 …… 363

分 形 几 何

分形几何 …… 364
分形分析 …… 364
科克曲线 …… 364
自相似集 …… 365
压缩映射 …… 365
相似映射 …… 365
自仿集 …… 365
仿射映射 …… 365
仿射压缩 …… 365
准自相似集 …… 365
统计自相似集 …… 365

测度与维数

李普希茨映射 …… 366
双李普希茨映射 …… 366
δ 覆盖 …… 366
豪斯多夫测度 …… 366
s 维豪斯多夫测度 …… 366
s 集 …… 366
网 …… 366
网的 s 维豪斯多夫测度 …… 366
网的等价 …… 366
网的强等价 …… 366
$\mathscr{F}_0$ 的等价类 …… 366
$5r$ 覆盖引理 …… 367
维塔利覆盖类 …… 367
维塔利覆盖引理 …… 367
有限测度子集定理 …… 367
豪斯多夫维数 …… 367
覆盖原理 …… 367
质量分布原理 …… 367
比林斯利定理 …… 367
弗罗斯特曼引理 …… 367
测度的势 …… 367
集合容量 …… 368
容量维数 …… 368
闵科夫斯基容度 …… 368
闵科夫斯基维数 …… 368
集函数的修正 …… 369
集函数族的临界指数 …… 369
集函数族的临界性质 …… 369
修正族的临界指数 …… 369
临界指数的修正 …… 369

各类指数的关系 …… 369
预填充测度 …… 369
预填充维数 …… 369
填充测度 …… 369
填充维数 …… 369
填充测度的弗罗斯特曼引理 …… 369
不同测度与维数的比较 …… 369
集合的齐次性 …… 370
分形乘积 …… 370
分形乘积的豪斯多夫测度 …… 370
玛斯传德定理 …… 370
分形乘积的豪斯多夫维数 …… 370
分形乘积的填充测度 …… 370
分形乘积的填充维数 …… 370
分形投影 …… 370
自相似集的相似维数 …… 370
自相似集的测度与维数的性质 …… 370

几类重要的分形集

有限压缩映射族 …… 370
迭代函数系 …… 371
压缩映射族的不变集 …… 371
开集条件 …… 371
席夫定理 …… 371
康托尔三分集 …… 371
谢尔品斯基垫 …… 371
有向图 …… 371
路径集 …… 371
传递性条件 …… 371
图递归集 …… 371
图递归矩阵 …… 371
图递归集的维数 …… 371
麦克缪伦集 …… 372
麦克缪伦集的维数 …… 372
莫朗集 …… 372
莫朗集类 …… 372
一般莫朗集的构造 …… 372
齐次莫朗集 …… 372
齐次均匀康托尔集 …… 372
偏齐次均匀康托尔集 …… 373
预维数序列 …… 373
莫朗集的维数 …… 373
一维齐次莫朗集的维数 …… 373
一维齐次莫朗集类的维数 …… 373
齐次均匀康托尔集的维数 …… 373
偏齐次均匀康托尔集的维数 …… 373

函数图象的维数

函数图象 …… 373
函数在一点的 δ 振幅 …… 373
函数在区间上的 δ 变差 …… 373
函数在区间上的总变差 …… 374
s 阶赫尔德条件 …… 374
函数图象的闵科夫斯基维数 …… 374
函数图象的豪斯多夫维数 …… 374
外尔斯特拉斯函数的维数 …… 374
伯西柯维奇函数的维数 …… 374
拉德马赫级数的维数 …… 374
占有密度 …… 374
切饼集 …… 374
切饼映射 …… 375
测度熵 …… 375
拓扑熵 …… 375
压力 …… 375
平衡测度 …… 375
符号空间 …… 375
吉布斯测度 …… 375
码映射 …… 375
切饼集的豪斯多夫维数的鲍恩公式 …… 375

测度的分形结构

测度的分形结构 …… 375
测度的豪斯多夫维数 …… 375
测度的填充维数 …… 376
测度的点态维数 …… 376
维数与点态维数的关系 …… 376
测度的奇异指数 …… 376
测度的连续指数 …… 376
测度的谱维数 …… 376
自相似测度 …… 376
康托尔测度 …… 376
自相似测度的维数 …… 376
测度的 L^P 维数 …… 376
测度的 L^∞ 维数 …… 376
测度的熵维数 …… 377
测度的 L^p 维数的关系 …… 377
测度的截集 …… 377
热力学极限 …… 377
勒让德变换 …… 377
测度的重分形分析 …… 377
重分形机理 …… 377
基本不等式 …… 377
二项测度 …… 377

常 微 分 方 程

常微分方程 …… 378
常微分方程组 …… 379

常微分方程基础

常微分方程的阶 …… 379
常微分方程的解 …… 379
常微分方程组的积分 …… 379
常微分方程的通解 …… 379
常微分方程的通积分 …… 379
常微分方程的特解 …… 379
常微分方程的方向场 …… 379
常微分方程的积分曲线 …… 379
可分离变量方程 …… 379
变量分离法 …… 380
齐次微分方程 …… 380
一阶线性微分方程 …… 380
非齐次线性微分方程 …… 380
齐次线性微分方程 …… 380
常数变易法 …… 380
伯努利方程 …… 380
黎卡提方程 …… 381
全微分方程 …… 381
恰当微分方程 …… 381
积分因子 …… 381
一阶隐方程 …… 381
一阶显方程 …… 381
引入参数法 …… 381
常微分方程的奇解 …… 381
克莱罗方程 …… 381
高阶微分方程 …… 382
微分方程组的首次积分 …… 382

线性常微分方程

线性常微分方程 …… 382
n 阶线性常微分方程 …… 382
线性微分方程组 …… 382
齐次线性微分方程组 …… 382
非齐次线性微分方程组 …… 382
叠加原理 …… 382
朗斯基行列式 …… 383
刘维尔公式 …… 383
基本解组 …… 383
通解结构定理 …… 383
常系数线性微分方程(组) …… 384
欧拉方程 …… 384
特征方程 …… 384
待定系数法 …… 384
拉普拉斯变换法 …… 384
算子方法 …… 385
幂级数解法 …… 385
周期系数线性微分方程组 …… 385
伴随微分方程 …… 385
自伴微分方程 …… 385

常微分方程初值问题

常微分方程初值问题 …… 386
皮卡逐次逼近法 …… 386
常微分方程解的存在惟一性 …… 386
常微分方程解的延拓 …… 386
解对初值和参数连续依赖性定理 …… 386
解对初值和参数的可微性定理 …… 386

常微分方程的边值问题

常微分方程的边值问题 …… 387
两点边值问题 …… 387
线性边值问题 …… 387
齐次线性边值问题 …… 387
非齐次线性边值问题 …… 387
伴随边值问题 …… 387
伴随边界条件 …… 387
自伴边值问题 …… 387
自伴特征值问题 …… 387
斯图姆-刘维尔边值问题 …… 388
奇异自伴边值问题 …… 388
非自伴边值问题 …… 388
非线性边值问题 …… 389

常微分方程解析理论

常微分方程解析理论 …… 389
柯西初值问题 …… 389
柯西定理 …… 389
优级数法 …… 389
奇点 …… 390
马尔姆奎斯特定理 …… 390
正则奇点 …… 391
第一类奇点 …… 391
第二类奇点 …… 391
非正则奇点 …… 391

形式解阵 …… 391
形式洛朗级数 …… 392
形式对数和 …… 392
形式对数阵 …… 392
n 阶线性方程的奇点 …… 392
富克斯方程 …… 392
超几何方程 …… 393
超几何函数 …… 393
弗罗贝尼乌斯方法 …… 393
表现定理 …… 393

常微分方程定性理论

常微分方程定性理论 …… 394
定常系统的奇点 …… 394
非退化奇点 …… 394
退化奇点 …… 394
双曲奇点 …… 394
哈德曼-格罗布曼定理 …… 394
鞍点 …… 395
结点 …… 395
焦点 …… 395
中心点 …… 395
平面奇点的指标 …… 395
无穷远奇点 …… 395
庞加莱球面 …… 395
闭轨 …… 395
常微分方程的周期解 …… 396
稳定极限环 …… 396
不稳定极限环 …… 396
半稳定极限环 …… 396
极限环 …… 396
极限环稳定性的判定 …… 396
庞加莱映射 …… 396
后继函数 …… 396
k 重极限环 …… 396
安德罗诺夫定理 …… 396
极限环不存在性判别法 …… 396
本迪克松定理 …… 397
迪拉克定理 …… 397
极限环存在性判别法 …… 397
庞加莱环域定理 …… 397
极限环惟一性判别法 …… 397
极限集理论 …… 397
庞加莱-本迪克松定理 …… 397
不变集 …… 398
极小集 …… 398
施瓦兹定理 …… 398
旋转向量场理论 …… 398
旋转向量场 …… 398
希尔伯特第 16 问题 …… 398
结构稳定性 …… 398
结构稳定系统 …… 399
扰动 …… 399
分支 …… 399
环面上的微分方程 …… 399
旋转数 …… 400
达芬方程 …… 400

常微分方程稳定性理论

常微分方程稳定性理论 …… 400
稳定性 …… 400
不稳定性 …… 400
渐近稳定性 …… 400
一致稳定性 …… 401
齐次线性系统的稳定性 …… 401
按一次近似决定稳定性 …… 401
李亚普诺夫稳定性 …… 401
李亚普诺夫特征数 …… 401
李亚普诺夫第一方法 …… 402
李亚普诺夫第二方法 …… 402
李亚普诺夫函数 …… 403
乘积空间中的稳定性 …… 403
临界情形的稳定性 …… 403
轨道稳定性 …… 403
自治系统闭轨道的稳定性 …… 404
李亚普诺夫函数的存在性 …… 404
经常干扰作用下的稳定性 …… 404
完全稳定性 …… 404
全局渐近稳定性 …… 404
绝对稳定性 …… 405
拉萨尔不变原理 …… 405

泛函微分方程

泛函微分方程 …… 405
滞后型泛函微分方程 …… 406
算子的原子性 …… 406
中立型泛函微分方程 …… 406
超中立型泛函微分方程 …… 407
无穷时滞泛函微分方程 …… 407
滞后型无穷时滞泛函微分方程 …… 407
中立型无穷时滞泛函微分方程 …… 407
偏差变元微分方程 …… 407
泛函微分方程解的延拓 …… 407
反向延拓定理 …… 407

解的连续依赖性 …… 408
解的平展性 …… 408
点态退化系统 …… 408
泛函微分方程的广义解 …… 408
差分微分方程 …… 408
初始集 …… 408
分步法 …… 408
解映射 …… 409
解的等价类 …… 409
滞后型差分微分方程 …… 409
时滞系统 …… 409
中立型差分微分方程 …… 409
超前型差分微分方程 …… 409
混合型差分微分方程 …… 409
概周期泛函微分方程 …… 409
滞后型概周期泛函微分方程 …… 410
中立型概周期泛函微分方程 …… 410
自治泛函微分方程 …… 410
更新方程 …… 410
特征方程 …… 410
庞特里亚金定理 …… 410
稳定的 D 算子 …… 411
泛函微分方程的稳定性 …… 411
稳定性依赖于初始时刻 …… 411
稳定性依赖于滞量 …… 411
大范围渐近稳定性 …… 411
整体稳定性 …… 411
大范围一致渐近稳定性 …… 411
小时滞等价命题 …… 411
大时滞稳定性 …… 411
大时滞渐近稳定性 …… 412
全时滞稳定性 …… 412
拉兹密辛条件 …… 412
李亚普诺夫泛函方法 …… 412
D 划分法 …… 412
楔函数 …… 413
健忘泛函 …… 413
一致健忘泛函 …… 413
容许空间 …… 413
解的振动性 …… 413
周期解的存在性 …… 413
概周期解 …… 413
解的有界性 …… 413
解的最终有界性 …… 413
最终零解 …… 414
线性泛函微分方程 …… 414
解的指数估计 …… 414
泛函微分方程的通解 …… 414
基础解 …… 414
常数变易公式 …… 414
形式伴随方程 …… 414
真实伴随算子 …… 415
过程 …… 415
ω 周期过程 …… 415
时滞动力系统 …… 415
相轨 …… 415
泛函微分方程的边值问题 …… 415

概周期常微分方程

概周期常微分方程 …… 416
周期系统 …… 416
概周期系统 …… 416
概周期函数 …… 416
ε 平移数集 …… 417
ε 概周期数集 …… 417
$T(f,\varepsilon)$的包含区间长 …… 417
$f(t)$的平移函数集 $T(f)$ …… 417
$f(t)$的外壳 …… 417
函数的平均值 …… 417
概周期函数的傅里叶级数 …… 417
概周期函数的指数集 …… 417
概周期函数的傅里叶指数 …… 417
概周期函数的傅里叶系数 …… 417
概周期函数的逼近定理 …… 417
博赫纳-费耶尔多项式 …… 417
概周期函数的模 …… 417
概周期函数的模包含 …… 418
概周期向量函数 …… 418
一致概周期函数 …… 418
一致概周期微分方程 …… 418
非齐次线性概周期微分方程 …… 418
壳方程 …… 418
齐次壳方程 …… 418
标准假设 …… 418
渐近概周期函数 …… 419
玻尔-诺伊格鲍尔理论 …… 419
阿梅留定理 …… 419
法瓦尔条件 …… 419
法瓦尔定理 …… 419
博赫纳定理 …… 419
指数型二分性 …… 419
谱点 …… 420
拟周期函数 …… 420
拟周期线性系统 …… 420
概自守函数 …… 420

概自守微分方程 …… 420
关于解的极限集上一致稳定性 …… 420
拓扑等价 …… 421
结构稳定性 …… 421
局部线性化 …… 421
行优势 …… 421
列优势 …… 421
最小范数解 …… 421
最小范数 …… 422
壳扰动下的稳定性 …… 422
强稳定性 …… 422
可继承性 …… 422
半分离解 …… 422
李亚普诺夫函数法 …… 422
平均法 …… 423

抽象空间中的微分方程

抽象空间中的微分方程 …… 423
抽象柯西问题 …… 423
抽象柯西问题的皮卡定理 …… 423
迪厄多内的例子 …… 424
非紧性测度 …… 424
半内积 …… 424
抽象柯西问题局部解的存在性 …… 424
抽象柯西问题解的存在惟一性 …… 425
抽象柯西问题整体解的存在性 …… 425
右端函数不连续的抽象柯西问题 …… 425
闭集上的抽象柯西问题 …… 425
闭集上的解的存在性 …… 425
抽象空间的锥 …… 425
正则锥 …… 426
正规锥 …… 426
算子的拟单调性 …… 426
最大解和最小解的存在性 …… 426
拟线性化方法 …… 426
单调迭代方法 …… 426
非线性二阶微分方程的边值问题 …… 426
m 耗散算子 …… 427
算子半群 …… 427
压缩半群 …… 427
C_0 半群 …… 427
希尔-吉田耕作定理 …… 427
非线性希尔-吉田耕作定理 …… 427
余弦算子函数 …… 427
余弦算子函数的生成定理 …… 428
发展方程 …… 428
发展系统 …… 428
抛物发展系统 …… 428
容许子空间 …… 428
生成元的稳定族 …… 429
双曲发展系统 …… 429
C_0 半群的渐近稳定性 …… 429
C_0 半群的指数稳定性 …… 429
非线性算子半群的稳定性 …… 429
对于非线性算子半群的不变原理 …… 430

随机微分方程

随机微分方程 …… 430
伊滕方程 …… 431
伊滕积分 …… 431
伊滕公式 …… 431

偏 微 分 方 程

偏微分方程论 …… 432

偏微分方程的基本概念

偏微分方程 …… 433
偏微分方程组 …… 433
偏微分方程的阶 …… 433
数学物理方程 …… 433
线性偏微分方程 …… 433
非线性偏微分方程 …… 433
半线性偏微分方程 …… 433
拟线性偏微分方程 …… 433
完全非线性偏微分方程 …… 433
偏微分方程的自由项 …… 433
偏微分方程的非齐次项 …… 433
齐次偏微分方程 …… 433
超定方程组 …… 433
欠定方程组 …… 433
确定方程组 …… 433
偏微分方程的解 …… 433
偏微分方程的积分曲面 …… 434
正则解 …… 434
经典解 …… 434
广义解 …… 434
强解 …… 434
弱解 …… 434
定解条件 …… 434

边界条件 …… 434
泛定方程 …… 434
定解问题 …… 434
初值问题 …… 434
初始值 …… 434
初始条件 …… 434
柯西问题 …… 434
边值问题 …… 435
狄利克雷边值问题 …… 435
诺伊曼边值问题 …… 435
鲁宾边值问题 …… 435
混合问题 …… 435
初-边值问题 …… 435
齐次边值问题 …… 435
非齐次边值问题 …… 435
定解问题的解 …… 435
解的稳定性 …… 435
适定问题 …… 435
不适定问题 …… 435
数学物理中的反问题 …… 435
正则化方法 …… 436
赫尔德空间 …… 436

一阶偏微分方程

一阶拟线性偏微分方程 …… 436
一阶拟线性偏微分方程的特征方程 …… 436
一阶拟线性偏微分方程的特征线 …… 436
蒙日束 …… 436
蒙日轴 …… 437
蒙日向量 …… 437
一阶非线性偏微分方程 …… 437
蒙日锥 …… 437
蒙日曲线 …… 437
特征方向 …… 437
一阶非线性方程的特征微分方程组 …… 437
特征带 …… 437
成带条件 …… 437
全积分 …… 437
通解 …… 437
特解 …… 437
奇解 …… 437
泊松括号 …… 437
哈密顿场 …… 438
拉格朗日-查皮特方法 …… 438
雅可比方法 …… 438
对合方程组 …… 439
哈密顿-雅可比方程 …… 439
哈密顿方程组 …… 439
典则方程组 …… 439
双特征带 …… 439
双特征 …… 439
次特征 …… 439
光程函数方程 …… 439
一阶偏微分方程的标准型 …… 439
蒙日方程 …… 439
一阶非线性方程的柯西问题 …… 439
解柯西问题的特征线法 …… 440
一阶半线性方程组的特征理论 …… 440
一阶半线性方程组的特征方程 …… 440
特征曲面 …… 440
特征方向 …… 440
一阶线性方程组的杜阿梅尔原理 …… 440

高阶偏微分方程

高阶线性方程的特征方程 …… 440
高阶线性方程的特征方向 …… 441
高阶线性方程的特征曲面 …… 441
高阶线性方程的分类 …… 441
二阶线性偏微分方程的分类 …… 441
二阶线性偏微分方程的标准型 …… 441
发展方程 …… 442
克莱茵-戈登方程 …… 442
算子半群方法 …… 442
薛定谔方程 …… 442
弹性振动方程 …… 442
弹性平衡方程 …… 442
偏微分方程的基本解 …… 442
柯西-柯瓦列夫斯卡娅定理 …… 443
卢伊关于无解的线性偏微分方程的例子 …… 443
霍姆格伦的惟一性定理 …… 443
二阶偏微分算子的格林公式 …… 444
二阶偏微分算子的伴随算子 …… 444

双曲型方程

双曲型偏微分方程 …… 444
二阶线性双曲型方程 …… 444
正则双曲型 …… 445
波动方程 …… 445
波动方程的基本解 …… 445
弦振动方程 …… 445
膜振动方程 …… 445
特征超曲面 …… 445
特征射线 …… 445
特征劈锥面 …… 445

特征劈锥体 …… 445
时向曲线 …… 445
时向曲面 …… 445
空向曲面 …… 445
几何光学近似方法 …… 445
二阶线性双曲型方程的柯西问题 …… 445
决定区域 …… 446
影响区域 …… 446
依赖区域 …… 446
二阶线性双曲型方程的混合问题 …… 446
齐次波动方程柯西问题的解 …… 446
达朗贝尔公式 …… 447
基尔霍夫公式 …… 447
泊松公式 …… 447
非齐次波动方程柯西问题的解 …… 447
推迟势 …… 447
降维法 …… 447
惠更斯原理 …… 447
前阵面 …… 447
后阵面 …… 447
波的弥散 …… 447
波的后效应 …… 447
能量积分 …… 447
波动方程的能量不等式 …… 448
能量积分法 …… 448
二阶非线性双曲型方程 …… 448
二阶退化双曲型方程 …… 448
弱双曲型方程 …… 448
高阶线性双曲型方程 …… 448
哥尔丁意义下的双曲型方程 …… 449
彼得罗夫斯基意义下的双曲型方程 …… 449
狭义双曲型方程 …… 449
正则双曲型方程 …… 449
线性双曲型方程组 …… 449
对称双曲型方程组 …… 449
正对称方程组 …… 449
正对称算子 …… 449
弱双曲型算子 …… 449
强双曲型算子 …… 449
流体动力学方程组 …… 449
纳维-斯托克斯方程 …… 450
麦克斯韦方程 …… 450
解的间断性 …… 450
守恒律 …… 450
守恒律的广义解 …… 450
激波 …… 450
冲击波 …… 450
间断解 …… 450
间断条件 …… 450
郎金-于果里奥条件 …… 450
黎曼问题 …… 450
接触间断 …… 451
简单波 …… 451
稀疏波 …… 451
中心简单波 …… 451
中心稀疏波 …… 451
黎曼不变量 …… 451
初等波 …… 451
熵条件 …… 451
粘性消去法 …… 451
KdV 方程 …… 451
孤立子 …… 451
孤立波 …… 451
散射反演法 …… 451
散射量 …… 452

椭圆型方程

椭圆型偏微分方程 …… 452
二阶线性椭圆型偏微分方程 …… 452
二阶强椭圆型偏微分方程 …… 452
二阶严格椭圆型偏微分方程 …… 452
一致椭圆型偏微分方程 …… 452
具有非负特征形式的二阶方程 …… 452
二阶退化椭圆型偏微分方程 …… 452
拉普拉斯方程 …… 452
位势方程 …… 452
调和方程 …… 452
拉普拉斯算子 …… 452
调和算子 …… 452
调和函数 …… 452
下调和函数 …… 452
上调和函数 …… 452
弱极大值原理 …… 452
霍普夫边界点定理 …… 453
强极大值原理 …… 453
狄利克雷问题 …… 453
第一边值问题 …… 453
闸函数 …… 453
诺伊曼问题 …… 453
第二边值问题 …… 453
第三边值问题 …… 453
鲁宾问题 …… 454
椭圆型方程的弱解 …… 454
椭圆型方程的广义解 …… 454
平均值定理 …… 454

哈纳克不等式 …… 454
哈纳克收敛性定理 …… 454
泊松方程 …… 454
泊松积分公式 …… 454
泊松积分 …… 455
泊松核 …… 455
亥姆霍兹方程 …… 455
二阶拟线性椭圆型方程 …… 455
散度形式算子 …… 455
牛顿位势 …… 455
拉普拉斯方程的基本解 …… 455
弱导数 …… 455
广义导数 …… 456
索伯列夫空间 …… 456
函数空间 $H_0^k(\Omega)$ …… 456
索伯列夫不等式 …… 456
索伯列夫嵌入定理 …… 456
索伯列夫空间的紧嵌入定理 …… 456
高阶偏微分算子的象征 …… 457
m 阶线性偏微分算子 …… 457
偏微分算子的主象征 …… 457
高阶椭圆型偏微分算子 …… 457
高阶强椭圆型偏微分算子 …… 457
高阶一致强椭圆型偏微分算子 …… 457
重调和算子 …… 457
重调和方程 …… 457
双调和方程 …… 457
恰当椭圆型算子 …… 457
正则椭圆问题 …… 457
椭圆算子的狄利克雷问题 …… 458
狄利克雷组 …… 458
椭圆算子的格林公式 …… 458
伴随组 …… 458
伴随边值问题 …… 458
自伴随边值问题 …… 458
强迫双线性型 …… 458
连续双线性型 …… 459
有界双线性型 …… 459
拉克斯-密格拉蒙定理 …… 459
V 强迫 …… 459
勒雷-绍德尔不动点定理 …… 459
哥尔丁不等式 …… 459
指标算子 …… 459
弗雷德霍姆算子 …… 460
混合边值问题 …… 460
椭圆型方程组 …… 460
强椭圆型方程组 …… 460
椭圆算子的特征值问题 …… 460
椭圆算子的特征函数 …… 460
拉普拉斯算子的特征值问题 …… 460

抛物型方程

抛物型偏微分方程 …… 460
二阶线性抛物型方程 …… 461
退化抛物型方程 …… 461
一致抛物型方程 …… 461
抛物型方程的定解问题 …… 461
初-边值问题 …… 461
相容条件 …… 461
热传导方程 …… 461
热传导方程柯西问题的解 …… 462
热传导方程柯西问题解的惟一性 …… 462
吉洪诺夫解 …… 462
热传导方程解的正则性 …… 462
热传导方程解的渐近性 …… 462
热传导方程解的半群性质 …… 462
抛物型方程的拟基本解方法 …… 462
抛物型方程的拟基本解 …… 463
二阶线性抛物型方程的基本解 …… 463
伴随方程 …… 463
格林恒等式 …… 463
抛物型方程的能量不等式 …… 463
抛物型方程的极大值原理 …… 464
霍普夫型边界点定理 …… 464
比较定理 …… 464
解的可微性 …… 464
函数空间 $W_2^{r,s}(Q_T)$ …… 464
函数空间 $\mathring{W}_2^{r,s}(Q_T)$ …… 465
抛物型方程的广义解 …… 465
自由边界问题 …… 465
斯特凡问题 …… 465
水坝渗流问题 …… 465
浸润面问题 …… 465
渗流方程 …… 465
抛物型方程组 …… 466
抛物权数 …… 466
一致抛物型方程组 …… 466
弱耦合抛物组的极大值原理 …… 466
弱耦合抛物组 …… 467
反应扩散方程组 …… 467
破裂现象 …… 467

混合型方程

混合型偏微分方程 …… 467
恰普雷根方程 …… 467

特里科米问题 …… 467
特里科米方程 …… 467
奇异初值问题 …… 467

线性偏微分算子

象征类 $S^m_{\rho,\delta}(\Omega)$ …… 467
拟微分算子 …… 468
局部算子 …… 468
拟局部性质 …… 468
拟局部算子 …… 468
分布核 …… 468
光滑算子 …… 468
恰当子集 …… 468
恰当支广义函数 …… 468
恰当支分布 …… 468
恰当支拟微分算子 …… 468
实主型拟微分算子 …… 469
紧子集上的可解性定理 …… 469
局部可解性 …… 469
局部可解性定理 …… 469
L^2 有界性定理 …… 469
紧性定理 …… 469
椭圆型拟微分算子 …… 469
拟基本解 …… 469
左(右)拟基本解 …… 469
拟逆 …… 469
拟基本解存在定理 …… 469
奇支集 …… 470
亚椭圆算子 …… 470
常系数微分算子 …… 470
基本解的存在性定理 …… 470
亚椭圆常系数微分算子 …… 470
主型算子的亚椭圆性条件 …… 470
椭圆型方程解的正则性 …… 470
波前集 …… 470
奇谱 …… 470
奇性传播定理 …… 470
位相函数 …… 471
振荡积分 …… 471
振幅函数 …… 471
傅里叶积分算子 …… 471
典则变换 …… 471
生成函数 …… 471
主型算子 …… 471
狭义主型算子 …… 472
叶戈罗夫定理 …… 472
拟微分算子的椭圆点 …… 472
流形上的偏微分算子 …… 472

格林函数

格林函数 …… 472
自伴二阶常微分方程的格林函数 …… 473
拉普拉斯算子的格林函数 …… 473
亥姆霍兹方程的格林函数 …… 473
二阶线性椭圆算子的基本解 …… 473
二阶线性椭圆型方程狄利克雷问题的格林函数 …… 474
列维函数 …… 474
热传导算子的格林函数 …… 474
核函数 …… 474
格林算子 …… 474
高阶椭圆型方程的格林算子 …… 474
高阶椭圆型方程的格林函数 …… 474

变分解法与变分不等式

泛函的变分 …… 475
泛函的极值 …… 475
泛函的极值函数 …… 475
变分问题 …… 475
最速降线问题 …… 475
短程线问题 …… 475
欧拉方程 …… 475
极值曲线 …… 475
横截条件 …… 475
条件极值变分问题 …… 475
拉格朗日乘子法 …… 476
等周问题 …… 476
连续动态系统的最优控制 …… 476
欧拉有限差分法 …… 476
正定算子 …… 477
极小化序列 …… 477
狄利克雷原理 …… 477
狄利克雷积分 …… 477
变分原理 …… 477
能量法 …… 478
里茨方法 …… 478
加廖尔金法 …… 478
坎托罗维奇法 …… 478
自然边界条件 …… 478
临界点 …… 478
临界值 …… 479
PS 条件 …… 479
极大极小原理 …… 479
山路引理 …… 479

多解定理 …… 479
三解定理 …… 479
变分不等式 …… 479
R^n 空间中的变分不等式 …… 479
希尔伯特空间中的变分不等式 …… 480
障碍问题 …… 480
重合集 …… 480
拟变分不等式 …… 480
分歧 …… 480
分歧点 …… 480

偏微分方程基本解法

分离变量法 …… 480
双曲型方程的特征问题 …… 481
古尔萨问题 …… 481
皮卡问题 …… 481
逐次逼近法 …… 481
特征线法 …… 481
黎曼函数 …… 481
广义柯西问题的黎曼方法 …… 482
黎曼公式 …… 482
拉普拉斯变换 …… 482
傅里叶变换 …… 482
卷积 …… 483
积分变换方法 …… 483
差分法 …… 483
格林函数方法 …… 483
刘维尔定理 …… 483
补法向微商 …… 483
补法向量 …… 483
斜微商问题 …… 483
斜微商边界条件 …… 484
正则斜微商边界条件 …… 484
开尔文变换 …… 484
亚历山德罗夫极大值原理 …… 484
上接触集 …… 484
法映射 …… 484
玻尼极值原理 …… 484
窄区域极值原理 …… 484
弗雷德霍姆二择一定理 …… 484
散度形式二阶线性椭圆型方程的解 …… 485
先验估计 …… 485
绍德尔估计 …… 485
绍德尔内估计 …… 485
绍德尔全局估计 …… 485
德·吉奥基-纳什估计 …… 485
弱哈纳克不等式 …… 485
弱解的哈纳克不等式 …… 486
解的 L^p 估计 …… 486
解的 L^p 内估计 …… 486
解的 L^p 全局估计 …… 486
克里洛夫-萨弗诺夫估计 …… 486
二阶完全非线性椭圆型方程 …… 486
贝尔曼方程 …… 486
蒙日-安培方程 …… 487
极小曲面方程 …… 487
指定平均曲率方程 …… 487
索伯列夫空间的内插不等式 …… 487
尼伦伯格不等式 …… 487
弗里德里希斯不等式 …… 488
庞加莱不等式 …… 488
李亚普诺夫曲面 …… 488
单层位势 …… 488
单层位势导数的跃度关系 …… 488
双层位势 …… 488
双层位势的跃度关系 …… 488

积 分 方 程

积分方程 …… 489
线性积分方程 …… 490
齐次积分方程 …… 490
弗雷德霍姆积分方程 …… 490
积分方程的核 …… 490
对称核 …… 490
埃尔米特核 …… 490
反对称核 …… 490
退化核的积分方程 …… 490
积分方程的特征值 …… 491
积分方程的特征函数 …… 491
逐次逼近法 …… 491
预解核 …… 491
诺伊曼级数 …… 491
弗雷德霍姆行列式 …… 492
弗雷德霍姆公式 …… 492
弗雷德霍姆定理 …… 492
弱奇性核 …… 492
对称核方程的性质 …… 492
希尔伯特-施密特定理 …… 492
施密特公式 …… 493
核的展开定理 …… 493

默塞尔定理 …… 493
半正定核 …… 493
正定对称核 …… 493
非对称核的积分方程 …… 493
埃尔米特核的积分方程 …… 493
反对称核的积分方程 …… 494
积分方程与微分方程的关系 …… 494
第一类弗雷德霍姆积分方程 …… 494
施密特-皮卡定理 …… 495
不适定问题 …… 495
沃尔泰拉积分方程 …… 495
阿贝尔积分方程 …… 495
阿贝尔积分算子 …… 495
斯蒂尔杰斯积分方程 …… 496
福克斯积分方程 …… 496
拉东积分方程 …… 496
拉东变换 …… 496
奇异积分方程 …… 496
柯西型积分 …… 497
柯西主值 …… 497
普莱姆利-索霍茨基公式 …… 497
普莱姆利-普里瓦洛夫定理 …… 498
黎曼边值问题 …… 498
黎曼问题 …… 498
黎曼问题的指标 …… 498
齐次黎曼问题的典则函数 …… 498
齐次黎曼问题的一般解 …… 498
非齐次黎曼问题的一般解 …… 498
柯西核奇异积分方程 …… 499
特征方程 …… 499
特征算子 …… 499
柯西奇异积分算子 …… 499
奇异积分方程的指标 …… 499
相联方程 …… 499
相联算子 …… 500
奇异积分方程的正则化 …… 500
正则化算子 …… 500
韦夸等价正则化定理 …… 500
特征方程的解 …… 500
希尔伯特变换 …… 501
色散变换 …… 501
希尔伯特核 …… 501
希尔伯特边值问题 …… 501
希尔伯特核奇异积分方程 …… 501
诺特定理 …… 502
拟弗雷德霍姆方程 …… 502
拟弗雷德霍姆算子 …… 502
卷积方程 …… 502
卷积算子 …… 502
维纳-霍普夫方程 …… 502
维纳-霍普夫技巧 …… 503
米尔恩方程 …… 503
卷积型积分方程 …… 503
差核积分方程 …… 503
对偶积分方程 …… 503
特普利茨方程 …… 504
特普利茨算子 …… 504
带位移的奇异积分方程 …… 504
卡莱曼条件 …… 504
高维奇异积分方程 …… 504
高维奇异积分算子 …… 505
里斯算子 …… 505
广义维纳-霍普夫方程 …… 505
维纳-霍普夫算子 …… 505
维纳-霍普夫分解 …… 505
诺特算子 …… 506
广义弗雷德霍姆算子 …… 506
算子的协核空间 …… 506
半诺特算子 …… 506
代数算子方程 …… 506
代数算子 …… 506
局部化理论 …… 506
局部型算子 …… 507
局部诺特算子 …… 507
局部正则化算子 …… 507
非线性积分方程 …… 507
非线性弗雷德霍姆积分方程 …… 507
非线性沃尔泰拉积分方程 …… 507
哈默斯坦方程 …… 507
非线性奇异积分方程 …… 507
非线性积分算子 …… 508
桑德拉塞卡尔 H 方程 …… 508
积分微分方程 …… 508
弗雷德霍姆型积分微分方程 …… 508
沃尔泰拉型积分微分方程 …… 508
积分微分方程的初值问题 …… 508
积分微分方程的边值问题 …… 508
普朗托积分微分方程 …… 508
特殊的函数方程 …… 508
加性函数方程 …… 509
一般加法定理 …… 509
施罗德函数方程 …… 509
阿贝尔函数方程 …… 509

动 力 系 统

动力系统 …… 510

拓扑动力系统

拓扑动力系统 …… 510
离散动力系统 …… 510
离散微分动力系统 …… 511
流 …… 511
连续动力系统 …… 511
连续流 …… 511
单参数变换群 …… 511
光滑流 …… 511
离散半动力系统 …… 511
微分半动力系统 …… 511
半流 …… 511
连续半动力系统 …… 511
时间 1 映射 …… 511
时间 t 映射 …… 511
扭扩 …… 511
扭扩空间 …… 512
第一返回映射 …… 512
庞加莱映射 …… 512
嵌入流 …… 512
嵌入半流 …… 512
嵌入问题 …… 512
轨道 …… 512
轨线 …… 512
休止点 …… 512
平衡点 …… 512
临界点 …… 512
奇点 …… 512
周期轨道 …… 512
不动点 …… 512
周期轨道的周期 …… 512
周期点 …… 512
准周期点 …… 512
局部截痕 …… 512
有限管 …… 513
不变集 …… 513
ω 极限集 …… 513
ω 极限点 …… 513
α 极限集 …… 513
α 极限点 …… 513
泊松稳定轨道 …… 513
正向泊松稳定轨道 …… 513
负向泊松稳定轨道 …… 513
P 式稳定轨道 …… 513
平凡 P 式稳定轨道 …… 513
渐近轨道 …… 513
正向渐近轨道 …… 514
负向渐近轨道 …… 514
域回归性 …… 514
非游荡点 …… 514
游荡点 …… 514
非游荡集 …… 514
动力系统的中心 …… 514
伯克霍夫中心 …… 514
中心阶数 …… 514
中心深度 …… 514
链回归集 …… 514
链回归点 …… 514
准极小集 …… 514
拉格朗日式稳定 …… 515
拉格朗日式正稳定 …… 515
拉格朗日式负稳定 …… 515
吸引中心 …… 515
极小吸引中心 …… 515
回复轨道 …… 515
回复运动 …… 515
极小集 …… 515
极小动力系统 …… 515
几乎周期轨道 …… 515
几乎周期运动 …… 516
李亚普诺夫式稳定性 …… 516
正李亚普诺夫式稳定性 …… 516
负李亚普诺夫式稳定性 …… 516
双侧李亚普诺夫式稳定性 …… 516
完全非稳定动力系统 …… 516
非固有鞍点 …… 516
拓扑传递 …… 516
拓扑可迁 …… 516
链传递 …… 516
链可迁 …… 516
拓扑混合 …… 516
链混合 …… 516
特殊性 …… 517
逆极限空间 …… 517
转移同胚 …… 517
可扩映射 …… 517
可扩同胚 …… 517

可扩流 …… 517
伪轨跟踪性质 …… 517
α 伪轨 …… 518
β 跟踪 …… 518
(α,T)伪轨 …… 518
(α,T)链 …… 518
拓扑双曲不变集 …… 518
公理 A 同胚 …… 518
安诺索夫同胚 …… 518
具有双曲坐标的同胚 …… 518
拓扑安诺索夫同胚 …… 518
拓扑安诺索夫映射 …… 518
符号动力系统 …… 518
转移自同胚 …… 519
转移自同构 …… 519
符号半动力系统 …… 519
转移自映射 …… 519
有限型子移位 …… 519
双边拓扑马尔可夫链 …… 519
单边拓扑马尔可夫链 …… 519
移位不变集 …… 519

一维动力系统

一维动力系统 …… 519
逐段单调映射 …… 519
区段 …… 519
区段数 …… 519
回转点 …… 519
增长数 …… 519
不变坐标 …… 519
揉搓矩阵 …… 520
揉搓增量 …… 520
揉搓行列式 …… 520
揉搓函数 …… 520
上揉搓函数 …… 520
下揉搓函数 …… 520
上揉搓组 …… 520
下揉搓组 …… 520
揉搓组 …… 521
揉搓序列 …… 521
修正 ζ 函数 …… 521
负型不动点 …… 521
施瓦兹导数 …… 521
施瓦兹条件 …… 521
沙可夫斯基序 …… 521
沙可夫斯基定理 …… 521
回复性定理 …… 521
李-约克混沌 …… 521
区间映射的伯克霍夫中心及中心深度 …… 521
区间映射的 C^r 封闭引理 …… 522
区间映射周期轨道的结构 …… 522
简单周期轨道 …… 522
极小周期轨道 …… 522

微分动力系统

微分动力系统 …… 522
C^r 流 …… 523
C^r 向量场 …… 523
C^r 常微系统 …… 523
离散微分动力系统 …… 523
C^r 微分动力系统 …… 523
离散微分半动力系统 …… 523
C^r 微分半动力系统 …… 523
通有性 …… 523
双曲线性映射 …… 523
双曲线性同构 …… 523
扩张子空间 …… 523
收缩子空间 …… 523
双曲线性向量场 …… 523
双曲线性流 …… 523
双曲不动点 …… 524
双曲周期点 …… 524
λ 引理 …… 524
倾角引理 …… 524
双曲奇点 …… 524
渊点 …… 524
源点 …… 524
鞍点 …… 524
双曲周期轨 …… 524
初等不动点 …… 524
简单奇点 …… 525
横截面 …… 525
拓扑共轭 …… 525
拓扑等价 …… 525
C^r 结构稳定性 …… 525
拓扑稳定性 …… 525
半稳定性 …… 526
半结构稳定性 …… 526
Ω 共轭 …… 526
R 共轭 …… 526
Ω 等价 …… 526
R 等价 …… 526
局部拓扑共轭 …… 526
局部拓扑等价 …… 526

局部流等价 …… 526
保向共轭 …… 526
流等价 …… 526
半共轭 …… 526
因子 …… 527
$C^r\Omega$ 稳定性 …… 527
C^rCR 稳定性 …… 527
拓扑 Ω 稳定性 …… 527
Ω 半稳定性 …… 527
绝对结构稳定 …… 527
绝对 Ω 稳定 …… 527
不变集的 C^r 结构稳定性 …… 527
局部结构稳定性 …… 528
不变集的半结构稳定性 …… 528
双曲不变集 …… 528
安诺索夫微分同胚 …… 528
安诺索夫可微映射 …… 528
扩张不变集 …… 529
扩张映射 …… 529
流的双曲不变集 …… 529
安诺索夫流 …… 529
安诺索夫向量场 …… 529
哈特曼定理 …… 529
哈特曼线性化定理 …… 529
哈特曼-哥布曼定理 …… 529
稳定流形 …… 529
稳定集 …… 530
不稳定集 …… 530
局部稳定集 …… 530
局部不稳定集 …… 530
不稳定流形 …… 530
局部稳定流形 …… 530
局部不稳定流形 …… 530
稳定流形定理 …… 530
庞特里亚金-安德罗诺夫定理 …… 530
莫尔斯-斯梅尔系统 …… 530
莫尔斯-斯梅尔向量场 …… 531
莫尔斯-斯梅尔微分同胚 …… 531
佩克索托定理 …… 531
科普卡-斯梅尔定理 …… 531
通有稠密性定理 …… 531
线性横截条件 …… 531
强横截条件 …… 531
几何式横截条件 …… 531
公理 A 结构稳定系统 …… 531
稳定性猜测 …… 531
类梯度微分同胚 …… 532
C^1 封闭引理 …… 532
C^r 封闭引理猜测 …… 532
安诺索夫封闭引理 …… 532
公理 A 系统 …… 532
公理 A 流 …… 532
谱分解 …… 532
基本集分解 …… 532
局部乘积结构 …… 532
典型坐标 …… 533
无环条件 …… 533
基本集 …… 533
马尔可夫分割 …… 533
正规矩形 …… 534
滤子 …… 534
Ω 爆炸 …… 534
当儒瓦-施瓦兹定理 …… 534
ζ 函数 …… 534
奇点指标 …… 534
庞加莱-霍普夫指标定理 …… 535
旋转数 …… 535
奇异情形 …… 535
遍历情形 …… 535
当儒瓦流 …… 535
环面上的无理流 …… 535
查瑞流 …… 536
托姆环面双曲自同构 …… 536
环面自同态 …… 536
斯梅尔马蹄 …… 536
恩龙映射 …… 536
横截相交 …… 537
典范方程组 …… 537
向量场的示性函数 …… 537
阻碍集 …… 537
正常集 …… 538
常微系统族 $\mathscr{X}^*$ …… 538
常微系统族 $\mathscr{X}^{**}$ …… 538
混杂的非游荡点 …… 538
歧变集 …… 538
极小歧变集 …… 538
简单极小歧变集 …… 538

复动力系统

复动力系统 …… 538
法图集 …… 538
茹利亚集 …… 538
乘子 …… 539
斥性周期点 …… 539
中性周期点 …… 539

吸性周期点 …… 539
西格尔点 …… 539
克莱姆点 …… 539
芒德布罗集 …… 539
法图分支 …… 539
稳定域 …… 539
游荡分支 …… 539
预周期分支 …… 539
周期分支 …… 540
不变分支 …… 540
直接吸收盆 …… 540
施罗德域 …… 540
布确域 …… 540
利玉域 …… 540
抛物域 …… 540
西格尔圆 …… 540
阿诺尔德-霍曼环 …… 540
贝克域 …… 540
周期循环 …… 540
临界点 …… 540
临界点集 …… 540
临界值 …… 540
临界极限集 …… 540
渐近值 …… 540
奇异点 …… 540
奇异点集 …… 540
超奇异集 …… 540
双曲亚纯函数 …… 540
次扩张亚纯函数 …… 540
扩张亚纯函数 …… 540
法图分支的有界性 …… 540
康托尔集 …… 540
孤立若尔当弧 …… 540
茹利亚集的测度 …… 541
爆炸性 …… 541
豪斯多夫维数 …… 541
可测动力学 …… 541
等价族 …… 542
大轨道 …… 542
交叉集 …… 542
拟扩张亚纯函数 …… 542
J 稳定 …… 542
结构稳定 …… 542
可交换函数 …… 542
牛顿方法 …… 542
松弛牛顿法 …… 542
吸性盆 …… 542
重正规化 …… 542
类多项式映射 …… 542
填充茹利亚集 …… 542
无限重正规化 …… 542

遍历性理论

遍历性理论 …… 543
保测变换 …… 543
可测变换 …… 543
可逆保测变换 …… 543
伯努利移位 …… 543
马尔可夫移位 …… 543
庞加莱回归定理 …… 543
伯克霍夫遍历定理 …… 543
遍历性 …… 544
强混合 …… 544
弱混合 …… 544
惟一遍历性 …… 544
不变测度的遍历分解 …… 545
遍历分支 …… 545
概率空间的同构 …… 545
勒贝格空间 …… 545
保测变换的同构 …… 545
保测变换的谱同构 …… 545
谱同构不变量 …… 545
奥恩斯坦定理 …… 545
保测变换的共轭 …… 545
测度代数 …… 545
测度代数的同构 …… 546
可测分割 …… 546
ζ 集 …… 546
分割 ζ 的基 …… 546
分割 ζ 生成的 σ 代数 …… 546
典型条件测度族 …… 546
测度熵 …… 546
柯尔莫哥洛夫-西奈不变量 …… 546
条件熵 …… 546
熵映射 …… 546
柯尔莫哥洛夫-西奈定理 …… 547
保测变换的生成元 …… 547
保测变换的双边生成元 …… 547
香农-麦克米伦-布莱曼定理 …… 547
局部熵 …… 547
拓扑熵 …… 547
(n,ε)分离集 …… 548
(n,ε)支架集 …… 548
拓扑压 …… 548
变分原理 …… 548

平衡状态 …… 548
西奈-吕埃尔-鲍恩测度 …… 549
次可加遍历定理 …… 549
乘法遍历定理 …… 549
李亚普诺夫特征指数 …… 549
柏森熵公式 …… 550
柏森理论 …… 550
吕埃尔不等式 …… 550
稳定流形 …… 550

特 殊 函 数

特殊函数 …… 551
伽马函数 …… 551
阶乘函数 …… 552
伽马函数的欧拉无穷乘积公式 …… 552
伽马函数的外尔斯特拉斯无穷乘积公式 …… 552
欧拉常数 …… 552
斯特林公式 …… 552
贝塔函数 …… 552
普西函数 …… 552
双伽马函数 …… 552
多伽马函数 …… 552
黎曼 ζ 函数 …… 552
广义 ζ 函数 …… 553
胡尔维茨 ζ 函数 …… 553
默比乌斯函数 …… 553
默比乌斯变换 …… 553
默比乌斯反演 …… 553
修正的默比乌斯变换 …… 553
修正的默比乌斯反演 …… 554
富克斯型方程 …… 554
黎曼微分方程 …… 554
黎曼 P 方程 …… 554
超几何方程 …… 554
超几何级数 …… 554
高斯级数 …… 555
超几何函数 …… 555
超比函数 …… 555
巴恩斯积分 …… 555
不完全贝塔函数 …… 555
托玛级数 …… 555
广义超几何级数 …… 555
巴恩斯广义超几何函数 …… 555
二变量超几何函数 …… 555
阿佩尔二变量超几何函数 …… 556
矩阵变量的超几何函数 …… 556
连带勒让德方程 …… 556
勒让德方程 …… 556
勒让德函数 …… 556
第一类勒让德函数 …… 557
第二类勒让德函数 …… 557
球函数 …… 557
连带勒让德函数 …… 557
第一类连带勒让德函数 …… 557
第二类连带勒让德函数 …… 557
m 阶 l 次连带勒让德函数 …… 557
m 阶 l 次第一类连带勒让德函数 …… 557
m 阶 l 次第二类连带勒让德函数 …… 557
双轴球面函数 …… 557
勒让德多项式的加法定理 …… 558
面调和函数 …… 558
带调和函数 …… 558
田形调和函数 …… 558
瓣状调和函数 …… 558
立体调和函数 …… 558
格根鲍尔函数 …… 558
圆锥函数 …… 558
圆环函数 …… 558
超球微分方程 …… 559
超球函数 …… 559
汇合型超几何方程 …… 559
库默尔方程 …… 559
汇合型超几何函数 …… 559
库默尔函数 …… 559
波赫哈默尔围道 …… 559
惠特克方程 …… 559
惠特克函数 …… 559
韦伯方程 …… 560
抛物线柱函数 …… 560
韦伯函数 $D_\nu(z)$ …… 560
不完全伽马函数 …… 560
误差函数 …… 560
余误差函数 …… 560
概率积分 …… 560
正态概率积分 …… 560
菲涅耳积分 …… 560
指数积分 …… 561
对数积分 …… 561
正弦积分 …… 561
余弦积分 …… 561
抛物函数 …… 561

旋转抛物面函数 …… 561
贝塞尔方程 …… 561
贝塞尔函数 …… 561
第一类贝塞尔函数 …… 562
贝塞尔积分 …… 562
第二类贝塞尔函数 …… 562
诺伊曼函数 …… 562
第三类贝塞尔函数 …… 562
汉克尔函数 …… 562
第一类汉克尔函数 …… 562
第二类汉克尔函数 …… 562
柱函数 …… 562
洛默尔多项式 …… 562
变形贝塞尔函数 …… 563
第一类变形贝塞尔函数 …… 563
第二类变形贝塞尔函数 …… 563
巴赛特函数 …… 563
球贝塞尔方程 …… 563
球贝塞尔函数 …… 563
第一类球贝塞尔函数 …… 563
第二类球贝塞尔函数 …… 563
球诺伊曼函数 …… 563
第三类球贝塞尔函数 …… 563
球汉克尔函数 …… 563
平面波按柱面波展开 …… 563
平面波按球面波展开 …… 564
艾里函数 …… 564
开尔文函数 …… 564
汤姆森函数 …… 564
斯图鲁弗函数 …… 564
安格尔函数 …… 564
韦伯函数$E_\nu(z)$…… 564
洛默尔函数 …… 565
诺伊曼多项式 …… 565
施勒夫利多项式 …… 565
椭圆积分 …… 565
超椭圆积分 …… 565
勒让德型椭圆积分 …… 565
不完全椭圆积分 …… 566
第一类不完全椭圆积分 …… 566
第二类不完全椭圆积分 …… 566
第三类不完全椭圆积分 …… 566
完全椭圆积分 …… 566
第一类完全椭圆积分 …… 566
第二类完全椭圆积分 …… 566
第三类完全椭圆积分 …… 566
外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
第一类外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
第二类外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
第三类外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
椭圆函数 …… 566
第一类椭圆函数 …… 567
周期平行四边形 …… 567
椭圆函数的阶 …… 567
第二类椭圆函数 …… 567
第三类椭圆函数 …… 567
椭圆ϑ函数 …… 567
外尔斯特拉斯椭圆函数 …… 567
外尔斯特拉斯ζ函数 …… 567
外尔斯特拉斯σ函数 …… 567
余σ函数 …… 567
雅可比椭圆函数 …… 567
雅可比Θ函数 …… 568
雅可比ζ函数 …… 568
椭球坐标系 …… 568
拉梅微分方程 …… 568
拉梅函数 …… 569
第一类拉梅函数 …… 569
第二类拉梅函数 …… 569
第三类拉梅函数 …… 569
第四类拉梅函数 …… 569
第一种拉梅函数 …… 569
第二种拉梅函数 …… 569
拉梅多项式 …… 569
广义拉梅函数 …… 569
周期拉梅函数 …… 569
椭球调和函数 …… 570
第一类椭球调和函数 …… 570
第二类椭球调和函数 …… 570
第三类椭球调和函数 …… 570
第四类椭球调和函数 …… 570
球体波函数 …… 570
球体函数 …… 570
希尔方程 …… 570
马蒂厄方程 …… 570
马蒂厄函数 …… 571
第一类马蒂厄函数 …… 571
椭圆柱函数 …… 571
第二类马蒂厄函数 …… 571
变形马蒂厄方程 …… 571
变形马蒂厄函数 …… 571
第一类变形马蒂厄函数 …… 571
第二类变形马蒂厄函数 …… 571
第三类变形马蒂厄函数 …… 572
母函数 …… 572
生成函数 …… 572

欧拉多项式 …… 572
欧拉数 …… 572
伯努利多项式 …… 572
伯努利数 …… 572
勒让德多项式 …… 573
正交多项式系 …… 573
第一类切比雪夫多项式 …… 574
第一类移位切比雪夫多项式 …… 574
第二类切比雪夫多项式 …… 574
第二类移位切比雪夫多项式 …… 574
拉盖尔多项式 …… 574
广义拉盖尔多项式 …… 574
埃尔米特多项式 …… 574
雅可比多项式 …… 574
超几何多项式 …… 575
格根鲍尔多项式 …… 575
超球多项式 …… 575
离散变量的正交多项式 …… 575

附录　特殊函数公式

伽马函数及其他相关函数

伽马函数 …… 576
贝塔函数 …… 578
普西函数 …… 579
黎曼 ζ 函数 …… 580
广义 ζ 函数 …… 581
欧拉常数 …… 581

超几何函数

超几何函数 …… 582
超几何方程的基本解 …… 583
超几何函数的邻次关系 …… 584
超几何函数的二次变换 …… 585
超几何函数的特殊值 …… 586
特殊的超几何函数 …… 587
超几何函数的渐近展开 …… 588

球　函　数

勒让德函数 …… 588
连带勒让德函数 …… 591
m 阶 l 次连带勒让德函数 …… 597
格根鲍尔函数 …… 597
圆环函数 …… 598
圆锥函数 …… 598

汇合型超几何函数

库默尔函数 …… 599
汇合型超几何方程的解 …… 602
惠特克函数 …… 603
不完全伽马函数 …… 605
误差函数 …… 606
概率积分 …… 606
菲涅耳积分 …… 606
指数积分 …… 607
对数积分 …… 607
正弦积分 …… 607
余弦积分 …… 608
抛物线柱函数 …… 608

柱　函　数

柱函数的一般性质 …… 610
第一类贝塞尔函数 …… 610
第二类贝塞尔函数 …… 613
第三类贝塞尔函数 …… 614
半奇数阶贝塞尔函数 …… 616
变形贝塞尔函数 …… 617
半奇数阶变形贝塞尔函数 …… 618
安格尔函数和韦伯函数 $E_\nu(z)$ …… 619
艾里函数 …… 620
斯图鲁弗函数 …… 620
洛默尔函数 …… 621
洛默尔多项式 …… 623
诺伊曼多项式 …… 623
施列夫利多项式 …… 624

椭圆积分和椭圆函数

椭圆积分 …… 624
外尔斯特拉斯椭圆函数 …… 627
外尔斯特拉斯 ζ 函数 …… 628
外尔斯特拉斯 σ 函数和余 σ 函数 …… 628
椭圆 ϑ 函数 …… 629
雅可比椭圆函数 …… 629
雅可比 ζ 函数 …… 634

拉　梅　函　数

第一种拉梅函数 …… 635
周期拉梅函数 …… 636

马蒂厄函数

马蒂厄函数 …… 636
第一类变形马蒂厄函数 …… 639
第二类变形马蒂厄函数 …… 640
第三类变形马蒂厄函数 …… 641

正交多项式

勒让德多项式 …… 643
切比雪夫多项式 …… 645
拉盖尔多项式 …… 646
广义拉盖尔多项式 …… 647
埃尔米特多项式 …… 647
雅可比多项式 …… 648
格根鲍尔多项式 …… 649

其　　他

欧拉多项式 …… 650
欧拉数 …… 650
伯努利多项式 …… 650
伯努利数 …… 651

附录　特殊函数公式

检索须知

1. 如非特殊指明，本公式表中 k,l,m,n 一律表示整数（椭圆积分和椭圆函数中的模数 k 和补模数 k' 除外），x,y,t 表示实变数，z,u,v,w 表示复变数，$\bar{z}$ 表示 z 的复共轭.

2. $(\alpha)_n=\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\cdots(\alpha+n-1)=\dfrac{\Gamma(\alpha+n)}{\Gamma(\alpha)}$；$(\alpha)_0=1$

$$\binom{\alpha}{n}=\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}=\frac{\Gamma(\alpha+1)}{n!\Gamma(\alpha-n+1)}=\frac{(-)^n\Gamma(n-\alpha)}{n!\Gamma(-\alpha)}$$

$$(v,m)=\frac{[4v^2-3^2]\cdots[4v^2-(2m-1)^2]}{2^{2m}m!}=\frac{\Gamma\left(v+m+\frac{1}{2}\right)}{m!\Gamma\left(v-m+\frac{1}{2}\right)}$$

$$\delta_{mn}=\begin{cases}1 & m=n\\ 0 & m\neq n\end{cases}\qquad \varepsilon_n=2-\delta_{n0}=\begin{cases}1 & n=0\\ 2 & n\neq 0\end{cases}$$

伽马函数及其他相关函数

伽马函数(Gamma function)

$$\Gamma(z)=\int_0^\infty e^{-t}t^{z-1}dt \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$=s^z\int_0^{\infty e^{i\alpha}}t^{z-1}e^{-st}dt \qquad (|\arg s+\delta|<\pi/2,\delta>0,\mathrm{Re}z>0;0<\mathrm{Re}z<1\text{ 时 }\arg s+\delta=\pm\pi/2\text{ 亦成立})$$

$$=\frac{1}{(z)_n}\int_0^\infty e^{-t}t^{z+n-1}dt \qquad (\mathrm{Re}z>-n,n\text{ 为非负整数})$$

$$=\frac{1}{z}\prod_{n=1}^{\infty}\left\{\left(1+\frac{z}{n}\right)^{-1}\left(1+\frac{1}{n}\right)^z\right\} \qquad (z\neq\text{负整数})$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n!\ n^z}{z(z+1)\cdots(z+n)} \qquad (z\neq\text{负整数})$$

$$=\lambda^z\int_0^1\left(\ln\frac{1}{t}\right)^{z-1}t^{\lambda-1}dt \qquad (\mathrm{Re}\lambda>0,\mathrm{Re}z>0)$$

$$=\int_0^\infty e^{-t}(t-z)t^{z-1}\ln t\ dt \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$=\frac{\lambda^z}{\cos\alpha z}\int_0^\infty t^{z-1}e^{-\lambda t\cos\alpha}\cos(\lambda t\sin\alpha)dt \qquad (\mathrm{Re}z>0,\lambda>0,|\alpha|<\pi/2)$$

$$=\frac{\lambda^z}{\sin\alpha z}\int_0^\infty t^{z-1}e^{-\lambda t\cos\alpha}\sin(\lambda t\sin\alpha)dt \qquad (\mathrm{Re}z>-1,\lambda>0,|\alpha|<\pi/2)$$

$$=\frac{(a^2+b^2)^{z/2}}{\sin\left(z\arctan\frac{b}{a}\right)}\int_0^\infty t^{z-1}e^{-at}\sin bt\ dt \qquad (\mathrm{Re}z>-1,\mathrm{Re}a>|\mathrm{Im}b|)$$

$$=\frac{(a^2+b^2)^{z/2}}{\cos\left(z\arctan\frac{b}{a}\right)}\int_0^\infty t^{z-1}e^{-at}\cos bt\ dt \qquad (\mathrm{Re}z>0,\mathrm{Re}a>|\mathrm{Im}b|)$$

$$=\frac{1}{\cos\frac{\pi z}{2}}\int_0^\infty t^{z-1}\cos t\ dt \qquad (0<\mathrm{Re}z<1)$$

$$=\frac{1}{\sin\frac{\pi z}{2}}\int_0^\infty t^{z-1}\sin t\ dt \qquad (0<|\mathrm{Re}z|<1)$$

$$\frac{1}{\Gamma(z)}=ze^{\gamma z}\prod_{n=1}^{\infty}\left\{\left(1+\frac{z}{n}\right)e^{-z/n}\right\}$$ （γ 为欧拉常数）

$$=\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty e^{i\alpha}}^{(0^+)}e^t t^{-z}dt$$ （$|\alpha|<\pi/2$，$|\arg\ t-\alpha|<\pi$. 积分路线：从∞点出发，沿辐角为 $\pi+\alpha$ 的半射线绕原点正向一周，再回到∞点）

$$\Gamma(z+1)=z\Gamma(z)$$

$$\Gamma(n+1)=n!,\quad \Gamma(1)=\Gamma(2)=1$$

$$\Gamma(z)\Gamma(1-z)=\frac{\pi}{\sin\pi z},\quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$$

$$\Gamma(n+z)\Gamma(n-z)=\frac{\pi z}{\sin\pi z}[(n-1)!]^2\prod_{k=1}^{n-1}\left(1-\frac{z^2}{k^2}\right)$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}+z\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}-z\right)=\frac{\pi}{\cos\pi z}$$

$$\Gamma\left(n+\frac{1}{2}+z\right)\Gamma\left(n+\frac{1}{2}-z\right)=\frac{1}{\cos\pi z}\left[\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)\right]^2\prod_{k=1}^{n}\left[1-\frac{4z^2}{(2k-1)^2}\right]$$

$$\Gamma(nz)=(2\pi)^{(1-n)/2}n^{nz-1/2}\prod_{k=0}^{n-1}\Gamma\left(z+\frac{k}{n}\right)$$

$$\Gamma(2z)=\frac{2^{2z-1}}{\sqrt{\pi}}\Gamma(z)\Gamma\left(z+\frac{1}{2}\right)$$

$$\Gamma(z+1)=\sum_{n=0}^{\infty}c_n z^n,\quad c_0=1,\quad c_{n+1}=\frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n}(-)^{k+1}s_{k+1}c_{n-k},\quad s_1=\gamma,\quad s_n=\zeta(n)$$ ($\mathrm{Re}z>0$)

$$\frac{1}{\Gamma(z+1)}=\sum_{n=0}^{\infty}d_n z^n,\quad d_0=1,\quad d_{n+1}=\frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n}(-)^{k}s_{k+1}d_{n-k},\quad s_1=\gamma,\quad s_n=\zeta(n)$$

$$\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)=\frac{(2n-1)!!}{2^n}\sqrt{\pi}$$

$$\Gamma\left(-n+\frac{1}{2}\right)=(-1)^n\frac{2^n\sqrt{\pi}}{(2n-1)!!}$$

$$\ln\Gamma(z)=\left(z-\frac{1}{2}\right)\ln z-z+\frac{1}{2}\ln(2\pi)-\int_0^{\infty}\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{t}-\frac{1}{1-e^{-t}}\right\}\frac{e^{-zt}}{t}dt$$ ($\mathrm{Re}z>0$)

$$=\left(z-\frac{1}{2}\right)\ln z-z+\frac{1}{2}\ln(2\pi)+\int_0^{\infty}\left\{\frac{1}{2}-\frac{1}{t}+\frac{1}{e^t-1}\right\}\frac{e^{-zt}}{t}dt$$ ($\mathrm{Re}z>0$)

$$=\left(z-\frac{1}{2}\right)\ln z-z+\frac{1}{2}\ln(2\pi)+2\int_0^{\infty}\frac{\arctan\frac{t}{z}}{e^{2\pi t}-1}dt$$ ($\mathrm{Re}z>0$)

$$\ln\Gamma(z+1)=\frac{1}{2}\left[\ln\frac{\pi z}{\sin\pi z}-\ln\frac{1+z}{1-z}\right]+(1-\gamma)z+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-\zeta(2n+1)}{2n+1}z^{2n+1}$$

$$=-\gamma z+\sum_{n=2}^{\infty}(-)^n\frac{\zeta(n)}{n}z^n$$ ($|z|<1$)

$$=\frac{1}{2}\ln\frac{\pi z}{\sin\pi z}-\gamma z+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\zeta(2n+1)}{2n+1}z^{2n+1}$$ ($|z|<1$)

$$\prod_{k=1}^{n-1}\Gamma\left(\frac{k}{n}\right)\Gamma\left(1-\frac{k}{n}\right)=\frac{(2\pi)^{n-1}}{n}$$

$$\int_0^1\ln\Gamma(x)\sin 2n\pi x\,dx=\frac{1}{2n\pi}[\gamma+\ln(2n\pi)]$$ ($n=1,2,3,\cdots$)

$$\int_0^1\ln\Gamma(x)\cos 2n\pi x\,dx=\frac{1}{4n}$$ ($n=1,2,3,\cdots$)

$$\int_0^1\ln\Gamma(x)\,dx=\frac{1}{2}\ln(2\pi)$$

$$\int_x^{x+1}\ln\Gamma(x)dx=x\ln x-x+\frac{1}{2}\ln(2\pi)$$

$$\int_x^{x+n}\ln\Gamma(x)dx=x\ln x+(x+1)\ln(x+1)+\cdots+(x+n-1)\ln(x+n-1)-nx-\frac{1}{2}n(n-1)+\frac{n}{2}\ln(2\pi)$$

$$\lim_{z\to\infty}\frac{\Gamma(z+\alpha)}{\Gamma(z)}e^{-\alpha\ln z}=1 \qquad (|\arg z|<\pi)$$

$$\Gamma(z)\sim\sqrt{2\pi}z^{z-1/2}e^{-z}\left[1+\frac{1}{12z}+\frac{1}{288z^2}-\frac{139}{51840z^3}-\frac{571}{2488320z^4}+\frac{163879}{209018880z^5}\right.$$
$$\left.+\frac{5246819}{75246796800z^6}-\frac{534703531}{902961561600z^7}+\cdots\right] \qquad (|\arg z|<\pi,|z|\to\infty)$$

$$\ln\Gamma(z)\sim\left(z-\frac{1}{2}\right)\ln z-z+\frac{1}{2}\ln(2\pi)+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{(-)^{k-1}B_k}{2k(2k-1)}z^{-2k+1}+R_n(z)$$
$$\left[B_k\text{ 为伯努利数},|R_n(z)|<\frac{B_n}{2n(2n-1)}\left(|z|\cos\frac{\arg z}{2}\right)^{1-2n},|\arg z|<\pi,|z|\to\infty\right]$$

贝塔函数(Beta function)

$$B(p,q)=\frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$$
$$=\int_0^1 u^{p-1}(1-u)^{q-1}du \qquad (\mathrm{Re}p>0,\mathrm{Re}q>0)$$
$$=\frac{1}{p}+\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{(q-1)(q-2)\cdots(q-k)}{k!\ (p+k)} \qquad (\mathrm{Re}p>0,\mathrm{Re}q>0)$$
$$=\frac{p+q}{pq}\prod_{k=1}^{\infty}\frac{k(p+q+k)}{(p+k)(q+k)} \qquad (p,q\neq0,-1,-2,\cdots)$$
$$=(b-a)^{1-p-q}\int_a^b(t-a)^{p-1}(b-t)^{q-1}dt \qquad (b>a,\mathrm{Re}p>0,\mathrm{Re}q>0)$$
$$=2^{1-p-q}\int_0^1[(1+t)^{p-1}(1-t)^{q-1}+(1+t)^{q-1}(1-t)^{p-1}]dt \qquad (\mathrm{Re}p>0,\mathrm{Re}q>0)$$
$$=\frac{(b-c)^p(a-c)^q}{(b-a)^{p+q-1}}\int_a^b\frac{(t-a)^{p-1}(b-t)^{q-1}}{(t-c)^{p+q}}dt \qquad (\mathrm{Re}p>0,\mathrm{Re}q>0,c<a<b)$$
$$=2^{2-p-q}\int_{-1}^1\frac{(1+t)^{2p-1}(1-t)^{2q-1}}{(1+t^2)^{p+q}}dt \qquad (\mathrm{Re}p>0,\mathrm{Re}q>0)$$
$$=\int_1^\infty\frac{t^{p-1}+t^{q-1}}{(1+t)^{p+q}}dt \qquad (\mathrm{Re}p>0,\mathrm{Re}q>0)$$
$$=\int_0^1\frac{t^{p-1}+t^{q-1}}{(1+t)^{p+q}}dt \qquad (\mathrm{Re}p>0,\mathrm{Re}q>0)$$
$$=2a^qb^p\int_0^{\pi/2}\frac{\sin^{2p-1}t\cos^{2q-1}t}{(a\cos^2t+b\sin^2t)^{p+q}}dt \qquad (\mathrm{Re}p>0,\mathrm{Re}q>0,a>0,b>0)$$
$$=2b^p\int_0^\infty\cosh t\sinh^{2p-1}t(1+b\sinh^2t)^{-p-q}dt \qquad (\mathrm{Re}p>0,\mathrm{Re}q>0,b>0)$$

$$B(p,q)B(p+q,r)=B(q,r)B(q+r,p)=B(r,p)B(r+p,q)=\frac{\Gamma(p)\Gamma(q)\Gamma(r)}{\Gamma(p+q+r)}$$

$$\frac{p+q}{q}B(p,q+1)=\frac{p+q}{p}B(p+1,q)=B(p,q)=B(p+1,q)+B(p,q+1)$$

$$B(p,p)=2^{1-2p}B\left(p,\frac{1}{2}\right)$$

$$B(p,p)B\left(p+\frac{1}{2},p+\frac{1}{2}\right)=\frac{\pi}{p}2^{1-4p}$$

$$\frac{1}{B(n,m)}=m\binom{n+m-1}{n-1}=n\binom{n+m-1}{m-1} \qquad (m,n\text{ 为正整数})$$

$$B(p-1,q)=\sum_{k=0}^{\infty}B(p,q+k)$$

$$B\left(\frac{p}{a},q-\frac{p}{a}\right)=ab^{p/a}\int_0^\infty\frac{t^{p-1}}{(1+bt^a)^q}dt \qquad (a>0,|\arg b|<\pi,0<\mathrm{Re}p<a\mathrm{Re}q)$$

$$B\left(\frac{p}{r},q\right)=r\int_0^\infty e^{-pt}(1-e^{-rt})^{q-1}dt \qquad \left(\mathrm{Re}\frac{p}{r}>0,\mathrm{Re}r>0,\mathrm{Re}q>0\right)$$

$$B\left(\frac{p+1}{2},\frac{q-p}{2}\right)=2\int_0^\infty\sinh^pt\cosh^{-q}t\,dt \qquad [\mathrm{Re}p>-1,\mathrm{Re}(q-p)>0]$$

$$B\left(\beta+\frac{\alpha}{\rho},\beta-\frac{\alpha}{\rho}\right)=4^{1-\beta}\rho\int_0^\infty\frac{\cosh(2\alpha t)}{\cosh^{2\beta}\rho t}dt \qquad \left[\mathrm{Re}\left(\beta\pm\frac{\alpha}{\rho}\right)>0,\rho>0\right]$$

$$\frac{1}{B(p,q)}=\frac{2^{p+q-1}(p+q-1)}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos(p-q)t\cos^{p+q-2}t\,\mathrm{d}t$$
$$=\frac{2^{p+q-2}(p+q-1)}{\pi\cos\frac{p-q}{2}\pi}\int_0^{\pi}\cos(p-q)t\sin^{p+q-2}t\,\mathrm{d}t$$
$$=\frac{2^{p+q-2}(p+q-1)}{\pi\sin\frac{p-q}{2}\pi}\int_0^{\pi}\sin(p-q)t\sin^{p+q-2}t\,\mathrm{d}t$$

普西函数(psi function)

$$\psi(z)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\ln\Gamma(z)=\frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)}=\lim_{n\to\infty}\left\{\ln n-\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{z+k}\right\}$$
$$=\int_0^{\infty}\left[\frac{1}{t}\mathrm{e}^{-t}-\frac{\mathrm{e}^{-tz}}{1-\mathrm{e}^{-t}}\right]\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$
$$=\int_0^{\infty}[\mathrm{e}^{-t}-(1+t)^{-z}]t^{-1}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$
$$=-\gamma+\int_0^{1}\frac{1-t^{z-1}}{1-t}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$
$$=-\gamma+\int_0^{\infty}[(1+t)^{-1}-(1+t)^{-z}]t^{-1}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$
$$=-\int_0^{1}\left[\frac{1}{\ln t}+\frac{t^{z-1}}{1-t}\right]\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$
$$=\ln z-\frac{1}{2z}-2\int_0^{\infty}t[(t^2+z^2)(\mathrm{e}^{2\pi t}-1)]^{-1}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$
$$=-\gamma+\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{z+k}\right)$$
$$=-\gamma-\frac{1}{z}+z\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k(z+k)}$$
$$=\ln z-\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{1}{z+k}-\ln\left(1+\frac{1}{z+k}\right)\right]$$

$$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}z^n}\psi(z)=(-1)^{n+1}n!\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(z+k)^{n+1}} \qquad (n=1,2,\cdots)$$

$$\psi(z+n)=\psi(z)+\sum_{k=0}^{n-1}\frac{1}{z+k} \qquad (n=1,2,\cdots)$$

$$\psi(z-n)=\psi(z)-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{z-k} \qquad (n=1,2,\cdots)$$

$$\psi(nz)=\ln n+\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\psi\left(z+\frac{k}{n}\right) \qquad (n=2,3,\cdots)$$

$$\psi(z)-\psi(1-z)=-\pi\cot\pi z$$

$$\psi(z)-\psi(-z)=-\pi\cot\pi z-\frac{1}{z}$$

$$\psi\left(\frac{1}{2}+z\right)-\psi\left(\frac{1}{2}-z\right)=\pi\tan\pi z$$

$$\psi\left(\frac{3}{4}-n\right)-\psi\left(\frac{1}{4}+n\right)=\pi \qquad (n=1,2,\cdots)$$

$$\lim_{n\to\infty}[\psi(z+n)-\ln n]=0$$

$$\psi(1)=-\gamma$$

$$\psi\left(\frac{1}{2}\right)=-\gamma-2\ln 2$$

$$\psi\left(-\frac{1}{2}\right)=-\gamma-2\ln 2+2$$

$$\psi(n)=-\gamma+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k} \qquad (n=2,3,\cdots)$$

$$\psi\left(\frac{1}{2}\pm n\right)=-\gamma-2\ln 2+2\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2k-1} \qquad (n=1,2,\cdots)$$

$$\psi\left(\frac{1}{4}\right)=-\gamma-\frac{\pi}{2}-3\ln 2$$

$$\psi\left(\frac{3}{4}\right)=-\gamma+\frac{\pi}{2}-3\ln 2$$

$$\psi\left(\frac{1}{3}\right)=-\gamma-\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}-\frac{3}{2}\ln 3$$

$$\psi\left(\frac{2}{3}\right)=-\gamma+\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}-\frac{3}{2}\ln 3$$

$$\psi\left(\frac{m}{n}\right)=-\gamma-\ln n-\frac{\pi}{2}\cot\frac{m\pi}{n}+\sum_{k=1}^{n-1}\cos\frac{2km\pi}{n}\ln\left(2\sin\frac{k\pi}{n}\right)$$

$$\psi'(n)=\frac{\pi^2}{6}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k^2} \qquad (n=1,2,\cdots)$$

$$\psi'\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\pi^2}{2}$$

$$\psi'\left(\frac{1}{2}\pm n\right)=\frac{\pi^2}{2}\mp 4\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)^2} \qquad (n=1,2,\cdots)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{a+nb}=\frac{1}{2b}\left[\psi\left(1+\frac{a}{2b}\right)-\psi\left(\frac{1}{2}+\frac{a}{2b}\right)\right]$$

$$\sum_{n=0}^{m}\frac{1}{a+nb}=\frac{1}{b}\left[\psi\left(1+m+\frac{a}{b}\right)-\psi\left(\frac{a}{b}\right)\right]$$

$$\sum_{n=1}^{2m}\frac{(-1)^{n-1}}{a+nb}=\frac{1}{2b}\left[\psi\left(m+\frac{1}{2}+\frac{a}{2b}\right)-\psi\left(\frac{1}{2}+\frac{a}{2b}\right)-\psi\left(m+1+\frac{a}{2b}\right)+\psi\left(1+\frac{a}{2b}\right)\right]$$

$$\frac{z}{a}-\frac{1}{2}\frac{z(z-1)}{a(a-1)}+\frac{1}{3}\frac{z(z-1)(z-2)}{a(a-1)(a-2)}+\cdots=\psi(a+z)-\psi(z) \qquad [\mathrm{Re}(a+z)>0, a\neq 0,-1,-2,\cdots]$$

$$\psi(z)=\ln z-\frac{1}{2z}-\sum_{k=1}^{m}(-)^{k-1}\frac{B_k}{2k}z^{-2k}+O(z^{-2m-2}) \qquad (|z|\to\infty, |\arg z|<\pi)$$

$$\psi(z)\sim\ln z-\frac{1}{2z}-\frac{1}{12z^2}+\frac{1}{120z^4}-\frac{1}{252z^6}+\cdots \qquad (|z|\to\infty, |\arg z|<\pi)$$

$$\psi^{(n)}(z)=(-1)^{n-1}\left[\frac{(n-1)!}{z^n}+\frac{n!}{2}z^{-n-1}+\sum_{k=1}^{m}\frac{(n+2k-1)!}{(2k)!}B_k z^{-n-2k}\right]+O(z^{-n-2m-2})$$

$$(n=1,2,\cdots, |z|\to\infty, |\arg z|<\pi)$$

黎曼ζ函数(Riemann zeta function)

$$\zeta(z)=\sum_{n=1}^{\infty}n^{-z} \qquad (\mathrm{Re}z>1)$$

$$=\frac{1}{1-2^{1-z}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^z} \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$=\frac{1}{1-2^{-z}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^z} \qquad (\mathrm{Re}z>1)$$

$$\pi^{-z/2}\Gamma\left(\frac{z}{2}\right)\zeta(z)=\pi^{-(1-z)/2}\Gamma\left(\frac{1-z}{2}\right)\zeta(1-z)$$

$$\zeta(1-z)=2(2\pi)^{-z}\Gamma(z)\cos\frac{z\pi}{2}\zeta(z)$$

$$\frac{1}{\zeta(z)}=\prod_{\text{素数}p}\left(1-\frac{1}{p^z}\right) \qquad (\mathrm{Re}z>1)$$

$$\zeta(z)=\zeta(z,m+1)+\sum_{r=1}^{m}\frac{1}{r^z} \qquad (m=1,2,\cdots)$$

$$\zeta(-n)=-\frac{B_{n+1}(1)}{n+1} \qquad [B_n(a)\text{为伯努利多项式}]$$

$$\zeta(0)=-\frac{1}{2},\zeta(-2m)=0 \qquad (m=1,2,\cdots)$$

$$\zeta(1-2m)=(-)^m\frac{B_m}{2m} \qquad (B_m\text{ 为伯努利数})$$

$$\zeta(2m)=\frac{2^{2m-1}}{(2m)!}\pi^{2m}B_m \qquad (B_m\text{ 为伯努利数})$$

广义ζ函数(generalized zeta function)

$$\zeta(z,a)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n+a)^z} \qquad (\mathrm{Re}z>1,a\neq 0,-1,-2,\cdots)$$

$$=\frac{2\Gamma(1-z)}{(2\pi)^{1-z}}\left[\sin\frac{z\pi}{2}\sum_{n=1}^{\infty}n^{z-1}\cos 2n\pi a+\cos\frac{z\pi}{2}\sum_{n=1}^{\infty}n^{z-1}\sin 2n\pi a\right] \qquad (\mathrm{Re}z<0,0<a\leqslant 1)$$

$$=\frac{a^{-z}}{2}+\frac{a^{1-z}}{z-1}+2\int_0^{\infty}\frac{(a^2+t^2)^{-z/2}}{\mathrm{e}^{2\pi t}-1}\sin\left(z\arctan\frac{t}{a}\right)\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}a>0,z\neq 1)$$

$$=\frac{\Gamma(1-z)}{2\pi\mathrm{i}}\int_{-\infty}^{(0+)}\frac{w^{z-1}\mathrm{e}^{aw}}{1-\mathrm{e}^{w}}\mathrm{d}w$$

[积分路线为:从∞点出发,沿负实轴绕 $w=0$ 正向一周,再回到 $w=\infty$. 积分路线内不包含 $1-\mathrm{e}^{w}$ 的任何零点]

$$\Gamma(z)\zeta(z,a)=\int_0^{\infty}\frac{x^{z-1}\mathrm{e}^{-ax}}{1-\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x \qquad (\mathrm{Re}a>0,\mathrm{Re}z>1)$$

$$\lim_{z\to 1}\left\{\zeta(z,a)-\frac{1}{z-1}\right\}=-\psi(a)$$

$$\zeta(-n,a)=-\frac{B_{n+1}(a)}{n+1} \qquad (n=0,1,2,\cdots)$$

$$\zeta(z,a)=\frac{1}{\Gamma(z)}\left[a^{1-z}\Gamma(z-1)+\frac{1}{2}\Gamma(z)a^{-z}+\sum_{n=1}^{m}\frac{B_n}{(2n)!}\Gamma(z+2n-1)a^{-2n-z+1}\right]+O(a^{-2m-z-1})$$

$$(|a|\to\infty,|\arg a|<\pi)$$

欧拉常数(Euler's constant)

$$\begin{aligned}
\gamma&=\lim_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k}-\ln n\right]\\
&=-\psi(1)\\
&=\lim_{x\to 1+0}\left[\zeta(x)-\frac{1}{x-1}\right]\\
&=-\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-t}\ln t\,\mathrm{d}t\\
&=-\int_0^{1}\ln(-\ln t)\mathrm{d}t\\
&=\int_0^{1}\left(\frac{1}{\ln t}+\frac{1}{1-t}\right)\mathrm{d}t\\
&=-\int_0^{\infty}\left[\cos t-\frac{1}{1+t}\right]\frac{\mathrm{d}t}{t}\\
&=1-\int_0^{\infty}\left[\frac{\sin t}{t}-\frac{1}{1+t}\right]\frac{\mathrm{d}t}{t}\\
&=-\int_0^{\infty}\left[\mathrm{e}^{-t}-\frac{1}{1+t}\right]\frac{\mathrm{d}t}{t}\\
&=-\int_0^{\infty}\left[\mathrm{e}^{-t}-\frac{1}{1+t^2}\right]\frac{\mathrm{d}t}{t}\\
&=\int_0^{\infty}\left[\frac{1}{\mathrm{e}^t-1}-\frac{1}{t\mathrm{e}^t}\right]\mathrm{d}t\\
&=\int_0^{1}(1-\mathrm{e}^{-t})\mathrm{d}t-\int_1^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{-t}}{t}\mathrm{d}t\\
&=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-)^n}{n}\zeta(n)\\
&=1-2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\zeta(2n+1)}{(2n+1)(2n+2)}
\end{aligned}$$

$$=\frac{5}{6}-12\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\zeta(2n+1)}{(2n+1)(2n+3)(2n+4)}$$

$$=\frac{47}{60}-120\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\zeta(2n+1)}{(2n+1)(2n+4)(2n+5)(2n+6)}$$

$$=\frac{319}{420}-1680\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\zeta(2n+1)}{(2n+1)(2n+5)(2n+6)(2n+7)(2n+8)}$$

$$=\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k}-\ln n+\frac{1}{2n}+\frac{1}{12n^2}-\frac{1}{120n^4}+\frac{1}{252n^6}-\frac{1}{240n^8}+\cdots+(-1)^{r-1}\frac{B_r}{2rn^{2r}}+(-1)^r\frac{B_{r+1}}{2(r+1)}\frac{\theta}{n^{2r+2}}\quad(0<\theta<1)$$

$$=0.57721566490153286060651209008 2\cdots$$

超几何函数

超几何函数(hypergeometric functions)

$$F(\alpha,\beta;\gamma;z)={}_2F_1(\alpha,\beta;\gamma;z)=F(\beta,\alpha;\gamma;z)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(n+\alpha)\Gamma(n+\beta)}{n!\ \Gamma(n+\gamma)}z^n\qquad(|z|<1,\gamma\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma-\beta)}\int_0^1 t^{\beta-1}(1-t)^{\gamma-\beta-1}(1-tz)^{-\alpha}\mathrm{d}t\qquad[\mathrm{Re}\gamma>\mathrm{Re}\beta>0,|\arg(1-z)|<\pi]$$

$$=\frac{1}{2\pi\mathrm{i}}\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\int_{-\mathrm{i}\infty}^{+\mathrm{i}\infty}\frac{\Gamma(\alpha+t)\Gamma(\beta+t)\Gamma(-t)}{\Gamma(\gamma+t)}(-z)^t\mathrm{d}t$$

[$|\arg(-z)|<\pi,\alpha,\beta\neq0,-1,-2,\cdots;\alpha-\beta\neq$整数;$\Gamma(\alpha+t)$和$\Gamma(\beta+t)$的极点保持在积分路线的左边,$\Gamma(-t)$的极点保持在积分路线的右边]

$$F(\alpha,\alpha+n;\gamma;z)=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\alpha+n)}(-z)^{-\alpha-n}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{k+n}(\alpha-\gamma+1)_{k+n}}{k!\ (k+n)!}$$
$$\times[\ln(-z)+\psi(1+k)-\psi(\alpha+n+k)-\psi(\gamma-\alpha-k-n)+\psi(1+k+n)]z^{-k}$$
$$+\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha+n)}(-z)^{-\alpha}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(\alpha)_k\Gamma(n-k)}{k!\ \Gamma(\gamma-\alpha-k)}z^{-k}$$

[$|\arg(-z)|<\pi,|z|>1,\gamma-\alpha\neq0,\pm1,\pm2,\cdots;$ $n=0,1,2,\cdots;n=0$时去掉右端第二项的有限和]

$$F(\alpha,\alpha+k;\alpha+k+l;z)=\frac{(-)^{k+l}\Gamma(\alpha+k+l)}{\Gamma(\alpha+k)}(-z)^{-\alpha-k}\sum_{n=l}^{\infty}\frac{(\alpha)_{n+k}(n-l)!}{(n+k)!\ n!}z^{-n}$$
$$+\frac{\Gamma(\alpha+k+l)}{\Gamma(\alpha+k)}\frac{(-z)^{-\alpha-k}}{(k+l-1)!}\sum_{n=0}^{l-1}\frac{(\alpha)_{n+k}(1-k-l)_{n+k}}{n!\ (n+k)!}$$
$$\times[\ln(-z)+\psi(n+k+1)+\psi(n+1)-\psi(\alpha+n+k)-\psi(1-n)]z^{-n}$$
$$+\frac{\Gamma(\alpha+k+l)}{\Gamma(\alpha+k)}(-z)^{-\alpha}\sum_{n=0}^{k-1}\frac{(k-n-1)!\ (\alpha)_n}{n!\ (k+l-n-1)!}z^{-n}$$

[$|\arg(-z)|<\pi,\alpha+k\neq0,-1,-2,\cdots;l,m=0,1,2,\cdots;l=0$或$m=0$时去掉右端二项有限和]

$$F(\alpha,\beta;\alpha+\beta+n;z)=\frac{\Gamma(n)\Gamma(\alpha+\beta+n)}{\Gamma(\alpha+n)\Gamma(\beta+n)}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(\alpha)_k(\beta)_k}{k!\ (1-n)_k}(1-z)^k$$
$$-\frac{\Gamma(\alpha+\beta+n)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}(z-1)^n\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\alpha+n)_k(\beta+n)_k}{k!\ (k+n)!}$$
$$\times[\ln(1-z)-\psi(k+1)+\psi(\alpha+k+n)+\psi(\beta+k+n)-\psi(1+k+n)](1-z)^k$$

[$|\arg(1-z)|<\pi,\ |1-z|<1,\ n=0,1,2,\cdots;n=0$时去掉右端第二项的有限和]

$$F(\alpha,\beta;\alpha+\beta-n;z)=\frac{\Gamma(n)\Gamma(\alpha+\beta-n)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}(1-z)^{-n}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(\alpha-n)_k(\beta-n)_k}{k!\ (1-n)_k}(1-z)^k$$
$$-\frac{(-)^n\Gamma(\alpha+\beta-n)}{\Gamma(\alpha-n)\Gamma(\beta-n)}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_k(\beta)_k}{k!\ (k+n)!}[\ln(1-z)-\psi(k+1)+\psi(\alpha+k)+\psi(\beta+k)-\psi(1+k+n)](1-z)^n.$$

$[|\arg(1-z)|<\pi, |1-z|<1, n=1,2,3,\cdots]$

超几何方程的基本解(fundamental solutions of the hypergeometric equation)

> 下列各式中，$w_i^{(0)}(z)$，$w_i^{(1)}(z)$和$w_i^{(\infty)}(z)$分别是超几何方程
> $$z(1-z)\frac{d^2w}{dz^2}+[\gamma-(\alpha+\beta+1)z]\frac{dw}{dz}-\alpha\beta w=0$$
> 在$z=0,1$和∞的基本解，$i=1,2$.

$$\begin{aligned}
w_1^{(0)}(z)&=F(\alpha,\beta;\gamma;z)\\
&=(1-z)^{\gamma-\alpha-\beta}F(\gamma-\alpha,\gamma-\beta;\gamma;z)\\
&=(1-z)^{-\alpha}\left(\alpha,\gamma-\beta;\gamma;\frac{z}{z-1}\right)\\
&=(1-z)^{-\beta}\left(\gamma-\alpha,\beta;\gamma;\frac{z}{z-1}\right)\\
w_2^{(0)}(z)&=z^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1,\beta-\gamma+1;2-\gamma;z)\\
&=z^{1-\gamma}(1-z)^{\gamma-\alpha-\beta}F(1-\alpha,1-\beta;2-\gamma;z)\\
&=z^{1-\gamma}(1-z)^{\gamma-\alpha-1}F\left(\alpha-\gamma+1,1-\beta;2-\gamma;\frac{z}{z-1}\right)\\
&=z^{1-\gamma}(1-z)^{\gamma-\beta-1}F\left(1-\alpha,\beta-\gamma+1;2-\gamma;\frac{z}{z-1}\right)\\
w_1^{(1)}(z)&=F(\alpha,\beta;\alpha+\beta-\gamma+1;1-z)\\
&=z^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1,\beta-\gamma+1;\alpha+\beta-\gamma+1;1-z)\\
&=z^{-\alpha}F\left(\alpha,\alpha-\gamma+1,\alpha+\beta-\gamma+1;1-\frac{1}{z}\right)\\
&=z^{-\beta}F\left(\beta,\beta-\gamma+1,\alpha+\beta-\gamma+1;1-\frac{1}{z}\right)\\
w_2^{(1)}(z)&=(1-z)^{\gamma-\alpha-\beta}F(\gamma-\alpha,\gamma-\beta;\gamma-\alpha-\beta+1;1-z)\\
&=z^{1-\gamma}(1-z)^{\gamma-\alpha-\beta}F(1-\alpha,1-\beta;\gamma-\alpha-\beta+1;1-z)\\
&=z^{\alpha-\gamma}(1-z)^{\gamma-\alpha-\beta}F\left(\gamma-\alpha,1-\alpha;\gamma-\alpha-\beta+1;1-\frac{1}{z}\right)\\
&=z^{\beta-\gamma}(1-z)^{\gamma-\alpha-\beta}F\left(\gamma-\beta,1-\beta;\gamma-\alpha-\beta+1;1-\frac{1}{z}\right)\\
w_1^{(\infty)}(z)&=(-z)^{-\alpha}F\left(\alpha,\alpha-\gamma+1;\alpha-\beta+1;\frac{1}{z}\right)\\
&=(-z)^{\beta-\gamma}(1-z)^{\gamma-\alpha-\beta}F\left(1-\beta,\gamma-\beta;\alpha-\beta+1;\frac{1}{z}\right)\\
&=(1-z)^{-\alpha}F\left(\alpha,\gamma-\beta;\alpha-\beta+1;\frac{1}{1-z}\right)\\
&=(-z)^{1-\gamma}(1-z)^{\gamma-\alpha-1}F\left(\alpha-\gamma+1,1-\beta;\alpha-\beta+1;\frac{1}{1-z}\right)\\
w_2^{(\infty)}(z)&=(-z)^{-\beta}F\left(\beta,\beta-\gamma+1;\beta-\alpha+1;\frac{1}{z}\right)\\
&=(-z)^{\alpha-\gamma}(1-z)^{\gamma-\alpha-\beta}F\left(1-\alpha,\gamma-\alpha;\beta-\alpha+1;\frac{1}{z}\right)\\
&=(1-z)^{-\beta}F\left(\beta,\gamma-\alpha;\beta-\alpha+1;\frac{1}{1-z}\right)\\
&=(-z)^{1-\gamma}(1-z)^{\gamma-\beta-1}F\left(1-\alpha,\beta-\gamma+1;\beta-\alpha+1;\frac{1}{1-z}\right)\\
w_1^{(0)}(z)&=\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\gamma-\alpha-\beta)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\gamma-\beta)}w_1^{(1)}(z)+\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha+\beta-\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}w_2^{(1)}(z)\\
&=\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\beta)}w_1^{(\infty)}(z)+\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-\beta)}{\Gamma(\gamma-\beta)\Gamma(\alpha)}w_2^{(\infty)}(z)\\
w_2^{(0)}(z)&=\frac{\Gamma(2-\gamma)\Gamma(\gamma-\alpha-\beta)}{\Gamma(1-\alpha)\Gamma(1-\beta)}w_1^{(1)}(z)+\frac{\Gamma(2-\gamma)\Gamma(\alpha+\beta-\gamma)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)\Gamma(\beta-\gamma+1)}w_2^{(1)}(z)
\end{aligned}$$

$$=\frac{\Gamma(2-\gamma)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(1-\alpha)\Gamma(\beta-\gamma+1)}e^{i\pi(1-\gamma)}w_1^{(\infty)}(z)+\frac{\Gamma(2-\gamma)\Gamma(\alpha-\beta)}{\Gamma(1-\beta)\Gamma(\alpha-\gamma+1)}e^{i\pi(1-\gamma)}w_2^{(\infty)}(z)$$

$$w_1^{(1)}(z)=\frac{\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\alpha+\beta-\gamma+1)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)\Gamma(\beta-\gamma+1)}w_1^{(0)}(z)+\frac{\Gamma(\gamma-1)\Gamma(\alpha+\beta-\gamma+1)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}w_2^{(0)}(z)$$

$$=\frac{\Gamma(\alpha+\beta-\gamma+1)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\beta-\gamma+1)\Gamma(\gamma)}e^{-i\pi\alpha}w_1^{(\infty)}(z)+\frac{\Gamma(\alpha+\beta-\gamma+1)\Gamma(\alpha-\beta)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)\Gamma(\alpha)}e^{-i\pi\beta}w_2^{(\infty)}(z)$$

$$w_2^{(1)}(z)=\frac{\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\gamma-\alpha-\beta+1)}{\Gamma(1-\alpha)\Gamma(1-\beta)}w_1^{(0)}(z)+\frac{\Gamma(\gamma-1)\Gamma(\gamma-\alpha-\beta+1)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\gamma-\beta)}w_2^{(0)}(z)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma-\alpha-\beta+1)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(1-\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}e^{-i\pi(\gamma-\beta)}w_1^{(\infty)}(z)+\frac{\Gamma(\gamma-\alpha-\beta+1)\Gamma(\alpha-\beta)}{\Gamma(1-\beta)\Gamma(\gamma-\beta)}e^{-i\pi(\gamma-\alpha)}w_2^{(\infty)}(z)$$

$$w_1^{(\infty)}(z)=\frac{\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\alpha-\beta+1)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)\Gamma(1-\beta)}w_1^{(0)}(z)+\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\alpha-\beta+1)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\beta)\Gamma(2-\gamma)}e^{i\pi\gamma}w_2^{(0)}(z)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma-\alpha-\beta+1)\Gamma(\alpha+\beta-\gamma)\Gamma(\alpha-\beta+1)}{\Gamma(\alpha+\beta-\gamma+1)\Gamma(\gamma-\beta)\Gamma(1-\beta)}e^{i\pi\alpha}w_1^{(1)}(z)-\frac{\Gamma(\alpha+\beta-\gamma)\Gamma(\alpha-\beta+1)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)\Gamma(\alpha)}e^{i\pi(\gamma-\beta)}w_2^{(1)}(z)$$

$$w_2^{(\infty)}(z)=\frac{\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\beta-\alpha+1)}{\Gamma(\beta-\gamma+1)\Gamma(1-\alpha)}w_1^{(0)}(z)+\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\beta-\alpha+1)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(2-\gamma)}e^{i\pi\gamma}w_2^{(0)}(z)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma-\alpha-\beta+1)\Gamma(\alpha+\beta-\gamma)\Gamma(\beta-\alpha+1)}{\Gamma(\alpha+\beta-\gamma+1)\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(1-\alpha)}e^{i\pi\beta}w_1^{(1)}(z)-\frac{\Gamma(\alpha+\beta-\gamma)\Gamma(\beta-\alpha+1)}{\Gamma(\beta-\gamma+1)\Gamma(\beta)}e^{i\pi(\gamma-\alpha)}w_2^{(1)}(z)$$

超几何函数的邻次关系(contiguous relations of the hypergeometric functions)

$$\frac{d}{dz}F(\alpha,\beta;\gamma;z)=\frac{\alpha\beta}{\gamma}F(\alpha+1,\beta+1;\gamma+1;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}F(\alpha,\beta;\gamma;z)=\frac{(\alpha)_n(\beta)_n}{(\gamma)_n}F(\alpha+n,\beta+n;\gamma+n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[z^{\alpha+n-1}F(\alpha,\beta;\gamma;z)]=(\alpha)_n z^{\alpha-1}F(\alpha+n,\beta;\gamma;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[z^{\gamma-1}F(\alpha,\beta;\gamma;z)]=(\gamma-n)_n z^{\gamma-n-1}F(\alpha,\beta;\gamma-n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[z^{\gamma-\alpha+n-1}(1-z)^{\alpha+\beta-\gamma}F(\alpha,\beta;\gamma;z)]=(\gamma-\alpha)_n z^{\gamma-\alpha-1}(1-z)^{\alpha+\beta-\gamma-n}F(\alpha-n,\beta;\gamma;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[(1-z)^{\alpha+\beta-\gamma}F(\alpha,\beta;\gamma;z)]=\frac{(\gamma-\alpha)_n(\gamma-\beta)_n}{(\gamma)_n}(1-z)^{\alpha+\beta-\gamma-n}F(\alpha,\beta;\gamma+n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[(1-z)^{\alpha+n-1}F(\alpha,\beta;\gamma;z)]=(-)^n\frac{(\alpha)_n(\gamma-\beta)_n}{(\gamma)_n}(1-z)^{\alpha-1}F(\alpha+n,\beta;\gamma+n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[z^{\gamma-1}(1-z)^{\beta-\gamma+n}F(\alpha,\beta;\gamma;z)]=(\gamma-n)_n z^{\gamma-n-1}(1-z)^{\beta-\gamma}F(\alpha-n,\beta;\gamma-n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[z^{\gamma-1}(1-z)^{\alpha+\beta-\gamma}F(\alpha,\beta;\gamma;z)]=(\gamma-n)_n z^{\gamma-n-1}(1-z)^{\alpha+\beta-\gamma-n}F(\alpha-n,\beta-n;\gamma-n;z)$$

$$(\gamma-\alpha)F(\alpha-1,\beta;\gamma;z)+[2\alpha-\gamma-(\alpha-\beta)z]F(\alpha,\beta;\gamma;z)+\alpha(z-1)F(\alpha+1,\beta;\gamma;z)=0$$

$$(\gamma-\beta)F(\alpha,\beta-1;\gamma;z)+[2\beta-\gamma-(\beta-\alpha)z]F(\alpha,\beta;\gamma;z)+\beta(z-1)F(\alpha,\beta+1;\gamma;z)=0$$

$$\gamma(\gamma-1)(z-1)F(\alpha,\beta;\gamma-1;z)+\gamma[\gamma-1-(2\gamma-\alpha-\beta-1)z]F(\alpha,\beta;\gamma;z)$$
$$+(\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)zF(\alpha,\beta;\gamma+1;z)=0$$

$$(\beta-\alpha)F(\alpha,\beta;\gamma;z)+\alpha F(\alpha+1,\beta;\gamma;z)-\beta F(\alpha,\beta+1;\gamma;z)=0$$

$$(\beta-\gamma)F(\alpha,\beta-1;\gamma;z)+(\gamma-\alpha-\beta)F(\alpha,\beta;\gamma;z)+\alpha(1-z)F(\alpha+1,\beta;\gamma;z)=0$$

$$\gamma[\alpha-(\gamma-\beta)z]F(\alpha,\beta;\gamma;z)-\alpha\gamma(1-z)F(\alpha+1,\beta;\gamma;z)+(\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)zF(\alpha,\beta;\gamma+1;z)=0$$

$$(1-\gamma)F(\alpha,\beta;\gamma-1;z)+(\gamma-\alpha-1)F(\alpha,\beta;\gamma;z)+\alpha F(\alpha+1;\beta;\gamma;z)=0$$

$$(\alpha-\gamma)F(\alpha-1,\beta;\gamma;z)+(\gamma-\alpha-\beta)F(\alpha,\beta;\gamma;z)+\beta(1-z)F(\alpha,\beta+1;\gamma;z)=0$$

$$(\alpha-\gamma)F(\alpha-1,\beta;\gamma;z)+(\gamma-\beta)F(\alpha,\beta-1;\gamma;z)+(\beta-\alpha)(1-z)F(\alpha,\beta;\gamma;z)=0$$

$$\gamma F(\alpha-1,\beta;\gamma;z)-\gamma(1-z)F(\alpha,\beta;\gamma;z)-(\gamma-\beta)zF(\alpha,\beta;\gamma+1;z)=0$$

$$(\gamma-\alpha)F(\alpha-1,\beta;\gamma;z)-(\gamma-1)(1-z)F(\alpha,\beta;\gamma-1;z)+[\alpha-1-(\gamma-\beta-1)z]F(\alpha,\beta;\gamma;z)=0$$

$$\gamma[\beta-(\gamma-\alpha)z]F(\alpha,\beta;\gamma;z)-\beta\gamma(1-z)F(\alpha,\beta+1;\gamma;z)+(\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)zF(\alpha,\beta;\gamma+1;z)=0$$

$$(1-\gamma)F(\alpha,\beta;\gamma-1;z)+(\gamma-\beta-1)F(\alpha,\beta;\gamma;z)+\beta F(\alpha,\beta+1;\gamma;z)=0$$

$$\gamma F(\alpha,\beta-1;\gamma;z)-\gamma(1-z)F(\alpha,\beta;\gamma;z)-(\gamma-\alpha)zF(\alpha,\beta;\gamma+1;z)=0$$

$$(\gamma-\beta)F(\alpha,\beta-1;\gamma;z)-(\gamma-1)(1-z)F(\alpha,\beta;\gamma-1;z)+[\beta-1-(\gamma-\alpha-1)z]F(\alpha,\beta;\gamma;z)=0$$

超几何函数的二次变换(quadratic transformations of the hypergeometric functions)

> 下列各式只在 $z=0$ 的邻域内有效，且规定当 $0\leqslant z<1/2$ 时有关根式均取正根.

$$F\left(\alpha,\beta;2\beta;\frac{4z}{(1+z)^2}\right)=(1+z)^{2\alpha}F\left(\alpha;\alpha-\beta+\frac{1}{2};\beta+\frac{1}{2};z^2\right)$$

$$\begin{aligned}F\left(2\alpha,2\beta;\alpha+\beta+\frac{1}{2};z\right)&=F\left(\alpha;\beta;\alpha+\beta+\frac{1}{2};4z(1-z)\right)\\&=(1-2z)F\left(\alpha+\frac{1}{2},\beta+\frac{1}{2};\alpha+\beta+\frac{1}{2};4z(1-z)\right)\\&=(1-2z)^{-2\alpha}F\left(\alpha,\alpha+\frac{1}{2};\alpha+\beta+\frac{1}{2};\frac{4z(z-1)}{(1-2z)^2}\right)\end{aligned}$$

$$F\left(2\alpha,2\beta;\alpha+\beta+\frac{1}{2};-z\right)=[\sqrt{1+z}+\sqrt{z}\,]^{-4\alpha}F\left(2\alpha,\alpha+\beta;2\alpha+2\beta;\frac{4\sqrt{z(z+1)}}{(\sqrt{z+1}+\sqrt{z})^2}\right)$$

$$\begin{aligned}F(\alpha,1-\alpha;\gamma;z)&=(1-z)^{\gamma-1}F\left(\frac{\gamma-\alpha}{2},\frac{\alpha+\gamma-1}{2};\gamma;4z(1-z)\right)\\&=(1-z)^{\gamma-1}(1-2z)F\left(\frac{\gamma+\alpha}{2},\frac{\gamma-\alpha+1}{2};\gamma;4z(1-z)\right)\\&=(1-z)^{\gamma-1}(1-2z)^{\alpha-\gamma}F\left(\frac{\gamma-\alpha}{2},\frac{\gamma-\alpha+1}{2};\gamma;\frac{4z(z-1)}{(1-2z)^2}\right)\end{aligned}$$

$$F(\alpha,1-\alpha;\gamma;-z)=(1+z)^{\gamma-1}[\sqrt{1+z}+\sqrt{z}\,]^{2-2\alpha-2\gamma}F\left(\gamma+\alpha-1,\gamma-\frac{1}{2};2\gamma-1;\frac{4\sqrt{z(1+z)}}{(\sqrt{1+z}+\sqrt{z})^2}\right)$$

$$\begin{aligned}F(\alpha,\beta;\alpha-\beta+1;z)&=(1+z)^{-\alpha}F\left(\frac{\alpha}{2},\frac{\alpha+1}{2};\alpha-\beta+1;\frac{4z}{(1+z)^2}\right)\\&=(1-z)^{1-2\beta}(1+z)^{2\beta-\alpha-1}F\left(\frac{\alpha+1}{2}-\beta,\frac{\alpha}{2}-\beta+1;\alpha-\beta+1;\frac{4z}{(1+z)^2}\right)\\&=(1-z)^{-\alpha}F\left(\frac{\alpha}{2},\frac{\alpha+1}{2}-\beta;\alpha-\beta+1;-\frac{4z}{(1-z)^2}\right)\\&=(1+z)(1-z)^{-\alpha-1}F\left(\frac{\alpha+1}{2},\frac{\alpha}{2}-\beta+1;\alpha-\beta+1;-\frac{4z}{(1-z)^2}\right)\\&=(1\pm\sqrt{z})^{-2\alpha}F\left(\alpha,\alpha-\beta+\frac{1}{2};2\alpha-2\beta+1;\pm\frac{4\sqrt{z}}{(1\pm\sqrt{z})^2}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F\left(\alpha,\alpha+\frac{1}{2};\gamma;z\right)&=(1-z)^{-\alpha}F\left(2\alpha,2\gamma-2\alpha-1;\gamma;\frac{\sqrt{1-z}-1}{2\sqrt{1-z}}\right)\\&=(1\pm\sqrt{z})^{-2\alpha}F\left(2\alpha,\gamma-\frac{1}{2};2\gamma-1;\pm\frac{2\sqrt{z}}{1\pm\sqrt{z}}\right)\\&=\left(\frac{1+\sqrt{1-z}}{2}\right)^{-2\alpha}F\left(2\alpha,2\alpha-\gamma+1;\gamma;\frac{1-\sqrt{1-z}}{1+\sqrt{1-z}}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F(\alpha,\beta;2\beta;z)&=(1-z)^{-\alpha/2}F\left(\frac{\alpha}{2},\beta-\frac{\alpha}{2};\beta+\frac{1}{2};\frac{z^2}{4(z-1)}\right)\\&=\left(1-\frac{z}{2}\right)(1-z)^{-(\alpha+1)/2}F\left(\frac{\alpha+1}{2},\beta+\frac{1-\alpha}{2};\beta+\frac{1}{2};\frac{z^2}{4(z-1)}\right)\\&=(1-z)^{-\alpha/2}F\left(\alpha,2\beta-\alpha;\beta+\frac{1}{2};-\frac{(1-\sqrt{1-z})^2}{4\sqrt{1-z}}\right)\\&=\left(1-\frac{z}{2}\right)^{-\alpha}F\left(\frac{\alpha}{2},\frac{\alpha+1}{2};\beta+\frac{1}{2};\left(\frac{z}{2-z}\right)^2\right)\\&=(1-z)^{\beta-\alpha}\left(1-\frac{z}{2}\right)^{\alpha-2\beta}F\left(\beta-\frac{\alpha}{2},\beta+\frac{1-\alpha}{2};\beta+\frac{1}{2};\left(\frac{z}{2-z}\right)^2\right)\end{aligned}$$

$$=\left(\frac{1+\sqrt{1-z}}{2}\right)^{-2\alpha}F\left(\alpha,\alpha-\beta+\frac{1}{2};\beta+\frac{1}{2};\left(\frac{1-\sqrt{1-z}}{1+\sqrt{1-z}}\right)^2\right)$$

$$F\left(\alpha,\beta;\alpha+\beta+\frac{1}{2};z\right)=F\left(2\alpha,2\beta;\alpha+\beta+\frac{1}{2};\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-z}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\sqrt{1-z}}{2}\right)^{-2\alpha}F\left(2\alpha,\alpha-\beta+\frac{1}{2};\alpha+\beta+\frac{1}{2};\frac{\sqrt{1-z}-1}{\sqrt{1-z}+1}\right)$$

$$F\left(\alpha,\beta;\alpha+\beta+\frac{1}{2};-z\right)=[\sqrt{1+z}+\sqrt{z}]^{-2\alpha}F(2\alpha,\alpha+\beta;2\alpha+2\beta;2\sqrt{z(1+z)}-2z)$$

$$F\left(\alpha,\beta;\alpha+\beta-\frac{1}{2};-z\right)=\frac{1}{\sqrt{1-z}}F\left(2\alpha-1,2\beta-1;\alpha+\beta-\frac{1}{2};\frac{1-\sqrt{1-z}}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1-z}}\left(\frac{1+\sqrt{1-z}}{2}\right)^{1-2\alpha}F\left(2\alpha-1,\alpha-\beta+\frac{1}{2};\alpha+\beta-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{1-z}-1}{\sqrt{1-z}+1}\right)$$

$$F\left(\alpha,\beta;\alpha+\beta-\frac{1}{2};-z\right)=(1+z)^{-1/2}[\sqrt{1+z}+\sqrt{z}]^{1-2\alpha}F(2\alpha-1,\alpha+\beta-1;2\alpha+2\beta-2;2\sqrt{z(1+z)}-2z)$$

$$F\left(2\alpha,2\beta;\alpha+\beta+\frac{1}{2};\frac{1+z}{2}\right)=\frac{\Gamma\left(\alpha+\beta+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\beta+\frac{1}{2}\right)}F\left(\alpha,\beta;\frac{1}{2};z^2\right)$$

$$-\frac{\Gamma\left(\alpha+\beta+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}zF\left(\alpha+\frac{1}{2},\beta+\frac{1}{2};\frac{3}{2};z^2\right)$$

$$F\left(\alpha;\beta;\frac{1}{2};z\right)=\frac{1}{2}\frac{\Gamma\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\beta+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\alpha+\beta+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}\left[F\left(2\alpha,2\beta;\alpha+\beta+\frac{1}{2};\frac{1+\sqrt{z}}{2}\right)+F\left(2\alpha,2\beta;\alpha+\beta+\frac{1}{2};\frac{1-\sqrt{z}}{2}\right)\right]$$

$$F\left(\alpha,\beta;\frac{1}{2};-z\right)=\frac{\Gamma\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)\Gamma(1-\beta)}{2\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma(\alpha-\beta+1)}(1+z)^{-\alpha}$$

$$\times\left[F\left(2\alpha,1-2\beta;\alpha-\beta+1;\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{z}{z+1}}\right)+F\left(2\alpha,1-2\beta;\alpha-\beta+1;\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{z}{z+1}}\right)\right]$$

$$F\left(\alpha,\beta;\frac{3}{2};z\right)=\frac{1}{2\sqrt{z}}\frac{\Gamma\left(\alpha-\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\beta-\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\alpha+\beta-\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$\times\left[F\left(2\alpha-1,2\beta-1;\alpha+\beta-\frac{1}{2};\frac{1-\sqrt{z}}{2}\right)-F\left(2\alpha-1,2\beta-1;\alpha+\beta-\frac{1}{2};\frac{1+\sqrt{z}}{2}\right)\right]$$

超几何函数的特殊值(special values of the hypergeometric function)

$$F(\alpha,\beta;\gamma;1)=\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\gamma-\alpha-\beta)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\gamma-\beta)}\qquad[\gamma\neq0,-1,-2,\cdots,\mathrm{Re}(\gamma-\alpha-\beta)>0]$$

$$F(\alpha,\beta;\alpha-\beta+1;-1)=2^{-\alpha}\frac{\Gamma(\alpha-\beta+1)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(1-\beta+\frac{\alpha}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}\qquad(1+\alpha-\beta\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$(\alpha+1)F(-\alpha,1;\beta+2;-1)+(\beta+1)F(-\beta,1;\alpha+2;-1)=2^{\alpha+\beta+1}\frac{\Gamma(\alpha+2)\Gamma(\beta+2)}{\Gamma(\alpha+\beta+2)}$$

$$(\alpha,\beta\neq-2,-3,-4,\cdots)$$

$$F(1,\alpha;\alpha+1;-1)=\frac{\alpha}{2}\left[\psi\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)-\psi\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]\qquad(\alpha\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$F\left(2\alpha,2\beta;\alpha+\beta+\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)=\frac{\Gamma\left(\alpha+\beta+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\beta+\frac{1}{2}\right)}\qquad\left(\alpha+\beta+\frac{1}{2}\neq0,-1,-2,\cdots\right)$$

$$F\left(1,1;\gamma+1;\frac{1}{2}\right)=\gamma\left[\psi\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)-\psi\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \qquad (\gamma\neq-1,-2,-3,\cdots)$$

$$F\left(\alpha,\alpha;\alpha+1;\frac{1}{2}\right)=2^{\alpha-1}\alpha\left[\psi\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)-\psi\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right] \qquad (\alpha\neq-1,-2,-3,\cdots)$$

$$F\left(\alpha,1-\alpha;\gamma;\frac{1}{2}\right)=2^{1-\gamma}\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\gamma-\alpha+1}{2}\right)} \qquad (\gamma\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$F\left(2\alpha,2\beta;\alpha+\beta+1;\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{\pi}}{\alpha-\beta}\Gamma(\alpha+\beta+1)\left[\frac{1}{\Gamma(\alpha)\Gamma\left(\beta+\frac{1}{2}\right)}-\frac{1}{\Gamma\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)\Gamma(\beta)}\right] \qquad (\alpha+\beta+1\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$F\left(-\alpha,-\alpha+\frac{1}{2};2\alpha+\frac{3}{2};-\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{8}{9}\right)^{2\alpha}\frac{\Gamma\left(\frac{4}{3}\right)\Gamma\left(2\alpha+\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(2\alpha+\frac{4}{3}\right)} \qquad \left(2\alpha+\frac{3}{2}\neq0,-1,-2,\cdots\right)$$

$$F\left(3\alpha,3\alpha+\frac{1}{2};3\alpha+\frac{5}{6};\frac{1}{9}\right)=\left(\frac{3}{4}\right)^{3\alpha}\frac{\Gamma\left(2\alpha+\frac{5}{6}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\alpha+\frac{5}{6}\right)} \qquad \left(2\alpha+\frac{5}{6}\neq0,-1,-2,\cdots\right)$$

$$F\left(\alpha+\frac{1}{3},3\alpha;2\alpha+\frac{2}{3};e^{\pm i\pi/3}\right)=\frac{2^{2\alpha+2/3}\sqrt{\pi}}{3^{(3\alpha+1)/2}}e^{\pm i\pi\alpha/2}\frac{\Gamma\left(\alpha+\frac{5}{6}\right)}{\Gamma\left(\alpha+\frac{2}{3}\right)\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)} \qquad \left(\alpha+\frac{5}{6}\neq0,-1,-2,\cdots\right)$$

特殊的超几何函数(special cases of the hypergeometric function)

$$(1\pm z)^{\nu}=F(-\nu,\beta;\beta;\mp z)$$

$$(1+z)^{\alpha}-1=\alpha zF(1-\alpha,1;2;-z)$$

$$(1+z)(1-z)^{-2\alpha-1}=F(2\alpha,\alpha+1;\alpha;z)$$

$$(1+z)^{-2\alpha}+(1-z)^{-2\alpha}=2F\left(\alpha,\alpha+\frac{1}{2};\frac{1}{2};z^2\right)$$

$$(1+z)^{1-2\alpha}-(1-z)^{1-2\alpha}=2(1-2\alpha)zF\left(\alpha,\alpha+\frac{1}{2};\frac{3}{2};z^2\right)$$

$$(1+\sqrt{1-z^2})^{-2\alpha}=2^{-2\alpha}F\left(\alpha,\alpha+\frac{1}{2};2\alpha+1;z^2\right)$$

$$(1-z^2)^{-1/2}(1+\sqrt{1-z^2})^{-2\alpha}=2^{-2\alpha}F\left(\alpha+1,\alpha+\frac{1}{2};2\alpha+1;z^2\right)$$

$$(\sqrt{1+z^2}+z)^{2\alpha}+(\sqrt{1+z^2}-z)^{2\alpha}=2F\left(-\alpha,\alpha;\frac{1}{2};-z^2\right)$$

$$(1+z^2)^{-1/2}\left[(\sqrt{1+z^2}+z)^{2\alpha-1}+(\sqrt{1+z^2}-z)^{2\alpha-1}\right]=2F\left(1-\alpha;\alpha;\frac{1}{2};-z^2\right)$$

$$e^{-\alpha z}=\frac{\tanh z}{(2\cosh z)^{\alpha}}F\left(1+\frac{\alpha}{2},\frac{1+\alpha}{2};1+\alpha;\operatorname{sech}^2 z\right)$$

$$e^{z}=\lim_{k\to\infty}F\left(1,k;1;\frac{z}{k}\right)=1+z\lim_{k\to\infty}F\left(1,k;2;\frac{z}{k}\right)=1+z+\frac{z^2}{2}\lim_{k\to\infty}F\left(1,k;3;\frac{z}{k}\right)=\cdots$$

$$\cosh z=\lim_{k,k'\to\infty}F\left(k,k';\frac{1}{2};\frac{z^2}{4kk'}\right)$$

$$\frac{\sinh z}{z}=\lim_{k,k'\to\infty}F\left(k,k';\frac{3}{2};\frac{z^2}{4kk'}\right)$$

$$\ln(1\pm z)=zF(1,1;2;\mp z)$$

$$\frac{1}{2}\ln\frac{1+z}{1-z}=zF\left(\frac{1}{2},1;\frac{3}{2};z^2\right)$$

$$\ln(z+\sqrt{1+z^2})=zF\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2};\frac{3}{2};-z^2\right)=z(1+z^2)^{1/2}F\left(1,1;\frac{3}{2};-z^2\right)$$

$$\cos z=\lim_{k,k'\to\infty}F\left(k,k';\frac{1}{2};-\frac{z^2}{4kk'}\right)$$

$$\frac{\sin z}{z}=\lim_{k,k'\to\infty}F\left(k,k';\frac{3}{2};-\frac{z^2}{4kk'}\right)$$

$$\frac{z}{\sin z}=F\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{3}{2};\sin^2 z\right)$$

$$\frac{z}{\sin z\cos z}=F\left(1,1;\frac{3}{2};\sin^2 z\right)$$

$$\frac{z}{\tan z}=F\left(\frac{1}{2},1;\frac{3}{2};-\tan^2 z\right)$$

$$\sec z=F\left(\frac{1}{2},1;1;\sin^2 z\right)$$

$$\sin\alpha z=\alpha\sin zF\left(\frac{1+\alpha}{2},\frac{1-\alpha}{2},\frac{3}{2};\sin^2 z\right)$$

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha z&=\alpha\sin 2zF\left(1+\alpha,1-\alpha;\frac{3}{2};\sin^2 z\right)\\&=\frac{2\alpha\sin z}{\cos^{2\alpha+1}z}F\left(1+\alpha,\frac{1}{2}+\alpha;\frac{3}{2};-\tan^2 z\right)=2\alpha\sin z\cos^{2\alpha-1}zF\left(1-\alpha,\frac{1}{2}-\alpha;\frac{3}{2};-\tan^2 z\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos\alpha z&=F\left(\frac{\alpha}{2},-\frac{\alpha}{2};\frac{1}{2};\sin^2 z\right)=\cos zF\left(\frac{1+\alpha}{2},\frac{1-\alpha}{2};\frac{1}{2};\sin^2 z\right)\\&=\cos^{\alpha}zF\left(-\frac{\alpha}{2},\frac{1-\alpha}{2};\frac{1}{2};-\tan^2 z\right)=\cos^{-\alpha}zF\left(\frac{\alpha}{2},\frac{1+\alpha}{2};\frac{1}{2};-\tan^2 z\right)\end{aligned}$$

$$\arcsin z=zF\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2};\frac{3}{2};z^2\right)=z\sqrt{1-z^2}F\left(1,1;\frac{3}{2};z^2\right)$$

$$\arctan z=zF\left(\frac{1}{2},1;\frac{3}{2};-z^2\right)$$

$$\sin(\alpha\arcsin z)=\alpha zF\left(\frac{1+\alpha}{2},\frac{1-\alpha}{2};\frac{3}{2};z^2\right)=\alpha z\sqrt{1-z^2}F\left(1+\frac{\alpha}{2},1-\frac{\alpha}{2};\frac{3}{2};z^2\right)$$

$$\cos(\alpha\arcsin z)=F\left(\frac{\alpha}{2},-\frac{\alpha}{2};\frac{1}{2};z^2\right)=\sqrt{1-z^2}F\left(\frac{1+\alpha}{2},\frac{1-\alpha}{2};\frac{1}{2};z^2\right)$$

$$T_n(1-2z)=F\left(-n,n;\frac{1}{2};z\right)$$

$$P_n(1-2z)=F(-n,n+1;1;z)$$

$$C_n^{(\alpha)}(1-2z)=\frac{(2\alpha)_n}{n!}F\left(-n,n+2\alpha;\alpha+\frac{1}{2};z\right)$$

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(1-2z)=\frac{(1+\alpha)_n}{n!}F(-n,n+\alpha+\beta+1;\alpha+1;z)$$

超几何函数的渐近展开(asymptotic expansions of the hypergeometric function)

$$F(\alpha,\beta;\gamma;z)=\sum_{n=0}^{m}\frac{(\alpha)_n(\beta)_n}{n!\ (\gamma)_n}z^n+O(|\gamma|^{-m-1})\qquad(\alpha,\beta,z\text{ 固定},|z|<1,|\gamma|\to\infty,|\arg\gamma|\leqslant\pi-\varepsilon<\pi)$$

$$F(\alpha,\beta;\gamma;z)=e^{\mp i\pi\alpha}\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma-\alpha)}(\beta z)^{-\alpha}[1+O(|\beta z|^{-1})]+\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)}e^{\beta z}(\beta z)^{\alpha-\gamma}[1+O(|\beta z|^{-1})]$$

$$\left(|\beta|\to\infty,\frac{-3\pi}{2}<\arg\beta z<\frac{\pi}{2}\text{时取负号},\frac{-\pi}{2}<\arg\beta z<\frac{3\pi}{2}\text{时取正号}\right)$$

球 函 数

在以下各式中，z 表示任意复数(但不含实轴上$(-1,1)$间的点)，x 表示$(-1,1)$中的实数. 因此，需要严格区分函数 $Q_\nu(z)$，$P_\nu^\mu(z)$，$Q_\nu(z)$和 $Q_\nu(x)$，$P_\nu^\mu(x)$，$Q_\nu(x)$.

有关函数的相因子采用霍布森的定义.

勒让德函数(Legendre function)

$$P_\nu(z)=F\left(-\nu,\nu+1;1;\frac{1-z}{2}\right)$$

$$Q_\nu(z)=\frac{\Gamma(\nu+1)\sqrt{\pi}}{2^{\nu+1}\Gamma(\nu+3/2)}z^{-\nu-1}F\left(\frac{\nu+1}{2},\frac{\nu}{2}+1;\nu+\frac{3}{2};\frac{1}{z^2}\right)$$

$$P_\nu(z)=P_{-\nu-1}(z)$$

$$Q_\nu(z)-Q_{-\nu-1}(z)=\pi\cot\nu\pi P_\nu(z) \qquad (\nu\neq\text{整数})$$

$$P_\nu(-z)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi\nu\operatorname{Im}z}P_\nu(z)-\frac{2\sin\nu\pi}{\pi}Q_\nu(z)$$

$$Q_\nu(-z)=-\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi\nu\operatorname{Im}z}Q_\nu(z)$$

$$P_\nu(z)=\frac{1}{\pi}\int_0^\pi\frac{\mathrm{d}\varphi}{(z+\sqrt{z^2-1}\cos\varphi)^{\nu+1}} \qquad (\operatorname{Re}z>0,\arg(z+\sqrt{z^2-1}\cos\varphi)|_{\varphi=\pi/2}=\arg z)$$

$$Q_\nu(z)=\int_0^\infty\frac{\mathrm{d}\varphi}{(z+\sqrt{z^2-1}\cosh\varphi)^{\nu+1}} \qquad (\operatorname{Re}\nu>-1,\nu\text{ 不为整数时}(z+\sqrt{z^2-1}\cosh\varphi)|_{\varphi=0}\text{取主值})$$

$$Q_\nu(z)=\frac{1}{2}P_\nu(z)\left[\ln\frac{z+1}{z-1}-2\gamma-2\psi(\nu+1)\right]-\frac{\sin\nu\pi}{\pi}\sum_{k=1}^\infty\frac{\Gamma(k-\nu)\Gamma(k+\nu+1)}{(k!)^2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{k}\right)\left(\frac{1-z}{2}\right)^k$$

$$Q_n(z)=\frac{1}{2}P_n(z)\left[\ln\frac{z+1}{z-1}-2\gamma-2\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)\right]+\sum_{k=1}^\infty\frac{(-)^k(n+k)!}{(k!)^2(n-k)!}\left(\frac{1-z}{2}\right)^k \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

$$=\frac{1}{2}P_n(z)\ln\frac{z+1}{z-1}-\sum_{k=0}^{[(n-1)/2]}\left(\frac{2}{2k+1}-\frac{1}{n-k}\right)P_{n-2k-1}(z) \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

$$=\frac{1}{2}P_n(z)\ln\frac{z+1}{z-1}-P_n(z)\sum_{k=1}^n\frac{1}{kP_k(z)P_{k-1}(z)} \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

$$(z^2-1)\frac{\mathrm{d}P_\nu(z)}{\mathrm{d}z}=(\nu+1)[P_{\nu+1}(z)-zP_\nu(z)]$$

$$(2\nu+1)zP_\nu(z)=(\nu+1)P_{\nu+1}(z)+\nu P_{\nu-1}(z)$$

$$(z^2-1)\frac{\mathrm{d}Q_\nu(z)}{\mathrm{d}z}=(\nu+1)[Q_{\nu+1}(z)-zQ_\nu(z)]$$

$$(2\nu+1)zQ_\nu(z)=(\nu+1)Q_{\nu+1}(z)+\nu Q_{\nu-1}(z)$$

$$P_{-1/2}(z)=\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{2}{z+1}}K\left(\sqrt{\frac{z-1}{z+1}}\right) \qquad (K\text{ 为完全椭圆积分})$$

$$=\frac{2}{\pi}\left(z+\sqrt{z^2-1}\right)^{-1/2}K\left((z^2-1)^{1/4}(2z-2\sqrt{z^2-1})^{1/2}\right) \qquad (K\text{ 为完全椭圆积分})$$

$$Q_{-1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{z+1}}K\left(\sqrt{\frac{2}{z+1}}\right)=2[z+\sqrt{z^2-1}]^{-1/2}K(z-\sqrt{z^2-1}) \qquad (K\text{ 为完全椭圆积分})$$

$$P_{1/2}(z)=\frac{2}{\pi}[z+\sqrt{z^2-1}]^{1/2}E\left((z^2-1)^{1/4}(2z-2\sqrt{z^2-1})^{1/2}\right) \qquad (K\text{ 和 }E\text{ 为完全椭圆积分})$$

$$Q_{1/2}(z)=z\sqrt{\frac{2}{z+1}}K\left(\sqrt{\frac{z+1}{2}}\right)-2\sqrt{z+1}E\left(\sqrt{\frac{2}{z+1}}\right) \qquad (K\text{ 和 }E\text{ 为完全椭圆积分})$$

$$Q_0(z)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{z+1}{z-1}\right)$$

$$Q_1(z)=\frac{z}{2}\ln\left(\frac{z+1}{z-1}\right)-1$$

$$Q_2(z)=\frac{1}{2}P_2(z)\ln\left(\frac{z+1}{z-1}\right)-\frac{3}{2}z$$

$$Q_3(z)=\frac{1}{2}P_3(z)\ln\left(\frac{z+1}{z-1}\right)-\frac{5}{2}z^2+\frac{2}{3}$$

$$\int_1^\infty P_\nu(z)Q_\sigma(z)\mathrm{d}z=\frac{1}{(\sigma-\nu)(\sigma+\nu+1)} \qquad [\operatorname{Re}(\sigma-\nu)>0,\operatorname{Re}(\sigma+\nu+1)>0]$$

$$\int_1^\infty Q_\nu(z)Q_\sigma(z)\mathrm{d}z=\frac{\psi(\sigma+1)-\psi(\nu+1)}{(\sigma-\nu)(\sigma+\nu+1)} \qquad [\operatorname{Re}(\sigma+\nu)>-1,\nu,\sigma\neq-1,-2,-3,\cdots]$$

$$\int_1^\infty[Q_\nu(z)]^2\mathrm{d}z=\frac{\psi'(\nu+1)}{2\nu+1)} \qquad [\operatorname{Re}\nu>-1/2]$$

$$\frac{1}{\zeta-z}=\sum_{m=0}^\infty(2m+1)P_m(z)Q_m(\zeta)$$

$$\frac{n+1}{\zeta-z}[P_{n+1}(\zeta)P_n(z)-P_n(\zeta)P_{n+1}(z)]=\sum_{m=0}^{n}(2m+1)P_m(z)P_m(\zeta)$$

$$\frac{1}{\zeta-z}\left\{1-(n+1)[P_{n+1}(z)Q_n(\zeta)-P_n(z)Q_{n+1}(\zeta)]\right\}=\sum_{m=0}^{n}(2m+1)P_m(z)Q_m(\zeta)$$

$$P_n(z)Q_{n-1}(z)-Q_n(z)P_{n-1}(z)=\frac{1}{n} \qquad (n\geqslant 1)$$

$$P_n(z)Q_{n-2}(z)-Q_n(z)P_{n-2}(z)=\frac{(2n-1)z}{n(n+1)} \qquad (n\geqslant 2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-2tz+t^2}}=\begin{cases}\sum_{n=1}^{\infty}P_n(z)t^n & |t|<\min|z\pm\sqrt{z^2-1}|\\ \sum_{n=1}^{\infty}P_n(z)t^{-n-1} & |t|>\max|z\pm\sqrt{z^2-1}|\end{cases}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-2tz+t^2}}\ln\left[\frac{z-t+\sqrt{1-2tz+t^2}}{\sqrt{z^2-1}}\right]=\sum_{n=1}^{\infty}Q_n(z)t^n \qquad (\mathrm{Re}z>1,|t|<1)$$

$$P_\nu(x)=P_\nu(x+\mathrm{i}0)=P_\nu(x-\mathrm{i}0)=\frac{1}{2}[P_\nu(x+\mathrm{i}0)+P_\nu(x-\mathrm{i}0)]$$

$$Q_\nu(x)=\frac{1}{2}[Q_\nu(x+\mathrm{i}0)+Q_\nu(x-\mathrm{i}0)]=\frac{\pi}{2}\frac{\cos\nu\pi P_\nu(x)-P_\nu(-x)}{\sin\nu\pi} \qquad (\nu\neq\text{整数})$$

$$P_\nu(\cos\theta)=\frac{\sin\nu\pi}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}(-)^n\left(\frac{1}{\nu-n}-\frac{1}{\nu+n+1}\right)P_n(\cos\theta) \qquad (\nu\neq\text{整数};0\leqslant\theta<\pi)$$

$$(x^2-1)\frac{\mathrm{d}P_\nu(x)}{\mathrm{d}z}=(\nu+1)[P_{\nu+1}(x)-xP_\nu(x)]$$

$$(2\nu+1)xP_\nu(x)=(\nu+1)P_{\nu+1}(x)+\nu P_{\nu-1}(x)$$

$$(x^2-1)\frac{\mathrm{d}Q_\nu(x)}{\mathrm{d}z}=(\nu+1)[Q_{\nu+1}(x)-xQ_\nu(x)]$$

$$(2\nu+1)xQ_\nu(x)=(\nu+1)Q_{\nu+1}(x)+\nu Q_{\nu-1}(x)$$

$$P_\nu(1)=1$$

$$P_\nu(0)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\cos\frac{\nu\pi}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{\nu}{2}\right)}$$

$$Q_\nu(0)=-\frac{\sqrt{\pi}}{2}\sin\frac{\nu\pi}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{\nu}{2}\right)}$$

$$\frac{\mathrm{d}P_\nu(0)}{\mathrm{d}x}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sin\frac{\nu\pi}{2}\frac{\Gamma\left(1+\frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right)}$$

$$\frac{\mathrm{d}Q_\nu(0)}{\mathrm{d}x}=\sqrt{\pi}\cos\frac{\nu\pi}{2}\frac{\Gamma\left(1+\frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right)}$$

$$P_{-1/2}(x)=\frac{2}{\pi}K\left(\sqrt{\frac{1-x}{2}}\right) \qquad (K\text{ 为完全椭圆积分})$$

$$Q_{-1/2}(x)=K\left(\sqrt{\frac{1+x}{2}}\right) \qquad (K\text{ 为完全椭圆积分})$$

$$Q_0(x)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$Q_1(x)=\frac{x}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)-1$$

$$Q_2(x)=\frac{1}{2}P_2(x)\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)-\frac{3}{2}x$$

$$Q_3(x)=\frac{1}{2}P_3(x)\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)-\frac{5}{2}x^2+\frac{2}{3}$$

$$Q_n(x)=\frac{1}{2}P_n(x)\ln\frac{1+x}{1-x}-\sum_{k=0}^{[(n-1)/2]}\left(\frac{2}{2k+1}-\frac{1}{n-k}\right)P_{n-2k-1}(x) \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

$$P_n(\cos\theta)=\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!\ (n-k)!}\left(\frac{1}{2}\right)_k\left(\frac{1}{2}\right)_k\cos(n-2k)\theta$$

$$P_n^{(r)}(\cos\theta)=\frac{(2r-1)!}{2^{r-1}(r-1)!}\sum_{k=0}^{n-r}\frac{1}{k!\ (n-r-k)!}\left(\frac{2r+1}{2}\right)_k\left(\frac{2r+1}{2}\right)_{n-r-k}\cos(n-r-2k)\theta \qquad (1\leqslant r\leqslant n)$$

$$P_n(\cos\theta)=\frac{2^{n+2}}{\pi}\frac{n!}{(2n+1)!!}\left[\sin(n+1)\theta+\frac{1}{1}\frac{n+1}{2n+3}\sin(n+3)\theta+\frac{1\cdot 3}{1\cdot 2}\frac{(n+1)(n+2)}{(2n+3)(2n+5)}\sin(n+5)\theta+\cdots\right]$$

$$Q_n(\cos\theta)=2^{n+1}\frac{n!}{(2n+1)!!}\left[\cos(n+1)\theta+\frac{1}{1}\frac{n+1}{2n+3}\cos(n+3)\theta+\frac{1\cdot 3}{1\cdot 2}\frac{(n+1)(n+2)}{(2n+3)(2n+5)}\cos(n+5)\theta+\cdots\right]$$

$$\int_0^1 x^\sigma P_\nu(x)\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{\pi}}{2^{\sigma+1}}\frac{\Gamma(1+\sigma)}{\Gamma\left(1+\frac{\sigma-\nu}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\sigma+\nu+3}{2}\right)} \qquad (\mathrm{Re}\sigma>-1)$$

$$\int_{-1}^1 P_\nu(x)P_\sigma(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{\pi^2}\frac{2\sin\pi\nu\ \sin\pi\sigma[\psi(\nu+1)-\psi(\sigma+1)]+\pi\ \sin\pi(\sigma-\nu)}{(\sigma-\nu)(\sigma+\nu+1)} \qquad (\sigma+\nu\neq-1)$$

$$\int_{-1}^1 [P_\nu(x)]^2\mathrm{d}x=\frac{2}{2\nu+1}\left[1-\frac{2}{\pi^2}\sin^2\pi\nu\ \psi'(\nu+1)\right]$$

$$\int_{-1}^1 Q_\nu(x)Q_\sigma(x)\mathrm{d}x=\frac{2[\psi(\nu+1)-\psi(\sigma+1)][1+\cos\pi\sigma\ \cos\pi\nu]-\pi\ \sin\pi(\nu-\sigma)}{2(\sigma-\nu)(\sigma+\nu+1)} \qquad (\nu,\sigma\neq-1,-2,\cdots)$$

$$\int_{-1}^1 [Q_\nu(x)]^2\mathrm{d}x=\frac{\pi^2-2\psi'(\nu+1)[1+\cos^2\pi\nu]}{2(2\nu+1)} \qquad (\nu\neq-1,-2,\cdots)$$

$$\int_{-1}^1 P_\nu(x)Q_\sigma(x)\mathrm{d}x=\frac{\pi[1-\cos\pi(\sigma-\nu)]-2\sin\pi\nu\ \cos\pi\sigma[\psi(\nu+1)-\psi(\sigma+1)]}{\pi(\nu-\sigma)(\nu+\sigma+1)}$$

$$(\sigma+\nu+1\neq0,\nu,\sigma\neq-1,-2,-3,\cdots)$$

$$\int_{-1}^1 P_\nu(x)Q_\nu(x)\mathrm{d}x=-\frac{\sin2\pi\nu\ \psi'(\nu+1)}{\pi(2\nu+1)} \qquad (\nu\neq-1,-2,-3,\cdots)$$

$$\int_0^1 P_\nu(x)P_\sigma(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{\pi(\sigma-\nu)(\sigma+\nu+1)}\left[\frac{\Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\sigma}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\sigma}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\nu}{2}\right)}\sin\frac{\pi\sigma}{2}\cos\frac{\pi\nu}{2}-\frac{\Gamma\left(\frac{1+\sigma}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\sigma}{2}\right)}\sin\frac{\pi\nu}{2}\cos\frac{\pi\sigma}{2}\right]$$

$$\int_0^1 Q_\nu(x)Q_\sigma(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{(\sigma-\nu)(\sigma+\nu+1)}$$

$$\times\left\{[\psi(\nu+1)-\psi(\sigma+1)]-\pi\left[\frac{\Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\sigma}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\sigma}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\nu}{2}\right)}\cos\frac{\pi\sigma}{2}\sin\frac{\pi\nu}{2}-\frac{\Gamma\left(\frac{1+\sigma}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\sigma}{2}\right)}\sin\frac{\pi\sigma}{2}\cos\frac{\pi\nu}{2}\right]\right\}$$

$$(\nu,\sigma\neq-1,-2,\cdots)$$

$$\int_0^1 P_\nu(x)Q_\sigma(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{(\sigma-\nu)(\sigma+\nu+1)}\left[\frac{\Gamma\left(\frac{1+\sigma}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\sigma}{2}\right)}\cos\frac{\pi(\nu-\sigma)}{2}-1\right] \qquad (\sigma\neq-1,-2,\cdots)$$

$$\int_{-1}^1 P_\nu(x)P_\sigma(x)(1+x)^{\nu+\sigma}\mathrm{d}x=\frac{2^{\nu+\sigma+1}[\Gamma(\nu+\sigma+1)]^4}{\Gamma(2\nu+2\sigma+2)[\Gamma(\nu+1)\Gamma(\sigma+1)]^2} \qquad [\mathrm{Re}(\nu+\sigma)>-1]$$

$$|P_\nu(\cos\theta)|\leqslant\frac{2}{\sqrt{\nu\pi\ \sin\theta}} \qquad (0<\theta<\pi;\nu>1)$$

$$|Q_\nu(\cos\theta)|\leqslant\sqrt{\frac{\pi}{\nu\ \sin\theta}} \qquad (0<\theta<\pi;\nu>1)$$

另有部分公式见“勒让德多项式”.

连带勒让德函数(associated Legendre function)

$$P_\nu^\mu(z)=\frac{1}{\Gamma(1-\mu)}\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^{\mu/2}F\left(-\nu,\nu+1;1-\mu;\frac{1-z}{2}\right) \qquad \left(\arg\frac{z+1}{z-1}\bigg|_{z>1}=0\right)$$

$$Q_\nu^\mu(z)=\frac{\sqrt{\pi}}{2^{\nu+1}}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+3/2)}\frac{(z^2-1)^{\mu/2}}{z^{\nu+\mu+1}}e^{i\pi\mu}F\left(\frac{\nu+\mu}{2}+1,\frac{\nu+\mu+1}{2};\nu+\frac{3}{2};\frac{1}{z^2}\right) \qquad [\arg(z^2-1)|_{z>1}=0;\arg z|_{z>0}=0]$$

$$P_\nu^\mu(z)=\frac{2^\mu(z^2-1)^{-\mu/2}}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(-\mu+1/2)}\int_0^\pi\left(z+\sqrt{z^2-1}\cos t\right)^{\nu+\mu}\sin^{-2\mu}t\,dt \qquad (\mathrm{Re}\mu<1/2)$$

$$=\frac{2^{-\nu}(z^2-1)^{-\mu/2}}{\Gamma(\nu+1)\Gamma(-\nu-\mu)}\int_0^\infty(z+\cosh t)^{\mu-\nu-1}\sinh^{2\nu+1}t\,dt \qquad [\mathrm{Re}\mu>\mathrm{Re}\nu>-1,z\notin[-1,\infty)]$$

$$=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\Gamma(-\mu+1/2)(z^2-1)^{-\mu/2}}{\Gamma(-\nu-\mu)\Gamma(\nu-\mu+1)}\int_0^\infty(z+\cosh t)^{\mu-1/2}\cosh(\nu+1/2)t\,dt$$

$$[\mathrm{Re}(\mu-\nu)>0,\mathrm{Re}(\mu+\nu+1)>0]$$

$$=\frac{\Gamma(-\mu+1/2)(z^2-1)^{-\mu/2}}{2^\mu\sqrt{\pi}\,\Gamma(-\nu-\mu)\Gamma(\nu-\mu+1)}\int_0^\infty(1+2tz+z^2)^{\mu-1/2}t^{-\nu-\mu-1}dt \qquad [\mathrm{Re}(\nu+\mu)<0,\mathrm{Re}(\nu-\mu)>-1]$$

$$=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{(z^2-1)^{-\mu/2}}{\Gamma(\nu-\mu+1)\Gamma(-\nu-\mu)}\int_0^\infty t^{-\mu-1/2}K_{\nu+1/2}(t)e^{-zt}dt$$

$$[\mathrm{Re}(\nu-\mu+1)>0,\mathrm{Re}(\nu+\mu)<0,\mathrm{Re}>-1,z\notin[-1,1]]$$

$$P_\nu^{-\mu}(z)=\frac{(z^2-1)^{\mu/2}}{2^\mu\sqrt{\pi}\,\Gamma(\mu+1/2)}\int_{-1}^1(1-t^2)^{\mu-1/2}(z+t\sqrt{z^2-1})^{\nu-\mu}dt \qquad (\mathrm{Re}\mu>-1/2,|\arg(z\pm1)|<\pi)$$

$$=\frac{(z^2-1)^{\mu/2}}{2^\nu\Gamma(\mu-\nu)\Gamma(\nu+1)}\int_0^\infty\frac{\sinh^{2\nu+1}t}{(z+\cosh t)^{\mu+\nu+1}}dt \qquad [\mathrm{Re}z>-1,|\arg(z\pm1)|<\pi,\mathrm{Re}\nu>-1,\mathrm{Re}(\mu-\nu)>0]$$

$$=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\Gamma(\mu+1/2)(z^2-1)^{\mu/2}}{\Gamma(\nu+\mu+1)\Gamma(\mu-\nu)}\int_0^\infty\frac{\cosh(\nu+1/2)t}{(z+\cosh t)^{\mu+1/2}}dt$$

$$[\mathrm{Re}z>-1,|\arg(z\pm1)|<\pi,\mathrm{Re}(\mu+\nu)>-1,\mathrm{Re}(\mu-\nu)>0]$$

$$P_\nu^\mu(\cosh\alpha)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\sinh^\mu\alpha}{\Gamma(-\mu+1/2)}\int_0^\alpha\frac{\cosh(\nu+1/2)t}{(\cosh\alpha-\cosh t)^{\mu+1/2}}dt \qquad (\alpha>0,\mathrm{Re}\mu<1/2)$$

$$=\frac{2^\mu\sinh^{-\mu}\alpha}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(-\mu+1/2)}\int_0^\pi\frac{(\cosh\alpha+\sinh\alpha\cos t)^{\nu+\mu}}{\sin^{2\mu}t}dt \qquad (\mathrm{Re}\mu<1/2)$$

$$Q_\nu^\mu(z)=\frac{e^{i\pi\mu}}{2^{\nu+1}}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+1)}(z^2-1)^{\mu/2}\int_{-1}^1(1-t^2)^\nu(z-t)^{-\nu-\mu-1}dt \qquad [\mathrm{Re}(\nu+\mu)>-1,\mathrm{Re}\nu>-1,|\arg(z\pm1)|<\pi]$$

$$=\frac{e^{i\mu\pi}}{2^{\nu+1}}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+1)}(z^2-1)^{-\mu/2}\int_0^\pi\frac{\sin^{2\nu+1}t}{(z+\cos t)^{\nu-\mu+1}}dt \qquad [\mathrm{Re}\nu>-1,\mathrm{Re}(\nu+\mu+1)>0]$$

$$=\frac{e^{i\mu\pi}\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu+\mu+1)}{2^\mu\Gamma(\mu+1/2)\Gamma(\nu-\mu+1)}(z^2-1)^{\mu/2}\int_0^\infty\sinh^{2\mu}t\left(z+\sqrt{z^2-1}\cosh t\right)^{-\nu-\mu-1}dt$$

$$[\mathrm{Re}(\nu\pm\mu+1)>0,|\arg(z\pm1)|<\pi]$$

$$=\frac{e^{i\mu\pi}\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(\nu-\mu+1)}\int_0^\infty\frac{\cosh\mu t}{(z+\sqrt{z^2-1}\cosh t)^{\nu+1}}dt \qquad [\mathrm{Re}(\nu\pm\mu)>-1,\nu\neq-1,-2,-3,\cdots,|(z\pm1)|<\pi]$$

$$=\frac{e^{i\mu\pi}2^\mu\sqrt{\pi}}{\Gamma(-\mu+1/2)}\frac{(z^2-1)^{\mu/2}}{(z+\sqrt{z^2-1})^{\nu+1/2}}\int_0^\infty e^{-(\nu+\mu+1)t}(1-e^{-t})\left[z+\sqrt{z^2-1}-ze^{-t}+(z^2-1)e^{-t}\right]dt$$

$$[\mathrm{Re}\mu<1/2,\mathrm{Re}(\nu+\mu+1)>0]$$

$$Q_\nu^\mu(\cosh\alpha)=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{e^{i\pi\mu}\sinh^\mu\alpha}{\Gamma(-\mu+1/2)}\int_0^\infty\frac{e^{-(\nu+1/2)t}}{(\cosh t-\cosh\alpha)^{\mu+1/2}}dt \qquad [\alpha>0,\mathrm{Re}\mu<1/2,\mathrm{Re}(\nu+\mu)>-1]$$

$$=\frac{e^{i\mu\pi}\sqrt{\pi}}{2^\mu\Gamma(\mu+1/2)}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu-\mu+1)}\sinh^\mu\alpha\int_0^\infty\frac{\sinh^{2\mu}t}{(\cosh\alpha+\sinh\alpha\cosh t)^{\nu+\mu+1}}dt \qquad [\mathrm{Re}(\nu\pm\mu+1)>0]$$

$$\sqrt{z^2-1}P_\nu^{\mu+2}(z)+2(\mu+1)zP_\nu^{\mu+1}(z)-(\nu-\mu)(\nu+\mu+1)\sqrt{z^2-1}P_\nu^\mu(z)=0$$

$$(2\nu+1)\sqrt{z^2-1}P_\nu^{\mu-1}(z)=P_{\nu+1}^\mu(z)-P_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$(2\nu+1)\sqrt{z^2-1}P_\nu^{\mu+1}(z)=(\nu-\mu)(\nu-\mu+1)P_{\nu+1}^\mu(z)-(\nu+\mu)(\nu+\mu+1)P_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$(\nu-\mu+1)\sqrt{z^2-1}P_\nu^{\mu-1}(z)=zP_\nu^\mu(z)-P_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$(\nu+\mu)\sqrt{z^2-1}P_\nu^{\mu-1}(z)=P_{\nu+1}^\mu(z)-zP_\nu^\mu(z)$$

$$\sqrt{z^2-1}P_\nu^{\mu+1}(z)=(\nu-\mu)zP_\nu^\mu(z)-(\nu+\mu)P_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$\sqrt{z^2-1}P_\nu^{\mu+1}(z)=(\nu-\mu+1)P_{\nu+1}^\mu(z)-(\nu+\mu+1)zP_\nu^\mu(z)$$

$$(2\nu+1)zP_\mu^\nu(z)=(\nu-\mu+1)P_{\nu+1}^\mu(z)+(\nu+\mu)P_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$(z^2-1)\frac{\mathrm{d}P_\nu^\mu(z)}{\mathrm{d}z}=(\nu+\mu)(\nu-\mu+1)\sqrt{z^2-1}P_\nu^{\mu-1}(z)-\mu zP_\nu^\mu(z)$$

$$(z^2-1)\frac{\mathrm{d}P_\nu^\mu(z)}{\mathrm{d}z}=(\nu-\mu+1)P_{\nu+1}^\mu(z)-(\nu+1)zP_\nu^\mu(z)=\nu zP_\nu^\mu(z)-(\nu+\mu)P_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$\sqrt{z^2-1}Q_\nu^{\mu+2}(z)+2(\mu+1)zQ_\nu^{\mu+1}(z)-(\nu-\mu)(\nu+\mu+1)\sqrt{z^2-1}Q_\nu^\mu(z)=0$$

$$(2\nu+1)\sqrt{z^2-1}Q_\nu^{\mu-1}(z)=Q_{\nu+1}^\mu(z)-Q_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$(2\nu+1)\sqrt{z^2-1}Q_\nu^{\mu+1}(z)=(\nu-\mu)(\nu-\mu+1)Q_{\nu+1}^\mu(z)-(\nu+\mu)(\nu+\mu+1)Q_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$(\nu-\mu+1)\sqrt{z^2-1}Q_\nu^{\mu-1}(z)=zQ_\nu^\mu(z)-Q_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$(\nu+\mu)\sqrt{z^2-1}Q_\nu^{\mu-1}(z)=Q_{\nu+1}^\mu(z)-zQ_\nu^\mu(z)$$

$$\sqrt{z^2-1}Q_\nu^{\mu+1}(z)=(\nu-\mu)zQ_\nu^\mu(z)-(\nu+\mu)Q_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$\sqrt{z^2-1}Q_\nu^{\mu+1}(z)=(\nu-\mu+1)Q_{\nu+1}^\mu(z)-(\nu+\mu+1)zQ_\nu^\mu(z)$$

$$(2\nu+1)zQ_\nu^\mu(z)=(\nu-\mu+1)Q_{\nu+1}^\mu(z)+(\nu+\mu)Q_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$(z^2-1)\frac{\mathrm{d}Q_\nu^\mu(z)}{\mathrm{d}z}=(\nu+\mu)(\nu-\mu+1)\sqrt{z^2-1}Q_\nu^{\mu-1}(z)-\mu zQ_\nu^\mu(z)$$

$$(z^2-1)\frac{\mathrm{d}Q_\nu^\mu(z)}{\mathrm{d}z}=(\nu-\mu+1)Q_{\nu+1}^\mu(z)-(\nu+1)zQ_\nu^\mu(z)=\nu zQ_\nu^\mu(z)-(\nu+\mu)Q_{\nu-1}^\mu(z)$$

$$P_{-\nu-1}^\mu(z)=P_\nu^\mu(z)$$

$$Q_{-\nu-1}^\mu(z)-Q_\nu^\mu(z)=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi\mu}\cos\nu\pi\Gamma(\nu+\mu+1)\Gamma(\mu-\nu)P_\nu^{-\mu}(z)$$

$$P_\nu^{-\mu}(z)=\frac{\Gamma(\nu-\mu+1)}{\Gamma(\nu+\mu+1)}\left[P_\nu^\mu(z)-\frac{2}{\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi\mu}\sin\mu\pi\,Q_\nu^\mu(z)\right]$$

$$Q_\nu^{-\mu}(z)=\mathrm{e}^{-2\mu\pi\mathrm{i}}\frac{\Gamma(\nu-\mu+1)}{\Gamma(\nu+\mu+1)}Q_\nu^\mu(z)$$

$$P_\nu^\mu(-z)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\nu\pi\,\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}P_\nu^\mu(z)-\frac{2\sin(\nu+\mu)\pi}{\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi\mu}Q_\nu^\mu(z)$$

$$Q_\nu^\mu(-z)=-\mathrm{e}^{\mathrm{i}\nu\pi\,\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}Q_\nu^\mu(z)$$

$$P_\nu^\mu(\cosh\alpha)=\frac{\mathrm{i}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi\nu}}{\Gamma(-\nu-\mu)}\sqrt{\frac{2}{\pi\sinh\alpha}}Q_{-\mu-1/2}^{-\nu-1/2}(\coth\alpha)\qquad[\mathrm{Re}(\cosh\alpha)>0]$$

$$Q_\nu^\mu(\cosh\alpha)=\sqrt{\frac{\pi}{2\sinh\alpha}}\Gamma(\nu+\mu+1)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi\mu}P_{-\mu-1/2}^{-\nu-1/2}(\coth\alpha)\qquad[\mathrm{Re}(\cosh\alpha)>0]$$

$$P_\nu^m(z)=(z^2-1)^{m/2}\frac{\mathrm{d}^m\mathrm{p}_\nu(z)}{\mathrm{d}z^m}\qquad(m=0,1,2,\cdots)$$

$$P_\nu^{-m}(z)=(z^2-1)^{-m/2}\int_1^z\mathrm{d}z\int_1^z\cdots\int_1^z P_\nu(z)\mathrm{d}z\qquad(m=1,2,3,\cdots)$$

$$Q_\nu^m(z)=(z^2-1)^{m/2}\frac{\mathrm{d}^mQ_\nu(z)}{\mathrm{d}z^m}\qquad(m=0,1,2,\cdots)$$

$$Q_\nu^{-m}(z)=(-)^m(z^2-1)^{-m/2}\int_z^\infty\mathrm{d}z\int_z^\infty\cdots\int_z^\infty Q_\nu(z)\mathrm{d}z\qquad(m=0,1,2,\cdots)$$

$$P_\nu^{1/2}(z)=(2\pi)^{-1/2}(z^2-1)^{-1/4}\left[(z+\sqrt{z^2-1})^{\nu+1/2}+(z+\sqrt{z^2-1})^{-\nu-1/2}\right]$$

$$Q_\nu^{1/2}(z)=\mathrm{i}\sqrt{\frac{\pi}{2}}(z^2-1)^{-1/4}(z+\sqrt{z^2-1})^{-\nu-1/2}$$

$$P_\nu^{-1/2}(z)=\frac{1}{2\nu+1}\sqrt{\frac{2}{\pi}}(z^2-1)^{-1/4}\left[(z+\sqrt{z^2-1})^{\nu+1/2}-(z+\sqrt{z^2-1})^{-\nu-1/2}\right]$$

$$Q_\nu^{-1/2}(z)=-\mathrm{i}\frac{\sqrt{2\pi}}{2\nu+1}(z^2-1)^{-1/4}(z+\sqrt{z^2-1})^{-\nu-1/2}$$

$$P_\nu^{-\nu}(z)=\frac{2^{-\nu}}{\Gamma(1+\nu)}(z^2-1)^{\nu/2}$$

$$P_\nu\left(z\zeta-\sqrt{z^2-1}\sqrt{\zeta^2-1}\cos\varphi\right)=P_\nu(z)P_\nu(\zeta)+2\sum_{m=1}^{\infty}(-)^m P_\nu^m(z)P_\nu^{-m}(\zeta)\cos m\varphi$$

$[\mathrm{Re}z>0,\mathrm{Re}\zeta>0,|\arg(z-1)|<\pi,|\arg(\zeta-1)|<\pi]$

$$Q_\nu\left(xx'-\sqrt{x^2-1}\sqrt{x'^2-1}\cos\varphi\right)=Q_\nu(x)P_\nu(x')+2\sum_{m=1}^{\infty}(-)^m Q_\nu^m(x)P_\nu^{-m}(x')\cos m\varphi$$

$[x,x',\varphi$ 为实数$,1<x'<x,\nu\neq-1,-2,-3,\cdots]$

$$Q_n(xx'+\sqrt{x^2+1}\sqrt{x'^2+1}\cosh\alpha)=\sum_{m=n+1}^{\infty}\frac{1}{(m-n-1)!\ (m+n)!}Q_n^m(\mathrm{i}x)Q_n^m(\mathrm{i}x')\mathrm{e}^{-m\alpha}\qquad(x,x',\alpha>0)$$

$$P_\nu^\mu(z)=\left[\frac{2^\nu}{\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma(\nu+1/2)}{\Gamma(\nu-\mu+1)}z^\nu+\frac{2^{-\nu-1}}{\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma(-\nu-1/2)}{\Gamma(-\nu-\mu)}z^{-\nu-1}\right][1+O(z^{-2})]$$

$(2\nu\neq\pm1,\pm3,\pm5,\cdots,|\arg z|<\pi,|z|\gg1)$

$$Q_\nu^\mu(z)=\frac{\sqrt{\pi}}{2^{\nu+1}}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+3/2)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi\nu}z^{-\nu-1}[1+O(z^{-2})]\qquad(2\nu\neq-3,-5,-7,\cdots,|\arg z|<\pi,|z|\gg1)$$

$$P_\nu^\mu(\cos\theta)=\sqrt{\frac{2}{\pi\sin\theta}}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+3/2)}\cos\left[\left(\nu+\frac{1}{2}\right)\theta-\frac{\pi}{4}+\frac{\mu\pi}{2}\right][1+O(\nu^{-1})]\qquad(0<\varepsilon\leqslant\theta\leqslant\pi-\varepsilon,|\nu|\gg1/\varepsilon)$$

$$Q_\nu^\mu(\cos\theta)=\sqrt{\frac{\pi}{2\sin\theta}}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+3/2)}\cos\left[\left(\nu+\frac{1}{2}\right)\theta+\frac{\pi}{4}+\frac{\mu\pi}{2}\right][1+O(\nu^{-1})]\qquad(0<\varepsilon\leqslant\theta\leqslant\pi-\varepsilon,|\nu|\gg1/\varepsilon)$$

$$P_\nu^\mu(\cos\theta)=\sqrt{\frac{2}{\pi\sin\theta}}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+3/2)}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\mu+1/2)_k(-\mu+1/2)_k}{k!\ (\nu+3/2)_k2^k\sin^k\theta}\sin\left[\left(\nu+k+\frac{1}{2}\right)\theta-\frac{2k-1}{4}\pi+\frac{\mu}{2}\pi\right]$$

[若 $\nu+\mu\neq-1,-2,-3,\cdots,\nu+3/2\neq0,-1,-2,\cdots$,则当 $\pi/6<\theta<5\pi/6$ 时级数对复数 ν,μ 收敛;若 $\nu>0,\mu>0,0<\varepsilon\leqslant\theta\leqslant\pi-\varepsilon$,则为 $|\nu|\gg|\mu|,|\nu|\gg1$ 时的渐近展开]

$$Q_\nu^\mu(\cos\theta)=\sqrt{\frac{2}{\pi\sin\theta}}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+3/2)}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\mu+1/2)_k(-\mu+1/2)_k}{k!\ (\nu+3/2)_k2^k\sin^k\theta}\cos\left[\left(\nu+k+\frac{1}{2}\right)\theta-\frac{2k-1}{4}\pi+\frac{\mu}{2}\pi\right]$$

[若 $\nu+\mu\neq-1,-2,-3,\cdots,\nu+3/2\neq0,-1,-2,\cdots$,则当 $\pi/6<\theta<5\pi/6$ 时级数对复数 ν,μ 收敛;若 $\nu>0,\mu>0,0<\varepsilon\leqslant\theta\leqslant\pi-\varepsilon$,则为 $|\nu|\gg|\mu|,|\nu|\gg1$ 时的渐近展开]

$$\left[\left(\nu+\frac{1}{2}\right)\cos\frac{\theta}{2}\right]^\mu P_\nu^{-\mu}(\cos\theta)=J_\mu(\eta)+\sin^2\frac{\theta}{2}\left[\frac{1}{2\eta}J_{\mu+1}(\eta)-J_{\mu+2}(\eta)+\frac{\eta}{6}J_{\mu+3}(\eta)\right]+O\left(\sin^4\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\left(\eta=(2\nu+1)\sin\frac{\theta}{2},\mu\geqslant0,\nu\gg1,\theta\to0\right)$$

以下公式适用于 $-1\leqslant x\leqslant1$

$$\begin{aligned}P_\nu^\mu(x)&=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\pi/2}P_\nu^\mu(x+\mathrm{i}0)\\&=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu\pi/2}P_\nu^\mu(x-\mathrm{i}0)\\&=\frac{1}{2}\left[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\pi/2}P_\nu^\mu(x+\mathrm{i}0)+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu\pi/2}P_\nu^\mu(x-\mathrm{i}0)\right]\\&=\frac{\mathrm{i}e^{-\mathrm{i}\pi\mu}}{\pi}\left[\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu\pi/2}Q_\nu^\mu(x+\mathrm{i}0)-\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\pi/2}Q_\nu^\mu(x-\mathrm{i}0)\right]\\&=\frac{1}{\Gamma(1-\mu)}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\mu/2}F\left(-\nu,\nu+1;1-\mu;\frac{1-x}{2}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q_\nu^\mu(x)&=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi\mu}}{2}\left[\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu\pi/2}Q_\nu^\mu(x+\mathrm{i}0)+\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\pi/2}Q_\nu^\mu(x-\mathrm{i}0)\right]\\&=\frac{\pi}{2\sin\mu\pi}\left[P_\nu^\mu(x)\cos\mu\pi-\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu-\mu+1)}P_\nu^{-\mu}(x)\right]\end{aligned}$$

$$\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi\mu}Q_\nu^\mu(x\pm\mathrm{i}0)=\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\mu\pi/2}\left[Q_\nu^\mu(x)\mp\frac{\mathrm{i}\pi}{2}P_\nu^\mu(x)\right]$$

$$P_{-\nu-1}^\mu(x)=P_\nu^\mu(x)$$

$$Q_{-\nu-1}^\mu(x)=\frac{\sin(\nu+\mu)\pi}{\sin(\nu-\mu)\pi}Q_\nu^\mu(x)-\frac{\pi\cos\nu\pi\cos\mu\pi}{\sin(\nu-\mu)\pi}P_\nu^\mu(x)$$

$$P_\nu^{-\mu}(x)=\frac{\Gamma(\nu-\mu+1)}{\Gamma(\nu+\mu+1)}\left[\cos\mu\pi P_\nu^\mu(x)-\frac{2\sin\mu\pi}{\pi}Q_\nu^\mu(x)\right]$$

$$Q_\nu^{-\mu}(x)=\frac{\Gamma(\nu-\mu+1)}{\Gamma(\nu+\mu+1)}\left[\cos\mu\pi Q_\nu^\mu(x)+\frac{\pi}{2}\sin\mu\pi P_\nu^\mu(x)\right]$$

$$P_\nu^\mu(-x)=\cos(\nu+\mu)\pi P_\nu^\mu(x)-\frac{2\sin(\nu+\mu)\pi}{\pi}Q_\nu^\mu(x) \qquad (0<x<1)$$

$$Q_\nu^\mu(-x)=-\cos(\nu+\mu)\pi Q_\nu^\mu(x)-\frac{\pi\sin(\nu+\mu)\pi}{2}P_\nu^\mu(x) \qquad (0<x<1)$$

$$P_\nu^\mu(\cos\theta)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\sin^\mu\theta}{\Gamma(-\mu+1/2)}\int_0^\theta\frac{\cos(\nu+1/2)\varphi}{(\cos\varphi-\cos\theta)^{\mu+1/2}}\mathrm{d}\varphi \qquad (0<\theta<\pi,\mathrm{Re}\mu<1/2)$$

$$=\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(-\mu+1/2)}\left(\frac{2}{\sin\theta}\right)^\mu\int_0^\pi\frac{(\cos\theta+i\sin\theta\cos t)^{\nu+\mu}}{\sin^{2\mu}t}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}\mu<1/2)$$

$$P_\nu^{-\mu}(\cos\theta)=\frac{2^\mu\Gamma(\mu+1/2)\sin^\mu\theta}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu+\mu+1)\Gamma(\mu-\nu)}\int_0^\infty\frac{t^{\nu+\mu}}{(1+2t\cos\theta+t^2)^{\mu+1/2}}\mathrm{d}t \qquad [\mathrm{Re}(\nu+\mu)>-1,\mathrm{Re}(\mu-\nu)>0]$$

$$=\frac{1}{\Gamma(\nu+\mu+1)}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-t\cos\theta}J_\mu(t\sin\theta)t^\nu\mathrm{d}t \qquad [0<\theta<\pi/2,\mathrm{Re}(\nu+\mu)>-1]$$

$$P_\nu^\mu(\cos\theta)=\frac{2^{\mu+1}}{\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+3/2)}\sin^\mu\theta\sum_{k=0}^\infty\frac{(\mu+1/2)_k(1+\nu+\mu)_k}{k!\ (\nu+3/2)_k}\sin(2k+\nu+\mu+1)\theta$$

$$Q_\nu^\mu(\cos\theta)=\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu+3/2)}2^\mu\sin^\mu\theta\sum_{k=0}^\infty\frac{(\mu+1/2)_k(1+\nu+\mu)_k}{k!\ (\nu+3/2)_k}\cos(2k+\nu+\mu+1)\theta \qquad (0<\theta<\pi)$$

$$P_\nu^m(x)=(-)^m(1-x^2)^{m/2}\frac{\mathrm{d}^mP_\nu(x)}{\mathrm{d}x^m}$$

$$=\frac{(-)^m}{2^m m!}\frac{\Gamma(\nu+m+1)}{\Gamma(\nu-m+1)}(1-x^2)^{m/2}F\left(m-\nu,m+\nu+1;m+1;\frac{1-x}{2}\right)$$

$$P_\nu^{-m}(x)=(1-x^2)^{-m/2}\int_x^1\cdots\int_x^1P_\nu(x)(\mathrm{d}x)^m=(-)^m\frac{\Gamma(\nu-m+1)}{\Gamma(\nu+m+1)}P_\nu^m(x)$$

$$Q_\nu^m(x)=(-)^m(1-x^2)^{m/2}\frac{\mathrm{d}^mQ_\nu(x)}{\mathrm{d}x^m} \qquad (m=0,1,2,\cdots)$$

$$Q_\nu^{-m}(x)=(-)^m\frac{\Gamma(\nu-m+1)}{\Gamma(\nu+m+1)}Q_\nu^m(x) \qquad (m=0,1,2,\cdots)$$

$$P_\nu^{\mu+2}(x)+2(\mu+1)x(1-x^2)^{-1/2}P_\nu^{\mu+1}(x)+(\nu-\mu)(\nu+\mu+1)P_\nu^\mu(x)=0$$

$$(2\nu+1)xP_\nu^\mu(x)=(\nu-\mu+1)P_{\nu+1}^\mu(x)+(\nu+\mu)P_{\nu-1}^\mu(x)$$

$$P_{\nu-1}^\mu(x)-P_{\nu+1}^\mu(x)=(2\nu+1)\sqrt{1-x^2}P_\nu^{\mu-1}(x)$$

$$(\nu-\mu)(\nu-\mu+1)P_{\nu+1}^\mu(x)-(\nu+\mu)(\nu+\mu+1)P_{\nu-1}^\mu(x)=(2\nu+1)\sqrt{1-x^2}P_\nu^{\mu+1}(x)$$

$$P_{\nu-1}^\mu(x)-xP_\nu^\mu(x)=(\nu-\mu+1)\sqrt{1-x^2}P_\nu^{\mu-1}(x)$$

$$xP_\nu^\mu(x)-P_{\nu+1}^\mu(x)=(\nu+\mu)\sqrt{1-x^2}P_\nu^{\mu-1}(x)$$

$$(\nu-\mu)xP_\nu^\mu(x)-(\nu+\mu)P_{\nu-1}^\mu(x)=\sqrt{1-x^2}P_\nu^{\mu+1}(x)$$

$$(\nu-\mu+1)P_{\nu+1}^\mu(x)-(\nu+\mu+1)xP_\nu^\mu(x)=\sqrt{1-x^2}P_\nu^{\mu+1}(x)$$

$$(1-x^2)\frac{\mathrm{d}P_\nu^\mu(x)}{\mathrm{d}x}=(\nu+1)xP_\nu^\mu(x)-(\nu-\mu+1)P_{\nu+1}^\mu(x)$$

$$(1-x^2)\frac{\mathrm{d}P_\nu^\mu(x)}{\mathrm{d}x}=(\nu+\mu)P_{\nu-1}^\mu(x)-\nu xP_\nu^\mu(x)$$

$$Q_\nu^{\mu+2}(x)+2(\mu+1)x(1-x^2)^{-1/2}Q_\nu^{\mu+1}(x)+(\nu-\mu)(\nu+\mu+1)Q_\nu^\mu(x)=0$$

$$(2\nu+1)xQ_\nu^\mu(x)=(\nu-\mu+1)Q_{\nu+1}^\mu(x)+(\nu+\mu)Q_{\nu-1}^\mu(x)$$

$$Q_{\nu-1}^\mu(x)-Q_{\nu+1}^\mu(x)=(2\nu+1)\sqrt{1-x^2}Q_\nu^{\mu-1}(x)$$

$$(\nu-\mu)(\nu-\mu+1)Q_{\nu+1}^\mu(x)-(\nu+\mu)(\nu+\mu+1)Q_{\nu-1}^\mu(x)=(2\nu+1)\sqrt{1-x^2}Q_\nu^{\mu+1}(x)$$

$$Q_{\nu-1}^\mu(x)-xQ_\nu^\mu(x)=(\nu-\mu+1)\sqrt{1-x^2}Q_\nu^{\mu-1}(x)$$

$$xQ_\nu^\mu(x)-Q_{\nu+1}^\mu(x)=(\nu+\mu)\sqrt{1-x^2}Q_\nu^{\mu-1}(x)$$

$$(\nu-\mu)xQ_\nu^\mu(x)-(\nu+\mu)Q_{\nu-1}^\mu(x)=\sqrt{1-x^2}Q_\nu^{\mu+1}(x)$$

$$(\nu-\mu+1)Q_{\nu+1}^\mu(x)-(\nu+\mu+1)xQ_\nu^\mu(x)=\sqrt{1-x^2}Q_\nu^{\mu+1}(x)$$

$$(1-x^2)\frac{\mathrm{d}Q_\nu^\mu(x)}{\mathrm{d}x}=(\nu+1)xQ_\nu^\mu(x)-(\nu-\mu+1)Q_{\nu+1}^\mu(x)$$

$$(1-x^2)\frac{\mathrm{d}Q_\nu^\mu(x)}{\mathrm{d}x}=(\nu+\mu)Q_{\nu-1}^\mu(x)-\nu xQ_\nu^\mu(x)$$

$$P_\nu^\mu(0)=\frac{2\mu}{\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+\mu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu-\mu}{2}+1\right)}\cos\frac{\nu+\mu}{2}\pi$$

$$Q_\nu^\mu(0)=-2^{\mu-1}\sqrt{\pi}\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+\mu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu-\mu}{2}+1\right)}\sin\frac{\nu+\mu}{2}\pi$$

$$\frac{\mathrm{d}P_\nu^\mu(0)}{\mathrm{d}x}=\frac{2^{\mu+1}}{\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+\mu}{2}+1\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu-\mu+1}{2}\right)}\sin\frac{\nu+\mu}{2}\pi$$

$$\frac{\mathrm{d}Q_\nu^\mu(0)}{\mathrm{d}x}=2^\mu\sqrt{\pi}\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+\mu}{2}+1\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu-\mu+1}{2}\right)}\cos\frac{\nu+\mu}{2}\pi$$

$$P_\nu^{1/2}(x)=(2\pi)^{-1/2}(1-x^2)^{-1/4}[(x+\mathrm{i}\sqrt{1-x^2})^{\nu+1/2}+(x-\mathrm{i}\sqrt{1-x^2})^{\nu+1/2}]$$

$$Q_\nu^{1/2}(x)=-\frac{\mathrm{i}}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}(1-x^2)^{-1/4}[(x+\mathrm{i}\sqrt{1-x^2})^{-\nu-1/2}-(x-\mathrm{i}\sqrt{1-x^2})^{-\nu-1/2}]$$

$$P_\nu^{-1/2}(x)=-\frac{\mathrm{i}}{2\nu+1}\sqrt{\frac{2}{\pi}}(1-x^2)^{-1/4}[(x+\mathrm{i}\sqrt{1-x^2})^{\nu+1/2}-(x-\mathrm{i}\sqrt{1-x^2})^{\nu+1/2}]$$

$$Q_\nu^{-1/2}(x)=\frac{1}{2\nu+1}\sqrt{\frac{\pi}{2}}(1-x^2)^{-1/4}[(x+\mathrm{i}\sqrt{1-x^2})^{-\nu-1/2}+(x-\mathrm{i}\sqrt{1-x^2})^{-\nu-1/2}]$$

$$P_\nu^{-\nu}(x)=\frac{2^{-\nu}}{\Gamma(1+\nu)}(1-x^2)^{\nu/2}$$

$$\int_0^1 x^\sigma(1-x^2)^{-\mu/2}P_\nu^\mu(x)\mathrm{d}x=2^{\mu-1}\frac{\Gamma\left(\frac{1+\sigma}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\sigma}{2}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{\sigma-\nu-\mu}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{3+\sigma+\nu-\mu}{2}\right)}\qquad[\mathrm{Re}\mu<1,\mathrm{Re}\sigma>-1]$$

$$\int_0^1[P_\nu^\mu(x)]^2\frac{\mathrm{d}x}{1-x^2}=-\frac{1}{2\mu}\frac{\Gamma(1+\nu+\mu)}{\Gamma(1+\nu-\mu)}\qquad[\mathrm{Re}\mu<0,\nu+\mu=1,2,3,\cdots]$$

$$P_\nu^{-\mu}(\cos\theta)=\frac{\sin\nu\pi}{\pi}\sum_{n=0}^\infty(-)^n\left(\frac{1}{\nu-n}-\frac{1}{\nu+n+1}\right)P_n^{-\mu}(\cos\theta)\qquad(-\pi<\theta<\pi,\mu\geqslant0)$$

$$2\pi\Gamma(\nu+1)P_\nu^m(\cos\theta)\cos m\varphi=\mathrm{i}^m\Gamma(\nu+m+1)\int_0^{2\pi}[\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta\cos(t-\varphi)]^\nu\cos mt\,\mathrm{d}t\qquad(0<\theta<\pi/2)$$

$$2\pi\Gamma(\nu+1)P_\nu^m(\cos\theta)\sin m\varphi=\mathrm{i}^m\Gamma(\nu+m+1)\int_0^{2\pi}[\cos\theta+i\sin\theta\cos(t-\varphi)]^\nu\sin mt\,\mathrm{d}t\qquad(0<\theta<\pi/2)$$

$$\begin{aligned}P_\nu(\cos\theta\cos\theta'+\sin\theta\sin\theta'\cos\varphi)&=P_\nu(\cos\theta)P_\nu(\cos\theta')+2\sum_{m=1}^\infty(-)^mP_\nu^m(\cos\theta)P_\nu^{-m}(\cos\theta')\cos m\varphi\\&=P_\nu(\cos\theta)P_\nu(\cos\theta')+2\sum_{m=1}^\infty\frac{\Gamma(\nu-m+1)}{\Gamma(\nu+m+1)}P_\nu^m(\cos\theta)P_\nu^m(\cos\theta')\cos m\varphi\end{aligned}$$

$(0\leqslant\theta<\pi,0\leqslant\theta'<\pi,\theta+\theta'<\pi,\varphi$ 为实数$)$

$$\begin{aligned}Q_\nu(\cos\theta\cos\theta'+\sin\theta\sin\theta'\cos\varphi)&=P_\nu(\cos\theta')Q_\nu(\cos\theta)+2\sum_{m=1}^\infty(-)^mP_\nu^{-m}(\cos\theta')Q_\nu^m(\cos\theta)\cos m\varphi\\&=P_\nu(\cos\theta')Q_\nu(\cos\theta)+2\sum_{m=1}^\infty\frac{\Gamma(\nu-m+1)}{\Gamma(\nu+m+1)}P_\nu^m(\cos\theta')Q_\nu^m(\cos\theta)\cos m\varphi\end{aligned}$$

$[0<\theta<\frac{\pi}{2},0\leqslant\theta'<\pi,0<\theta+\theta'<\pi,\varphi$ 为实数$]$

$$\left.\begin{aligned}|P_\nu^{\pm\mu}(\cos\theta)|&<\sqrt{\frac{8}{\nu\pi}}\frac{\Gamma(\nu\pm\mu+1)}{\Gamma(\nu+1)}\sin^{-\mu-1/2}\theta\\|Q_\nu^{\pm\mu}(\cos\theta)|&<\sqrt{\frac{2\pi}{\nu}}\frac{\Gamma(\nu\pm\mu+1)}{\Gamma(\nu+1)}\sin^{-\mu-1/2}\theta\end{aligned}\right\}\qquad(\nu\geqslant1,\nu-\mu+1>0,\mu\geqslant0)$$

$$\left.\begin{aligned}|P_\nu^{\pm m}(\cos\theta)|&<\frac{2}{\sqrt{\nu\pi}}\frac{\Gamma(\nu\pm m+1)}{\Gamma(\nu+1)}\sin^{-m-1/2}\theta\\|Q_\nu^{\pm m}(\cos\theta)|&<\sqrt{\frac{\pi}{\nu}}\frac{\Gamma(\nu\pm m+1)}{\Gamma(\nu+1)}\sin^{-m-1/2}\theta\end{aligned}\right\}\qquad(\nu\geqslant1,m=0,1,2,\cdots)$$

m 阶 l 次连带勒让德函数(associated Legendre function of order m and degree l)

$$P_n^m(-x)=(-)^{m+n}P_n^m(x)$$

$$Q_n^m(-x)=(-)^{m+n+1}Q_n^m(x)$$

$$(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta\cos\varphi)^n=P_n(\cos\theta)+2\sum_{m=1}^{n}(-\mathrm{i})^m\frac{n!}{(n+m)!}P_n^m(\cos\theta)\cos m\varphi\qquad(0<\theta<\pi/2)$$

$$\begin{aligned}P_n(\cos\theta\cos\theta'+\sin\theta\sin\theta'\cos\varphi)&=P_n(\cos\theta)P_n(\cos\theta')+2\sum_{m=1}^{\infty}(-)^mP_n^m(\cos\theta)P_n^{-m}(\cos\theta')\cos m\varphi\\&=P_n(\cos\theta)P_n(\cos\theta')+2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\Gamma(\nu-m+1)}{\Gamma(\nu+m+1)}P_n^m(\cos\theta)P_n^m(\cos\theta')\cos m\varphi\end{aligned}$$

$(0\leqslant\theta<\pi,0\leqslant\theta'<\pi,\theta+\theta'<\pi,\varphi$ 为实数$)$

$P_1^1(x)=-\sqrt{1-x^2}$　　$P_1^1(\cos\theta)=-\sin\theta$

$P_2^1(x)=-3x\sqrt{1-x^2}$　　$P_2^1(\cos\theta)=-\frac{3}{2}\sin2\theta$

$P_2^2(x)=3(1-x^2)$　　$P_2^2(\cos\theta)=\frac{3}{2}(1-\cos2\theta)$

$P_3^1(x)=-\frac{3}{2}\sqrt{1-x^2}(5x^2-1)$　　$P_3^1(\cos\theta)=-\frac{3}{8}(\sin\theta+5\sin3\theta)$

$P_3^2(x)=15x(1-x^2)$　　$P_3^2(\cos\theta)=\frac{15}{4}(\cos\theta-\cos3\theta)$

$P_3^3(x)=-15(1-x^2)^{3/2}$　　$P_3^3(\cos\theta)=-\frac{15}{4}(3\sin\theta-\sin3\theta)$

$$\int_{-1}^{1}P_l^m(x)P_k^m(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{2l+1}\frac{(l+m)!}{(l-m)!}\delta_{lk}\qquad(0\leqslant m\leqslant l,0\leqslant m\leqslant k)$$

$$\int_{-1}^{1}P_l^m(x)P_l^n(x)\frac{\mathrm{d}x}{1-x^2}=\frac{1}{n}\frac{(l+n)!}{(l-n)!}\delta_{mn}\qquad(0\leqslant m,n\leqslant1)$$

$$\int_{-1}^{1}\frac{x}{1-x^2}P_l^m(x)P_{l+1}^m(x)\mathrm{d}x=\frac{(l+m)!}{m(l-m)!}$$

$$\int_{-1}^{1}P_l^n(x)P_k^{-n}(x)\mathrm{d}x=(-)^n\frac{2}{2l+1}\delta_{kl}\qquad(0\leqslant n\leqslant l,0\leqslant n\leqslant k)$$

$$\int_{-1}^{1}P_l^m(x)P_l^{-n}(x)\frac{\mathrm{d}x}{1-x^2}=\frac{(-1)^n}{n}\delta_{mn}$$

$$\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}(m-m')\varphi}\mathrm{d}\varphi\int_0^{\pi}P_n^m(\cos\theta)P_{n'}^{m'}(\cos\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta=\frac{4\pi}{2n+1}\frac{(n+m)!}{(n-m)!}\delta_{nn'}\delta_{mm'}$$

$$\int_{-1}^{1}P_l^m(x)Q_k^m(x)\mathrm{d}x=(-)^m\frac{1-(-)^{l-k}(k+m)!}{(l-k)(l+k+1)(k-m)!}\qquad(k,l,m=1,2,3,\cdots)$$

格根鲍尔函数(Gegenbauer function)

$$\begin{aligned}C_\alpha^\nu(z)&=\frac{\Gamma(\alpha+2\nu)}{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(2\nu)}F\left(\alpha+2\nu,-\alpha;\nu+\frac{1}{2};\frac{1-z}{2}\right)\\&=\frac{\sqrt{2\pi}}{2^\nu}\frac{\Gamma(\alpha+2\nu)}{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\nu)}(z^2-1)^{1/4-\nu/2}P_{\alpha+\nu-1/2}^{1/2-\nu}(z)\\&=-\frac{\sin\pi\alpha}{\pi}\int_0^{\infty}(1+2tz+t^2)^{-\nu}t^{-\alpha-1}\mathrm{d}t\qquad[-2<\mathrm{Re}\nu<\mathrm{Re}\alpha<0,|\arg(z\pm1)|<\pi]\end{aligned}$$

$$C_\alpha^\nu(0)=\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\alpha+2\nu)\Gamma(\nu+1/2)}{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(2\nu)\Gamma\left(\nu+\frac{\alpha+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)}$$

$$(\alpha+2\nu)C_{\alpha+2}^\nu(z)=2(\nu+\alpha+1)zC_{\alpha+1}^\nu(z)-(2\nu+\alpha)C_\alpha^\nu(z)$$

$$\alpha C_\alpha^\nu(z)=2\nu[zC_{\alpha-1}^{\nu+1}(z)-C_{\alpha-2}^{\nu+1}(z)]$$

$$(\alpha+2)C_\alpha^\nu(z)=2\nu[C_\alpha^{\nu+1}(z)-zC_{\alpha-1}^{\nu+1}(z)]$$

$$\alpha C_\alpha^\nu(z)=(\alpha+2\nu-1)zC_{\alpha-1}^\nu(z)-2\nu(1-z^2)C_{\alpha-2}^{\nu-1}(z)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}C_\alpha^\nu(z)=2\nu C_{\alpha-1}^{\nu+1}(z)$$

$$\sin(\alpha+2\nu)\pi C_\alpha^\nu(z)=-\sin\alpha\pi C_{-\alpha-2\nu}^\nu(z)$$

$$\lim_{\nu\to 0}\Gamma(\nu)C_\alpha^\nu(\cos\theta)=\frac{2}{\alpha}\cos\alpha\theta \qquad (\alpha\neq 0)$$

圆环函数(toroidal function)

$$P_{n-1/2}^m(\cosh\eta)=\frac{(-)^m}{2\pi}\frac{\Gamma(n+1/2)}{\Gamma(n-m+1/2)}\int_0^{2\pi}\frac{\cos m\varphi}{(\cosh\eta+\sinh\eta\cos\varphi)^{n+1/2}}\mathrm{d}\varphi$$

$$=\frac{\Gamma(n+m+1/2)}{\Gamma(n-m+1/2)\Gamma(m+1/2)}\frac{\sinh^m\eta}{2^m\sqrt{\pi}}\int_0^\pi\frac{\sin^{2m}\varphi}{(\cosh\eta+\sinh\eta\cos\varphi)^{n+m+1/2}}\mathrm{d}\varphi$$

$$P_{\nu-1/2}^\mu(\cosh\eta)=\frac{2^{2\mu}}{\Gamma(1-\mu)}\frac{(1-\mathrm{e}^{-2\eta})^{-\mu}}{\mathrm{e}^{(\nu+1/2)\eta}}F\left(\frac{1}{2}-\mu,\nu-\mu+\frac{1}{2};1-2\mu;1-\mathrm{e}^{-2\eta}\right)$$

$$Q_{n-1/2}^m(\cosh\eta)=(-)^m\frac{\Gamma(n+m+1/2)}{\Gamma(n+1/2)}\int_0^{\ln\coth\frac{\eta}{2}}(\cosh\eta-\sinh\eta\cosh t)^{n-1/2}\cosh mt\mathrm{d}t$$

$$=(-)^m\frac{\Gamma(n+1/2)}{\Gamma(n-m+1/2)}\int_0^\infty\frac{\cosh mt}{(\cosh\eta+\sinh\eta\cosh t)^{n+1/2}}\mathrm{d}t$$

$$Q_{\nu-1/2}^\mu(\cosh\eta)=\sqrt{\pi}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\pi}\frac{\Gamma(\nu+\mu+1/2)}{\Gamma(\nu+1)}(1-\mathrm{e}^{-2\eta})^\mu\mathrm{e}^{-(n+1/2)\eta}F\left(\mu+\frac{1}{2},\nu+\mu+\frac{1}{2};\nu+1;\mathrm{e}^{-2\eta}\right)$$

$$P_{-1/2}(\cosh\eta)=\frac{2}{\pi\cosh(\eta/2)}K\left(\tanh\frac{\eta}{2}\right)$$

$$Q_{-1/2}(\cosh\eta)=2\mathrm{e}^{-\eta/2}K(\mathrm{e}^{-\eta})$$

$$P_{1/2}(\cosh\eta)=\frac{2}{\pi}\mathrm{e}^{\eta/2}E(\sqrt{1-\mathrm{e}^{-2\eta}})$$

圆锥函数(conical function)

$$P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta)=1+\frac{4\lambda^2+1^2}{2^2}\sin^2\frac{\theta}{2}+\frac{(4\lambda^2+1^2)(4\lambda^2+3^2)}{2^2 4^2}\sin^4\frac{\theta}{2}+\cdots$$

$$=\frac{2}{\pi}\int_0^\theta\frac{\cosh\lambda u}{\sqrt{2(\cos u-\cos\theta)}}\mathrm{d}u=\frac{2}{\pi}\cosh\lambda\pi\int_0^\infty\frac{\cos\lambda u}{\sqrt{2(\cosh u+\cos\theta)}}\mathrm{d}u$$

$$Q_{-1/2\mp\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta)=\pm\mathrm{i}\sinh\lambda\pi\int_0^\infty\frac{\cos\lambda u}{\sqrt{2(\cosh u+\cos\theta)}}\mathrm{d}u+\int_0^\infty\frac{\cosh\lambda u}{\sqrt{2(\cosh u-\cos\theta)}}\mathrm{d}u$$

$$P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(-\cos\theta)=\frac{\cosh\lambda\pi}{\pi}[Q_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta)+Q_{-1/2-\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta)]$$

$$P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta'\cos\theta+\sin\theta'\sin\theta\cos\varphi)=P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta')P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta)$$

$$+2\sum_{m=1}^\infty\frac{(-)^m 2^{2m}}{(4\lambda^2+1^2)(4\lambda^2+3^2)\cdots[4\lambda^2+(2m-1)^2]}P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}^m(\cos\theta')P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}^m(\cos\theta)\cos m\varphi$$

$$(0<\theta<\pi/2,0<\theta'<\pi,\theta'+\theta<\pi)$$

$$P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(-\cos\theta'\cos\theta-\sin\theta'\sin\theta\cos\varphi)=P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta')P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(-\cos\theta)$$

$$+2\sum_{m=1}^\infty\frac{(-)^m 2^{2m}}{(4\lambda^2+1^2)(4\lambda^2+3^2)\cdots[4\lambda^2+(2m-1)^2]}P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}^m(\cos\theta')P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}^m(-\cos\theta)\cos m\varphi$$

$$(0<\theta'<\pi/2<\theta,\theta'+\theta<\pi)$$

$$Q_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta'\cos\theta+\sin\theta'\sin\theta\cos\theta')=P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta')Q_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}(\cos\theta)$$

$$+2\sum_{k=1}^\infty\frac{(-)^k 2^{2k}}{(4\lambda^2+1^2)(4\lambda^2+3^2)\cdots[4\lambda^2+(2k-1)^2]}P_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}^k(\cos\theta')Q_{-1/2+\mathrm{i}\lambda}^k(\cos\theta)\cos k\theta'$$

$$(0<\theta'<\pi/2<\theta,\theta'+\theta<\pi)$$

$$P^{\mu}_{-1/2+i\lambda}(\cos\theta)\sim\frac{1}{\sqrt{2\pi\sin\theta}}\lambda^{\mu-1}e^{\lambda\mu} \qquad (\lambda\gg1)$$

$$P^{\mu}_{-1/2+i\lambda}(\cosh\theta)\sim\sqrt{\frac{2}{\sinh\theta}}\lambda^{\mu-1}\cos\left(\lambda\theta+\frac{\pi\mu}{2}-\frac{\pi}{4}\right) \qquad (\lambda\gg1)$$

汇合型超几何函数

库默尔函数(Kummer's function)

$$F(\alpha;\gamma;z)={}_1F_1(\alpha;\gamma;z)=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(n+\alpha)}{n!\ \Gamma(n+\gamma)}z^n \qquad (\gamma\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}z^{1-\gamma}\int_0^z e^t t^{\alpha-1}(z-t)^{\gamma-\alpha-1}dt \qquad (0<\mathrm{Re}\alpha<\mathrm{Re}\gamma)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}\int_0^1 e^{zt}t^{\alpha-1}(1-t)^{\gamma-\alpha-1}dt \qquad (0<\mathrm{Re}\alpha<\mathrm{Re}\gamma)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}e^z\int_0^1 e^{-zt}t^{\gamma-\alpha-1}(1-t)^{\alpha-1}dt \qquad (0<\mathrm{Re}\alpha<\mathrm{Re}\gamma)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)2^{1-\gamma}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}e^{z/2}\int_{-1}^1 e^{zt/2}(1-t)^{\gamma-\alpha-1}(1+t)^{\alpha-1}dt \qquad (0<\mathrm{Re}\alpha<\mathrm{Re}\gamma)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)2^{1-\gamma}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}e^{z/2}\int_{-1}^1 e^{-zt/2}(1+t)^{\gamma-\alpha-1}(1-t)^{\alpha-1}dt \qquad (0<\mathrm{Re}\alpha<\mathrm{Re}\gamma)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)2^{1-\gamma}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}e^{z/2}\int_0^{\pi}\exp\left[-\frac{z}{2}\cos t\right]\sin^{\gamma-1}t\ \cot^{\gamma-2\alpha}\frac{t}{2}dt \qquad (0<\mathrm{Re}\alpha<\mathrm{Re}\gamma)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)2^{1-\gamma}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}e^{z/2}\int_0^{\pi}\exp\left[\frac{z}{2}\cos t\right]\sin^{\gamma-1}t\ \tan^{\gamma-2\alpha}\frac{t}{2}dt \qquad (0<\mathrm{Re}\alpha<\mathrm{Re}\gamma)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}e^{-z\tau}\int_{\tau}^{\tau+1}e^{zt}(t-\tau)^{\alpha-1}(1+\tau-t)^{\gamma-\alpha-1}dt \qquad (0<\mathrm{Re}\alpha<\mathrm{Re}\gamma)$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}\exp\left(-\frac{az}{b-a}\right)(b-a)^{1-\gamma}\int_a^b(t-a)^{\alpha-1}(b-t)^{\gamma-\alpha-1}\exp\left[\frac{zt}{b-a}\right]dt$$

$$=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)}\frac{1}{2\pi i}\int_{\lambda-i\infty}^{\lambda+i\infty}\frac{\Gamma(\alpha+t)\Gamma(-t)}{\Gamma(\gamma+t)}(-z)^t dt$$

[$\mathrm{Re}\alpha>-\lambda>0,\gamma\neq0,-1,-2,\cdots,|\arg(-z)|<\pi/2,\Gamma(\alpha+t)$的极点保持在积分路线的左边,而$\Gamma(-t)$的极点保持在积分路线的右边]

$$U(\alpha;\gamma;z)=\frac{\pi}{\sin\pi\gamma}\left[\frac{F(\alpha;\gamma;z)}{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-\gamma+1)}-z^{1-\gamma}\frac{F(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(2-\gamma)}\right] \qquad (-\pi<\arg z\leqslant\pi)$$

$$=\frac{\Gamma(1-\gamma)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)}F(\alpha;\gamma;z)+\frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(\alpha)}z^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)$$

$$=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^{\infty}e^{-zt}t^{\alpha-1}(1+t)^{\gamma-\alpha-1}dt \qquad (\mathrm{Re}\alpha>0,\mathrm{Re}z>0)$$

$$=\frac{z^{1-\gamma}}{\Gamma(\alpha)}\int_0^{\infty}e^{-t}t^{\alpha-1}(z+t)^{\gamma-\alpha-1}dt \qquad (\mathrm{Re}\alpha>0,\mathrm{Re}z>0)$$

$$=\frac{e^z}{\Gamma(\alpha)}\int_1^{\infty}e^{-zt}(t-1)^{\alpha-1}t^{\gamma-\alpha-1}dt$$

$$=\frac{2^{1-\gamma}e^{z/2}}{\Gamma(\alpha)}\int_1^{\infty}e^{-zt/2}(t-1)^{\alpha-1}(1+t)^{\gamma-\alpha-1}dt$$

$$=\frac{2^{1-\gamma}e^{z/2}}{\Gamma(\alpha)}\int_0^{\infty}\exp\left(-\frac{z\cosh t}{2}\right)\sinh^{\gamma-1}t\ \coth^{\gamma-2\alpha}\frac{t}{2}dt$$

$$=\frac{e^z}{\Gamma(\alpha)}\int_{\tau}^{\tau+1}\exp\left[-\frac{z}{\tau+1-t}\right](t-\tau)^{\alpha-1}(\tau+1-t)^{-\gamma}dt \qquad (\tau>0)$$

$$=\frac{a^{1-\gamma}}{\Gamma(\alpha)}e^z\int_a^{\infty}e^{-zt/a}t^{\gamma-\alpha-1}(t-a)^{\alpha-1}dt \qquad (a>0)$$

$$=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^{\infty e^{i\delta}}e^{-zt}t^{\alpha-1}(1+t)^{\gamma-\alpha-1}dt$$

($\mathrm{Re}\alpha>0,-\pi/2-\delta<\arg z<\pi/2-\delta,-\pi<\delta<\pi,t^{\alpha-1}$及$(1+t)^{\gamma-\alpha-1}$均取主值)

$$U(\alpha;n+1;z)=\frac{(n-1)!}{\Gamma(\alpha)}\sum_{r=0}^{n=1}\frac{(\alpha-n)_r z^{r-n}}{(1-n)_r\, r!}+\frac{(-)^{n-1}}{n!\ \Gamma(\alpha-n)}$$
$$\times\left\{F(\alpha;n+1;z)\ln z+\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_r}{r!(n+1)_r}[\psi(\alpha+r)-\psi(1+r)-\psi(n+1+r)]z^r\right\}$$
$$(n=0,1,2,\cdots)$$

$$U(\alpha;\gamma;ze^{i\pi})=\frac{\pi}{\sin\pi\gamma}e^{-z}\left[\frac{F(\gamma-\alpha;\gamma;z)}{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-\gamma+1)}-\frac{e^{i\pi(1-\gamma)}z^{1-\gamma}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(2-\gamma)}F(1-\alpha;2-\gamma;z)\right]\qquad(\gamma\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$U(\alpha;\gamma;ze^{-i\pi})=\frac{\pi}{\sin\pi\gamma}e^{-z}\left[\frac{F(\gamma-\alpha;\gamma;z)}{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-\gamma+1)}-\frac{e^{-i\pi(1-\gamma)}z^{1-\gamma}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(2-\gamma)}F(1-\alpha;2-\gamma;z)\right]\qquad(\gamma\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$U(\alpha;\gamma;ze^{i2n\pi})=[1-e^{-i2n\pi\gamma}]\frac{\Gamma(1-\gamma)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)}F(\alpha;\gamma;z)+e^{-i2n\pi\gamma}U(\alpha;\gamma;z)$$

$$(\gamma-\alpha)F(\alpha-1;\gamma;z)+(2\alpha-\gamma+z)F(\alpha;\gamma;z)-\alpha F(\alpha+1;\gamma;z)=0$$

$$\gamma(\gamma-1)F(\alpha;\gamma-1;z)-\gamma(\gamma-1+z)F(\alpha;\gamma;z)+(\gamma-\alpha)F(\alpha;\gamma+1;z)=0$$

$$(\gamma-1)F(\alpha;\gamma-1;z)+(\alpha-\gamma+1)F(\alpha;\gamma;z)-\alpha F(\alpha+1;\gamma;z)=0$$

$$\gamma F(\alpha;\gamma;z)-\gamma F(\alpha-1;\gamma;z)-zF(\alpha;\gamma+1;z)=0$$

$$\gamma(\alpha+z)F(\alpha;\gamma;z)-(\gamma-\alpha)zF(\alpha;\gamma+1;z)-\alpha\gamma F(\alpha+1;\gamma;z)=0$$

$$(\gamma-\alpha)F(\alpha-1;\gamma;z)-(\gamma-1)F(\alpha;\gamma-1;z)+(\alpha-1+z)F(\alpha;\gamma;z)=0$$

$$\gamma(\gamma-\alpha)F(\alpha-1;\gamma;z)-\gamma(\gamma-\alpha-z)F(\alpha;\gamma;z)-\alpha zF(\alpha+1;\gamma+1;z)=0$$

$$\gamma F(\alpha;\gamma;z)-(\gamma-\alpha)F(\alpha;\gamma+1;z)-\alpha F(\alpha+1;\gamma+1;z)=0$$

$$\gamma(\gamma-1)F(\alpha;\gamma-1;z)-\gamma(\gamma-1)F(\alpha;\gamma;z)-\alpha zF(\alpha+1;\gamma+1;z)=0$$

$$\gamma(\gamma-1)F(\alpha-1;\gamma-1;z)+\gamma(1-\gamma+z)F(\alpha;\gamma;z)-\alpha zF(\alpha+1;\gamma+1;z)=0$$

$$U(\alpha-1;\gamma;z)+(\gamma-2\alpha-z)U(\alpha;\gamma;z)+\alpha(\alpha-\gamma+1)U(\alpha+1;\gamma;z)=0$$

$$U(\alpha-1;\gamma;z)+(\gamma-\alpha)U(\alpha;\gamma;z)-zU(\alpha;\gamma+1;z)=0$$

$$(\gamma-\alpha-1)U(\alpha;\gamma-1;z)+(1-\gamma-z)U(\alpha;\gamma;z)+zU(\alpha;\gamma+1;z)=0$$

$$U(\alpha;\gamma-1;z)-U(\alpha;\gamma;z)+\alpha U(\alpha+1;\gamma;z)=0$$

$$(1+\alpha-\gamma)U(\alpha;\gamma-1;z)-U(\alpha-1;\gamma;z)+(\alpha-1+z)U(\alpha;\gamma;z)=0$$

$$(\alpha+z)U(\alpha;\gamma;z)-zU(\alpha;\gamma+1;z)+\alpha(\gamma-\alpha-1)U(\alpha+1;\gamma;z)=0$$

$$F(\alpha;\gamma;z)=e^{z}F(\gamma-\alpha;\gamma;-z)$$

$$U(\alpha;\gamma;z)=z^{1-\gamma}U(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)$$

$$F(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)=e^{z}F(1-\alpha;2-\gamma;-z)$$

$$U(\gamma-\alpha;\gamma;-z)=e^{i\pi(1-\gamma)\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}z^{1-\gamma}U(1-\alpha;2-\gamma;-z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}F(\alpha;\gamma;z)=\frac{(\alpha)_n}{(\gamma)_n}F(\alpha+n;\gamma+n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[z^{\alpha+n-1}F(\alpha;\gamma;z)]=(\alpha)_n z^{\alpha-1}F(\alpha+n;\gamma;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[z^{\gamma-1}F(\alpha;\gamma;z)]=(-)^n(1-\gamma)_n z^{\gamma-1-n}F(\alpha;\gamma-n;z)\qquad(\gamma-n\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{-z}F(\alpha;\gamma;z)]=(-)^n\frac{(\gamma-\alpha)_n}{(\gamma)_n}e^{-z}F(\alpha;\gamma+n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{-z}z^{\gamma+n-\alpha-1}F(\alpha;\gamma;z)]=(\gamma-\alpha)_n e^{-z}z^{\gamma-\alpha-1}F(\alpha-n;\gamma;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{-z}z^{\gamma-1}F(\alpha;\gamma;z)]=(-)^n(1-\gamma)_n e^{-z}z^{\gamma-n-1}F(\alpha-n;\gamma-n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}U(\alpha;\gamma;z)=(-)^n(\alpha)_n U(\alpha+n;\gamma+n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[z^{\gamma-1}U(\alpha;\gamma;z)]=(-)^n(\alpha-\gamma+1)_n z^{\gamma-n-1}U(\alpha;\gamma-n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[z^{\alpha+n-1}U(\alpha;\gamma;z)]=(\alpha)_n(\alpha-\gamma+1)_n z^{\alpha-1}U(\alpha+n;\gamma;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{-z}U(\alpha;\gamma;z)]=(-)^n e^{-z}U(\alpha;\gamma+n;z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{-z}z^{\gamma-\alpha+n-1}U(\alpha;\gamma;z)]=(-)^n e^{-z}z^{\gamma-\alpha-1}U(\alpha-n;\gamma;z)$$

$$\lim_{\gamma\to 1-n}\frac{F(\alpha;\gamma;z)}{\Gamma(\gamma)}=\frac{(\alpha)_n}{n!}z^n F(\alpha+n;n+1;z)$$

$$\lim_{\alpha\to\infty}\frac{1}{\Gamma(\gamma)}F\left(\alpha;\gamma;\frac{z}{\alpha}\right)=z^{(1-\gamma)/2}I_{\gamma-1}(2\sqrt{z})$$

$$\lim_{\alpha\to\infty}\frac{1}{\Gamma(\gamma)}F\left(\alpha;\gamma;-\frac{z}{\alpha}\right)=z^{(1-\gamma)/2}J_{\gamma-1}(2\sqrt{z})$$

$$\lim_{\alpha\to\infty}\Gamma(\alpha-\gamma+1)U\left(\alpha;\gamma;\frac{z}{\alpha}\right)=2z^{(1-\gamma)/2}K_{\gamma-1}(2\sqrt{z})$$

$$\lim_{\alpha\to\infty}\Gamma(\alpha-\gamma+1)U\left(\alpha;\gamma;-\frac{z}{\alpha}\right)=\begin{cases}-i\pi e^{i\pi\gamma}z^{(1-\gamma)/2}H^{(1)}_{\gamma-1}(2\sqrt{z}) & \mathrm{Im}z>0\\ i\pi e^{-i\pi\gamma}z^{(1-\gamma)/2}H^{(2)}_{\gamma-1}(2\sqrt{z}) & \mathrm{Im}z>0\end{cases}$$

$$F\left(\nu+\frac{1}{2};2\nu+1;2iz\right)=\Gamma(1+\nu)e^{iz}\left(\frac{z}{2}\right)^{-\nu}J_\nu(z)$$

$$F\left(-\nu+\frac{1}{2};-2\nu+1;2iz\right)=\Gamma(1-\nu)e^{iz}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu}[J_\nu(z)\cos\pi\nu-N_\nu(z)\sin\pi\nu]$$

$$F\left(\nu+\frac{1}{2};2\nu+1;2z\right)=\Gamma(1-\nu)e^{z}\left(\frac{z}{2}\right)^{-\nu}I_\nu(z)$$

$$F(n+1;2n+2;2iz)=\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)e^{iz}\left(\frac{z}{2}\right)^{-n-1/2}J_{n+1/2}(z)$$

$$F(-n;-2n;2iz)=\Gamma\left(\frac{1}{2}-n\right)e^{iz}\left(\frac{z}{2}\right)^{n+1/2}J_{-n-1/2}(z)$$

$$F(n+1;2n+2;2z)=\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)e^{z}\left(\frac{z}{2}\right)^{-n-1/2}I_{n+1/2}(z)$$

$$F\left(n+\frac{1}{2};2n+1;-2\sqrt{iz}\right)=\Gamma(n+1)e^{-2\pi z}\left(\frac{i\pi z}{2}\right)^{-n}[\mathrm{ber}_n z+i\ \mathrm{bei}_n z]$$

$$U\left(\nu+\frac{1}{2};2\nu+1;2z\right)=\frac{e^z}{\sqrt{\pi}}(2z)^{-\nu}K_\nu(z)$$

$$U\left(\nu+\frac{1}{2};2\nu+1;2iz\right)=\frac{i\sqrt{\pi}}{2}e^{-i\pi(\nu-z)}(2z)^{-\nu}H^{(2)}_\nu(z)$$

$$U\left(\nu+\frac{1}{2};2\nu+1;-2iz\right)=\frac{i\sqrt{\pi}}{2}e^{i\pi(\nu-z)}(2z)^{-\nu}H^{(1)}_\nu(z)$$

$$U(n+1;2n+2;2z)=\frac{e^z}{\sqrt{\pi}}(2z)^{-n-1/2}K_{n+1/2}(z)$$

$$U\left(n+\frac{1}{2};2n+1;\sqrt{iz}\right)=\frac{e^{in\pi/2}}{\sqrt{\pi}}e^{\sqrt{iz}}(2\sqrt{iz})^{-n}[\mathrm{ker}_n z+i\ \mathrm{kei}_n z]$$

$$F(\alpha;\alpha;z)=e^z$$

$$F(1;2;-2iz)=\frac{e^{-iz}}{z}\sin z$$

$$F(1;2;2z)=\frac{e^z}{z}\sinh z$$

$$F(\alpha;\alpha+1;-z)=\alpha z^{-\alpha}\gamma(\alpha,z)$$

$$F\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};-z^2\right)=\frac{\sqrt{\pi}}{2z}\mathrm{erf}(z)$$

$$F\left(1;\frac{3}{2};z^2\right)=\frac{\sqrt{\pi}}{2z}e^{z^2}\mathrm{erf}(z)$$

$$U(1-\alpha;1-\alpha;z)=e^z\Gamma(\alpha,z)$$

$$U(1;1;\pm z)=-e^{\pm z}\mathrm{Ei}(\mp z)$$

$$U(1;1;-\ln z)=-\frac{1}{z}\mathrm{li}(z)$$

$$U(1;1;\pm iz)=e^{\pm iz}\left[\mp\frac{i\pi}{2}-\mathrm{Ci}(z)\pm i\mathrm{Si}(z)\right]$$

$$U\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};z^2\right)=\sqrt{\pi}\,e^{z^2}\mathrm{erfc}(z)$$

$$F(\alpha;\gamma;z)=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)}e^{z}z^{\alpha-\gamma}\left[\sum_{n=0}^{N}\frac{(\gamma-\alpha)_n(1-\alpha)_n}{n!}z^{-n}+O(|z|^{-N-1})\right]$$
$$+\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma-\alpha)}e^{i\pi\alpha\,\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}z^{-\alpha}\left[\sum_{n=0}^{M}\frac{(\alpha)_n(\alpha-\gamma+1)_n}{n!}(-z)^{-n}+O(|z|^{-M-1})\right]$$
$$(\alpha,\gamma\text{ 固定},\alpha\neq0,-1,-2,\cdots,|z|\to\infty,-\pi<\arg z<\pi)$$

$$U(\alpha;\gamma;z)=z^{-\alpha}\left[\sum_{n=0}^{N}(-)^n\frac{(\alpha)_n(\alpha-\gamma+1)_n}{n!}z^{-n}+O(|z|^{-N-1})\right]\qquad(\alpha,\gamma\text{ 固定},|z|\to\infty,|\arg z|\leqslant3\pi/2)$$

$$F(\alpha;\gamma;z)=\sum_{n=0}^{N}\frac{(\alpha)_n}{n!\ (\gamma)_n}z^n+O(|\gamma|^{-N-1})\qquad(\alpha,z\text{ 有界},|\gamma|\to\infty,|\arg\gamma|\leqslant\pi-\delta<\pi)$$

$$U(\alpha;\gamma;z)=(-\gamma)^{-\alpha}[1+O(|\gamma|^{-1})]+\sqrt{2\pi}z^{1-\gamma}e^{z-\gamma}\gamma^{\gamma-3/2}[1+O(|\gamma|^{-1})]$$
$$(\alpha,z\text{ 有界},|\gamma|\to\infty,|\arg\gamma|\leqslant\pi-\delta<\pi|\arg(-\gamma)|\leqslant\pi-\delta<\pi)$$

$$F(\alpha;\gamma;z)=\Gamma(\gamma)\left[\left(\frac{\gamma}{2}-\alpha\right)z\right]^{(1-\gamma)/2}\exp\left(\frac{z}{2}\right)J_{\gamma-1}(\sqrt{2(\gamma-2\alpha)z})\left[1+O\left(\left|\frac{\gamma}{2}-\alpha\right|^{-\lambda}\right)\right]$$
$$\left[\gamma,z\text{ 固定},\alpha\to\infty,\lambda=\min\left(1-\mu,\frac{1-3\mu}{2}\right),|z|=\left|\frac{\gamma}{2}-\alpha\right|^{\mu},0\leqslant\mu\leqslant\frac{1}{3}\right]$$

$$U(\alpha;\gamma;z)=\Gamma\left(\frac{\gamma+1}{2}-\alpha\right)e^{z/2}z^{(1-\gamma)/2}$$
$$\times[\cos\pi\alpha J_{\gamma-1}(\sqrt{2(\gamma-2\alpha)z})-\sin\pi\alpha N_{\gamma-1}(\sqrt{2(\gamma-2\alpha)z})]\left[1+O\left(\left|\frac{\gamma}{2}-\alpha\right|^{-\lambda}\right)\right]$$
$$\left[\gamma,z\text{ 固定},\alpha\to\infty,\lambda=\min\left(1-\mu,\frac{1-3\mu}{2}\right),|z|=\left|\frac{\gamma}{2}-\alpha\right|^{\mu},0\leqslant\mu\leqslant\frac{1}{3}\right]$$

$$F(\alpha;\gamma;k\gamma)=(1-k)^{-\alpha}\left[1-\frac{\alpha(\alpha+1)}{2\gamma}\left(\frac{k}{1-k}\right)^2+O(|\gamma|^{-2})\right]\qquad(\gamma\to\infty,0<|k|<1)$$

汇合型超几何方程的解(solutions of the confluent hypergeometric equation)

汇合型超几何方程

$$z\frac{d^2w}{dz^2}+(\gamma-z)\frac{dw}{dz}-\alpha w=0$$

在 $z=0$ 点邻域内的解可取为

$$w_1=F(\alpha;\gamma;z)=e^{z}F(\gamma-\alpha;\gamma;-z)$$
$$w_2=z^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)=z^{1-\gamma}e^{z}F(1-\alpha;2-\gamma;-z)$$
$$w_3=U(\alpha;\gamma;z)=z^{1-\gamma}U(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)$$
$$w_4=e^{z}U(\gamma-\alpha;\gamma;-z)=e^{i\pi(1-\gamma)\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}z^{1-\gamma}e^{z}U(1-\alpha;2-\gamma;-z)$$

当 $\gamma\neq$ 整数时,这四个解均有定义,且两两线性无关,故任意两解均可取作为汇合型超几何方程的基本解;当 $\gamma=n+1,n=0,1,2,\cdots$ 时,汇合型超几何方程的基本解可取为 w_1 和 w_3;当 $\gamma=-n+1,n=1,2,3,\cdots$ 时,汇合型超几何方程的基本解可取为 w_2 和 w_3.

$W[w_i,w_j]\equiv w_i\frac{dw_j}{dz}-w_j\frac{dw_i}{dz}$ 是它们之间的朗斯基行列式.

$$F(\alpha;\gamma;z)=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma-\alpha)}e^{i\pi\alpha\,\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}U(\alpha;\gamma;z)+\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)}e^{i\pi(\alpha-\gamma)\,\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}e^{z}U(\gamma-\alpha;\gamma;-z)$$

$$z^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)=e^{i\pi(\alpha-\gamma)\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}\left[-\frac{\Gamma(2-\gamma)}{\Gamma(1-\alpha)}U(\alpha;\gamma;z)+\frac{\Gamma(2-\gamma)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)}e^{z}U(\gamma-\alpha;\gamma;-z)\right]$$

$$U(\alpha;\gamma;z)=\frac{\Gamma(1-\gamma)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)}F(\alpha;\gamma;z)+\frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(\alpha)}z^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)$$

$$e^{z}U(\gamma-\alpha;\gamma;-z)=\frac{\Gamma(1-\gamma)}{\Gamma(1-\alpha)}F(\alpha;\gamma;z)-\frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(\gamma-\alpha)}e^{i\pi\gamma\,\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}z^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)$$

$$W[w_1,w_2]=(1-\gamma)z^{-\gamma}e^{z}$$

$$W[w_1,w_3]=-\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)}z^{-\gamma}e^{z}$$

$$W[w_1,w_4]=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma-\alpha)}z^{-\gamma}e^{z}e^{i\pi\gamma\,\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}$$

$$W[w_2,w_3]=-\frac{\Gamma(2-\gamma)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)}z^{-\gamma}e^{z}$$

$$W[w_2,w_4]=-\frac{\Gamma(2-\gamma)}{\Gamma(1-\alpha)}z^{-\gamma}e^{z}$$

$$W[w_3,w_4]=z^{-\gamma}e^{z}e^{i\pi(\gamma-\alpha)\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}z)}$$

汇合型超几何方程

$$z\frac{d^2w}{dz^2}+(\gamma-z)\frac{dw}{dz}-\alpha w=0$$

在$z=\infty$点邻域内的解可取为

$$w_1^{(\infty)}(z)=\frac{\Gamma(1-\gamma)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)}F(\alpha;\gamma;z)+\frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(\alpha)}z^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)$$

$$w_2^{(\infty)}(z)=e^{-i\pi(\alpha-\gamma)}\frac{\Gamma(1-\gamma)}{\Gamma(1-\alpha)}F(\alpha;\gamma;z)-e^{-i\pi\alpha}\frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(\gamma-\alpha)}z^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1;2-\gamma;z)$$

它们具有简单的渐近行为.

$$\left.\begin{aligned}w_1^{(\infty)}(z)&\sim z^{-\alpha}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_n(\alpha-\gamma+1)_n}{n!}(-z)^{-n}\\ w_2^{(\infty)}(z)&\sim z^{\alpha-\gamma}e^{z}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(1-\alpha)_n(\gamma-\alpha)_n}{n!}z^{-n}\end{aligned}\right\}\qquad(|z|\to\infty,-3\pi/2<\arg z<\pi/2)$$

惠特克函数(Whittaker's function)

$$\begin{aligned}M_{k,\pm\mu}(z)&=z^{\pm\mu+1/2}e^{-z/2}F\left(\pm\mu-k+\frac{1}{2};\pm2\mu+1;z\right)\\&=\frac{\Gamma(2\mu+1)}{\Gamma\left(\mu+k+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\mu-k+\frac{1}{2}\right)}z^{\mu+1/2}e^{-z/2}\int_0^1 e^{zt}t^{\mu-k-1/2}(1-t)^{\mu+k-1/2}dt\\&\qquad\left[\mathrm{Re}\left(\mu\pm k+\frac{1}{2}\right)>0,|\arg z|<\pi\right]\\&=\frac{\Gamma(2\mu+1)}{\Gamma\left(\mu+k+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\mu-k+\frac{1}{2}\right)}z^{\mu+1/2}e^{z/2}\int_0^1 e^{-zt}t^{\mu+k-1/2}(1-t)^{\mu-k-1/2}dt\\&\qquad\left[\mathrm{Re}\left(\mu\pm k+\frac{1}{2}\right)>0,|\arg z|<\pi\right]\\&=\frac{\Gamma(2\mu+1)}{\Gamma\left(\mu-k+\frac{1}{2}\right)}z^{\mu+1/2}e^{-z/2}\frac{1}{2\pi i}\int_{\lambda-i\infty}^{\lambda+i\infty}\frac{\Gamma(-t)\Gamma\left(\mu-k+t+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(1+2\mu+t)}(-z)^{t}dt\end{aligned}$$

$$\left[\mathrm{Re}\left(\mu-k+\frac{1}{2}\right)>-\lambda>0,2\mu\neq-1,-2,-3,\cdots,|\arg(-z)|<\frac{\pi}{2},\Gamma\left(\mu-k+\frac{1}{2}+t\right)\right.$$

的极点保持在积分路线的左边,而$\Gamma(-t)$的极点保持在积分路线的右边]

$$\begin{aligned}W_{k,\mu}(z)&=W_{k,-\mu}(z)=z^{\mu+1/2}e^{-z/2}U\left(\mu-k+\frac{1}{2};2\mu+1;z\right)\\&=\frac{\Gamma(-2\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-\mu-k\right)}M_{k,\mu}(z)+\frac{\Gamma(2\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\mu-k\right)}M_{k,-\mu}(z)\qquad(2\mu\neq0,\pm1,\pm2,\cdots,|\arg z|<3\pi/2)\\&=\frac{z^{\mu+1/2}e^{-z/2}}{\Gamma\left(\mu+\frac{1}{2}-k\right)}\int_0^{\infty}e^{-z\tau}\tau^{\mu-k-1/2}(1+\tau)^{\mu+k-1/2}d\tau\qquad[|\arg z|<\pi/2,\mathrm{Re}(\mu-k)>-1/2]\\&=\frac{e^{-z/2}z^{k}}{\Gamma(-k+\mu+\frac{1}{2})\Gamma\left(-k-\mu+\frac{1}{2}\right)}\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\Gamma(t)\Gamma\left(-t-k-\mu+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(-t-k+\mu+\frac{1}{2}\right)z^{t}dt\end{aligned}$$

$\left[k\pm\mu+\frac{1}{2}\neq\text{正整数},|\arg z|<\frac{3\pi}{2};\Gamma(t)\text{的极点保持在积分路线的左方},\Gamma\left(-t-k\pm\mu+\frac{1}{2}\right)\text{的极点保持在积分路线的右方}\right]$

$$M_{k,\mu}(z)=e^{i\pi(\mu+1/2)\operatorname{sgn}(\operatorname{Im}z)}M_{-k,\mu}(-z) \qquad (2\mu\neq-1,-2,\cdots)$$

$$=\frac{\Gamma(2\mu+1)}{\Gamma\left(\mu-k+\frac{1}{2}\right)}e^{\pm i\pi k}W_{-k,\mu}(e^{\pm i\pi}z)+\frac{\Gamma(2\mu+1)}{\Gamma\left(\mu+k+\frac{1}{2}\right)}e^{\pm i\pi(k-\mu-1/2)}W_{k,\mu}(z)$$

$(2\mu\neq-1,-2,\cdots,-3\pi/2<\arg z<\pi/2$ 时取正号，$-\pi/2<\arg z<3\pi/2$ 时取负号$)$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{\pm z/2}z^{-\mu-1/2}M_{k,\mu}(z)]=(\pm1)^n\frac{\left(\mu\mp k+\frac{1}{2}\right)_n}{(1+2\mu)_n}e^{\pm z/2}z^{-\mu-(n+1)/2}M_{k\mp n/2,\mu+n/2}(z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{\pm z/2}z^{n\mp k-1}M_{k,\mu}(z)]=\left(\mu\mp k+\frac{1}{2}\right)_n e^{\pm z/2}z^{\mp k-1}M_{k\mp n,\mu}(z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{\pm z/2}z^{\mu-1/2}M_{k,\mu}(z)]=(-)^n(-2\mu)_n e^{\pm z/2}z^{\mu-(n+1)/2}M_{k\mp n/2,\mu-n/2}(z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{z/2}z^{\pm\mu-1/2}W_{k,\mu}(z)]=(-)^n\left(\frac{1}{2}\mp\mu-k\right)_n e^{z/2}z^{\pm\mu-(n+1)/2}W_{k-n/2,\mu\mp n/2}(z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{z/2}z^{n-k-1}W_{k,\mu}(z)]=\left(\frac{1}{2}+\mu-k\right)_n\left(\frac{1}{2}-\mu-k\right)_n e^{z/2}z^{-k-1}W_{k-n,\mu}(z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{-z/2}z^{\pm\mu-1/2}W_{k,\mu}(z)]=(-)^n e^{-z/2}z^{\pm\mu-(n+1)/2}W_{k+n/2,\mu\mp n/2}(z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}[e^{-z/2}z^{k+n-1}W_{k,\mu}(z)]=(-)^n e^{-z/2}z^{k-1}W_{k+n,\mu}(z)$$

$$2\mu M_{k-1/2,\mu-1/2}(z)-2\mu M_{k+1/2,\mu-1/2}(z)-\sqrt{z}\,M_{k,\mu}(z)=0$$

$$4\mu(1+2\mu)\sqrt{z}\,M_{k-1/2,\mu-1/2}(z)\mp2(1+2\mu)(2\mu\mp z)M_{k,\mu}(z)-(1+2\mu\mp2k)\sqrt{z}\,M_{k\mp1/2,\mu+1/2}(z)=0$$

$$4\mu(1+2\mu)\sqrt{z}\,M_{k-1/2,\mu-1/2}(z)-4\mu(1+2\mu)M_{k,\mu}(z)-(1+\mu-2k)\sqrt{z}\,M_{k-1/2,\mu+1/2}(z)=0$$

$$4\mu(1+2\mu)\sqrt{z}\,M_{k+1/2,\mu-1/2}(z)-4\mu(1+2\mu)M_{k,\mu}(z)+(1+2\mu+2k)\sqrt{z}\,M_{k+1/2,\mu+1/2}(z)=0$$

$$(1+2\mu-2k)M_{k-1/2,\mu+1/2}(z)-2(1+2\mu)\sqrt{z}\,M_{k,\mu}(z)+(1+2\mu+2k)M_{k+1/2,\mu+1/2}(z)=0$$

$$(1+2\mu-2k)M_{k-1,\mu}(z)+2(2k-z)M_{k,\mu}(z)-(1+2\mu+2k)M_{k+1,\mu}(z)=0$$

$$(\mu\pm k)W_{k-1/2,\mu}(z)\mp\sqrt{z}\,W_{k,\mu\pm1/2}(z)\pm W_{k+1/2,\mu}(z)=0$$

$$\left(\frac{1}{2}\pm\mu-k\right)\sqrt{z}\,W_{k-1/2,\mu\pm1/2}(z)\mp(2\mu\mp z)W_{k,\mu}(z)-\sqrt{z}\,W_{k+1/2,\mu\mp1/2}(z)=0$$

$$\left(\frac{1}{2}-\mu-k\right)\sqrt{z}\,W_{k-1/2,\mu-1/2}(z)+\left(k-\mu-\frac{1}{2}\right)\sqrt{z}\,W_{k-1/2,\mu+1/2}(z)+2\mu W_{k,\mu}(z)=0$$

$$\sqrt{z}\,W_{k+1/2,\mu-1/2}(z)-2\mu W_{k,\mu}(z)+\sqrt{z}\,W_{k+1/2,\mu+1/2}(z)=0$$

$$\left(\frac{1}{2}+\mu-k\right)\left(\frac{1}{2}-\mu-k\right)W_{k-1,\mu}(z)+(2k-\mu)W_{k,\mu}(z)+W_{k+1,\mu}(z)=0$$

$$z\frac{d}{dz}W_{k,\mu}(z)=\left(k-\frac{z}{2}\right)K_{k,\mu}(z)-\left[\mu^2-\left(k-\frac{1}{2}\right)^2\right]W_{k-1,\mu}(z)$$

$$M_{a,0}(z)=e^{-z/2}\sqrt{z}\,L_{a-1/2}(z)$$

$$M_{0,1/2}(z)=2\sinh\frac{z}{2}$$

$$M_{0,1/2}(-iz)=-2i\sin\frac{z}{2}$$

$$M_{0,\mu}(z)=\Gamma(1+\mu)2^{2\mu}e^{-i\pi\mu/2}\sqrt{z}\,J_\mu\left(\frac{1}{2}ze^{i\pi/2}\right)=\Gamma(1+\mu)2^{2\mu}\sqrt{z}\,I_\mu\left(\frac{z}{2}\right)$$

$$M_{0,\mu}(iz)=\Gamma(1+\mu)2^{2\mu}e^{-i\pi(2\mu-1)/4}\sqrt{z}\,J_\mu\left(-\frac{z}{2}\right)$$

$$M_{0,\mu}(-iz)=\Gamma(1+\mu)2^{2\mu}e^{-i\pi(2\mu+1)/4}\sqrt{z}\,J_\mu\left(\frac{z}{2}\right)$$

$$M_{\mu+1/2,\mu}(z)=e^{-z/2}z^{\mu+1/2}$$

$$M_{-\mu-1/2,\mu}(z)=e^{z/2}z^{\mu+1/2}$$

$$M_{\mu+n+1/2,\mu}(z)=\frac{1}{(1+2\mu)_n}e^{z/2}z^{-\mu+1/2}\frac{d^n}{dz^n}[e^{-z}z^{2\mu+n}] \qquad (2\mu\neq-1,-2,-3,\cdots)$$

$$W_{0,1/2}(\pm z)=e^{\mp z/2}$$

$$W_{0,1/2}(\pm iz)=e^{\mp iz/2}$$

$$W_{0,\mu}(z)=\sqrt{\frac{z}{\pi}}K_\mu\left(\frac{z}{2}\right)=\frac{i}{2}\sqrt{\pi z}e^{-i\pi\mu/2}H_\mu^{(1)}\left(\frac{1}{2}ze^{i\pi/2}\right)$$

$$W_{0,\mu}(iz)=\frac{1}{2}\sqrt{\pi z}e^{-i\pi(2\mu+1)/4}H_\mu^{(2)}\left(\frac{z}{2}\right)$$

$$W_{0,\mu}(-iz)=\frac{1}{2}\sqrt{\pi z}e^{i\pi(2\mu+1)/4}H_\mu^{(1)}\left(\frac{z}{2}\right)$$

$$W_{\mu+1/2,\mu}(z)=W_{\mu+1/2,-\mu}(z)=z^{\mu+1/2}e^{-z/2}$$

$$\lim_{k\to\infty}\left(\frac{z}{k}\right)^{-\mu-1/2}M_{k,\mu}\left(\frac{z}{k}\right)=\Gamma(1+2\mu)z^{-\mu}I_{2\mu}(2\sqrt{z})$$

$$\lim_{k\to\infty}\left(-\frac{z}{k}\right)^{-\mu-1/2}M_{k,\mu}\left(-\frac{z}{k}\right)=\Gamma(1+2\mu)z^{-\mu}J_{2\mu}(2\sqrt{z})$$

$$\lim_{k\to\infty}\Gamma\left(\frac{1}{2}-\mu-k\right)\left(\frac{z}{k}\right)^{-\mu-1/2}W_{k,\mu}\left(\frac{z}{k}\right)=2z^{-\mu}K_{2\mu}(2\sqrt{z})$$

$$\lim_{k\to\infty}\Gamma\left(\frac{1}{2}-\mu-k\right)\left(-\frac{z}{k}\right)^{-\mu-1/2}W_{k,\mu}\left(-\frac{z}{k}\right)=\begin{cases}i\pi e^{2\mu\pi i}z^{-\mu}H_{2\mu}^{(1)}(2\sqrt{z}) & \mathrm{Im}z>0\\ -i\pi e^{-2\mu\pi i}z^{-\mu}H_{2\mu}^{(2)}(2\sqrt{z}) & \mathrm{Im}z<0\end{cases}$$

$$W_{k,\mu}(z)\sim e^{z/2}e^{\pm i\pi k}z^{-k}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{1}{2}+\mu-k\right)_n\left(\frac{1}{2}-\mu-k\right)_n}{n!}z^{-n}$$

($|z|\to\infty$，$-\pi/2<\arg z<5\pi/2$ 时取正号，$-5\pi/2<\arg z<\pi/2$ 时取负号)

$$M_{k,\mu}(z)\sim\frac{\Gamma(1+2\mu)}{\Gamma(\mu-k+\frac{1}{2})}e^{z/2}z^{-k}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left(\frac{1}{2}+\mu+k\right)_n\left(\frac{1}{2}-\mu+k\right)_n z^{-n}$$

$$+e^{-z/2}z^k e^{\pm i\pi(k-\mu-1/2)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left(\frac{1}{2}+\mu-k\right)_n\left(\frac{1}{2}-\mu-k\right)_n(-z)^{-n}$$

$\left(|z|\to\infty,\frac{-3\pi}{2}<\arg z<\frac{\pi}{2}\text{时取正号},\frac{-\pi}{2}<\arg z<\frac{3\pi}{2}\text{时取负号}\right)$

$$M_{k,\mu}(z)=\frac{\Gamma(2\mu+1)}{\sqrt{\pi}}k^{-\mu-1/4}z^{1/4}\cos\left(2\sqrt{kz}-\mu\pi-\frac{\pi}{4}\right)+O(|k|^{-\mu-3/4}) \qquad (|k|\to\infty,|\arg(kz)|<2\pi)$$

$$M_{-k,\mu}(z)=\frac{\Gamma(2\mu+1)}{\sqrt{\pi}}k^{-\mu-1/4}z^{1/4}e^{\mp i\pi(\mu+1/4)}\cos\left(\pm 2i\sqrt{kz}-\mu\pi-\frac{\pi}{4}\right)+O(|k|^{-\mu-3/4})$$

($|k|\to\infty$，$-3\pi<\arg(kz)<\pi$ 时取正号，$-\pi<\arg(kz)<3\pi$ 时取负号)

$$W_{k,\mu}(z)\sim-\left(\frac{4z}{k}\right)^{1/4}e^{-k}k^k\cos\left(2\sqrt{kz}-\pi k+\frac{\pi}{4}\right) \qquad [|k|\to\infty,|\arg k|<\pi,|\arg(kz)|<2\pi]$$

$$W_{-k,\mu}(z)\sim\left(\frac{z}{4k}\right)^{1/4}k^{-k}\exp\left(k-2\sqrt{kz}\right)$$

[$|k|\to\infty$，$-\pi<\arg(kz)<3\pi$，$\mathrm{Im}k>0$ 或 $-3\pi<\arg(kz)<\pi$，$\mathrm{Im}k<0$]

不完全伽马函数(incomplete gamma function)

$$\gamma(\nu,z)=\int_0^z u^{\nu-1}e^{-u}du \qquad (\mathrm{Re}\nu>0)$$

$$=\frac{z^\nu}{\nu}F(\nu;\nu+1;-z) \qquad (\nu\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$=\frac{1}{\nu}z^\nu e^{-z}F(1;\nu+1;z) \qquad (\nu\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$=\frac{z^\nu}{\sin\pi\nu}\int_0^\pi e^{z\cos\varphi}\cos(\nu\varphi+z\sin\varphi)d\varphi \qquad (z\neq0,\nu\neq\text{整数})$$

$$\gamma(n+1,z)=n!\left[1-\mathrm{e}^{-z}\sum_{k=0}^{n}\frac{z^k}{k!}\right] \qquad (n=0,1,2,\cdots)$$

$$\gamma(\nu+1,z)=\nu\gamma(\nu,z)-z^{\nu}\mathrm{e}^{-z}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\gamma(\nu,z)=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\Gamma(\nu,z)=z^{\nu-1}\mathrm{e}^{-z}$$

$$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}z^n}[z^{-\nu}\gamma(\nu,z)]=(-)^n z^{-\nu-n}\gamma(\nu+n,z)$$

$$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}z^n}[\mathrm{e}^z\gamma(\nu,z)]=(-)^n(1-\nu)_n\mathrm{e}^z\gamma(\nu-n,z)$$

$$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}z^n}[\mathrm{e}^z z^{n-\nu}\gamma(\nu,z)]=\frac{n!}{\nu}F(n+1;\nu+1;z)$$

$$\Gamma(\nu,z)=\Gamma(\nu)-\gamma(\nu,z)=\int_z^{\infty}u^{\nu-1}\mathrm{e}^{-u}\mathrm{d}u=\frac{\mathrm{e}^{-z}z^{\nu}}{\Gamma(1-\nu)}\int_0^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{-t}t^{-\nu}}{z+t}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}\nu<1,z\neq-1,-2,-3,\cdots)$$

$$\Gamma(n+1,z)=n!\ \mathrm{e}^{-z}\sum_{k=0}^{n}\frac{z^k}{k!}$$

$$\Gamma(-n,z)=\frac{(-)^n}{n!}\left[\Gamma(0,z)-\mathrm{e}^{-z}\sum_{k=0}^{n-1}(-)^k k!\ z^{-k-1}\right]$$

$$\Gamma(\nu,z)=z^{\nu}\mathrm{e}^{-z}U(1;\nu+1;z)=\mathrm{e}^{-z}U(1-\nu;1-\nu;z)$$

$$\Gamma(\nu+1,z)=\nu\Gamma(\nu,z)+z^{\nu}\mathrm{e}^{-z}$$

$$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}z^n}[z^{-\nu}\Gamma(\nu,z)]=(-)^n z^{-\nu-n}\Gamma(\nu+n,z)$$

$$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}z^n}[\mathrm{e}^z\Gamma(\nu,z)]=(-)^n(1-\nu)_n\mathrm{e}^z\Gamma(\nu-n,z)$$

$$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}z^n}[\mathrm{e}^z z^{n-\nu}\Gamma(\nu,z)]=n!\ (1-\nu)_n U(n+1;\nu+1;z)$$

$$\Gamma(\nu,z)=\mathrm{e}^{-z}z^{\nu-1}\left[\sum_{n=0}^{N-1}(1-\nu)_n(-z)^{-n}+O(|z|^{-N})\right] \qquad (|z|\to\infty,|\arg z|<3\pi/2)$$

$$\Gamma(\nu+1,\nu)=\mathrm{e}^{-\nu}\nu^{\nu}\left[\sqrt{\frac{\pi}{2}}\nu+\frac{2}{3}+\frac{\sqrt{2\pi}}{24}\nu^{-1/2}+\cdots\right] \qquad (|\nu|\to\infty,|\arg\nu|<\pi/2)$$

误差函数(error function)

$$\mathrm{erf}(z)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z\mathrm{e}^{-u^2}\mathrm{d}u=\frac{2}{\sqrt{\pi}}zF\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};-z^2\right)=\frac{2z}{\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-z^2}F\left(1;\frac{3}{2};z^2\right)$$

$$=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^{2n+1}}{n!\ (2n+1)}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-z^2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2^k}{(2k+1)!!}z^{2k+1}$$

$$\mathrm{erf}(z)=1-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-z^2}\left[\sum_{k=0}^{n}(-)^k\frac{(2k-1)!!}{2^k}z^{-2k-1}+r_n(z)\right] \qquad (|z|\to\infty,|\arg z|<3\pi/4)$$

$$r_n(z)=(-)^{n+1}\frac{(2n+1)!!}{2^n}z\mathrm{e}^z\int_z^{\infty}t^{-2(n+1)}\mathrm{e}^{-t^2}\mathrm{d}t,$$

$$|r_n(z)|=\frac{(2n+1)!!}{(2z^2)^n}\frac{1}{\sin\delta} \qquad (|\arg z|\leqslant\pi/2-\delta<\pi/2)$$

$$\mathrm{erfc}(z)=1-\mathrm{erf}(z)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_z^{\infty}\mathrm{e}^{-u^2}\mathrm{d}u=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-z^2}U\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};z^2\right)$$

$$\mathrm{erf}(\infty)=1$$

概率积分(probability integral)

$$\Phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}\mathrm{e}^{-u^2/2}\mathrm{d}u=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-z^2/2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)!!}z^{2k+1}$$

$$F(z)=\frac{\sqrt{\pi}}{2\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-z^2}\mathrm{erf}(\mathrm{i}z)=\mathrm{e}^{-z^2}\int_0^z\mathrm{e}^{u^2}\mathrm{d}u=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k2^k}{(2k+1)!!}z^{2k+1}=zF\left(1;\frac{3}{2};-z^2\right)$$

$$\Phi(\infty)=1$$

菲涅耳积分(Fresnel integral)

$$S(z)=\int_0^z \sin\frac{\pi t^2}{2}\mathrm{d}t=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k}{(2k+1)!}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k+1}\frac{z^{4k+3}}{4k+3}=\alpha(z)\sin\frac{\pi z^2}{2}-\beta(z)\cos\frac{\pi z^2}{2}$$

$$C(z)=\int_0^z \cos\frac{\pi t^2}{2}\mathrm{d}t=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k}{(2k)!}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k}\frac{z^{4k+1}}{4k+1}=\alpha(z)\cos\frac{\pi z^2}{2}+\beta(z)\sin\frac{\pi z^2}{2}$$

$$\alpha(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k}{(4k+1)!!}\pi^{2k}z^{4k+1},\quad \beta(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k}{(4k+3)!!}\pi^{2k+1}z^{4k+3}$$

$$C(z)\pm \mathrm{i}S(z)=\frac{1\pm\mathrm{i}}{2}\mathrm{erf}\left[\frac{\sqrt{\pi}}{2}(1\mp\mathrm{i})z\right]$$

$$S(z)=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi z}\left[A(z)\cos\frac{\pi z^2}{2}+B(z)\sin\frac{\pi z^2}{2}\right]$$

$$C(z)=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi z}\left[B(z)\cos\frac{\pi z^2}{2}-A(z)\sin\frac{\pi z^2}{2}\right]$$

$$A(z)\sim\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k(4k-1)!!}{(\pi z^2)^{2k}},B(z)\sim\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k(4k+1)!!}{(\pi z^2)^{2k+1}},\qquad (|z|\to\infty,|\arg|z<\pi/2)$$

$$\lim_{x\to+\infty}S(x)=\lim_{x\to+\infty}C(x)=\frac{1}{2}$$

指数积分(exponential integral)

$$\mathrm{Ei}(z)=\int_{-\infty}^{z}\frac{\mathrm{e}^u}{u}\mathrm{d}u=\gamma+\ln(-z)+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k\cdot k!}z^k\qquad [|\arg(-z)|<\pi]$$

$$\mathrm{Ei}(x)=v.\,p.\left[\int_{-\infty}^{x}\frac{\mathrm{e}^u}{u}\mathrm{d}u\right]=v.\,p.\left[-\int_{-x}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{-u}}{u}\mathrm{d}u\right]=\gamma+\ln x+\int_0^x\frac{\mathrm{e}^u-1}{u}\mathrm{d}u=\gamma+\ln x+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k\cdot k!}x^k\qquad (x>0)$$

$$\mathrm{Ei}(-x)=\int_{-\infty}^{-x}\frac{\mathrm{e}^u}{u}\mathrm{d}u=\gamma+\ln x+\int_0^x\frac{\mathrm{e}^{-u}-1}{u}\mathrm{d}u=\gamma+\ln x+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-)^k}{k\cdot k!}x^k\qquad (x>0)$$

$$\mathrm{Ei}(z)=\frac{1}{z}\mathrm{e}^z\left[\sum_{k=0}^{n}k!\ z^{-k}+r_n(z)\right]\qquad (|z|\to\infty)$$

$$r_n(z)=(n+1)!\ z\mathrm{e}^{-z}\int_{-\infty}^{z}t^{-n-2}\mathrm{e}^t\mathrm{d}t\qquad (|\arg(-z)|<\pi)$$

$$|r_n(z)|\leqslant\begin{cases}\dfrac{(n+1)!}{|z|^{n+1}} & |\arg(-z)|\leqslant\pi/2\\[2ex] \dfrac{(n+1)!}{|z|^{n+1}\sin^{n+1}\delta} & |\arg(-z)|\leqslant\pi-\delta<\pi\end{cases}$$

$$\mathrm{Ei}(z)\sim\frac{\mathrm{e}^z}{z}\sum_{k=0}^{\infty}k!\ z^{-k}\qquad (|z|\to\infty,|\arg z|<3\pi/2)$$

$$\lim_{x\to+\infty}[\mathrm{e}^{-x}\mathrm{Ei}(x)]=0,$$

$$\lim_{x\to+\infty}[x\mathrm{e}^{-x}\mathrm{Ei}(x)]=1$$

对数积分(logarithmic integral)

$$\mathrm{li}(z)=\int_0^z\frac{\mathrm{d}u}{\ln u}=\mathrm{Ei}(\ln z)$$

$$\mathrm{li}(x)=\int_0^x\frac{\mathrm{d}u}{\ln u}=\mathrm{Ei}(\ln x)=\gamma+\ln(-\ln x)+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\ln^k x}{kk!}\qquad (0<x<1)$$

$$\mathrm{li}(x)=v.\,p.\left[\int_0^x\frac{\mathrm{d}u}{\ln u}\right]=\mathrm{Ei}(\ln x)=\gamma+\ln\ln x+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\ln^k x}{kk!}\qquad (1<x<\infty)$$

$$\mathrm{li}(z)=\frac{z}{\ln z}\left[\sum_{k=0}^{n}\frac{k!}{\ln^k z}+r_n(z)\right]\qquad (|z|\to\infty)$$

$$|r_n(z)|=O(|z|^{-n-1})\qquad (0<\delta\leqslant|\arg z|\leqslant\pi-\delta<\pi)$$

$$|r_n(z)|\leqslant\frac{(n+1)!}{|\ln z|^{n+1}}\qquad (|\arg z|\leqslant\pi-\delta<\pi)$$

正弦积分(sine integral)

$$\mathrm{Si}(z)=\int_0^z\frac{\sin u}{u}\mathrm{d}u=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k}{(2k+1)(2k+1)!}z^{2k+1}$$

$$\mathrm{si}(z)=-\int_z^{\infty}\frac{\sin u}{u}\mathrm{d}u=\mathrm{Si}(z)-\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\mathrm{Si}(z)=\frac{\sin z}{z}$$

$$\mathrm{Si}(-z)=-\mathrm{Si}(z) \qquad (|\arg z|<\pi)$$

$$\mathrm{si}(x)+\mathrm{si}(-x)=-\pi \qquad (x>0)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mathrm{si}(nx)}{n}=\frac{1}{2}[\pi\ln x-x] \qquad (0<x<2\pi)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-)^n\frac{\mathrm{si}(nx)}{n}=\frac{1}{2}[\pi\ln 2-x] \qquad (-\pi<x<\pi)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-)^n\mathrm{si}[2(2n+1)\pi]=\frac{2}{3}-\frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\infty}[\mathrm{si}(x)]^2\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\infty}\sin x\,\mathrm{si}(x)\mathrm{d}x=-\frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-zt}\mathrm{si}(t)\mathrm{d}t=-\frac{1}{z}\arctan z \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$\mathrm{si}(z)=-\frac{\cos z}{z}P(z)-\frac{\sin z}{z}Q(z)$$

$$P(z)=\sum_{k=0}^{n}\frac{(-)^k(2k)!}{z^{2k}}+O(|z|^{-2n-2}),Q(z)=\sum_{k=0}^{n}\frac{(-)^k(2k+1)!}{z^{2k+1}}+O(|z|^{-2n-3}) \qquad |\arg z|<\pi$$

$$\lim_{x\to+\infty}[x^{\rho}\mathrm{si}(x)]=0 \qquad (\rho<1)$$

$$\lim_{x\to-\infty}\mathrm{si}(x)=-\pi \qquad (\text{在负实轴上 } \arg x=\mp\pi)$$

余弦积分(cosine integral)

$$\mathrm{Ci}(z)=\mathrm{ci}(z)=-\int_z^{\infty}\frac{\cos u}{u}\mathrm{d}u=\gamma+\ln z-\int_0^z\frac{1-\cos u}{u}\mathrm{d}u=\gamma+\ln z+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-)^k}{2k(2k)!}z^{2k} \qquad (|\arg z|<\pi)$$

$$\mathrm{Ci}(x)\pm\mathrm{i}\,\mathrm{si}(x)=\mathrm{Ei}(\pm\mathrm{i}x) \qquad (x>0)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\mathrm{Ci}(z)=\frac{\cos z}{z}$$

$$\mathrm{Ci}(-z)=\mathrm{Ci}(z)-\mathrm{i}\pi \qquad (|\arg z|<\pi)$$

$$\mathrm{Ci}(x)-\mathrm{Ci}(x\mathrm{e}^{\pm\pi\mathrm{i}})=\mp\pi\mathrm{i} \qquad (x>0)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{Ci}(2n\pi)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\gamma\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-)^n\mathrm{Ci}(2n\pi)=1-\ln 2-\frac{\gamma}{2}$$

$$\int_0^{\infty}[\mathrm{Ci}(x)]^2\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\infty}\mathrm{Ci}(x)\mathrm{si}(x)\mathrm{d}x=-\ln 2$$

$$\int_0^{\infty}\cos x\,\mathrm{Ci}(x)\mathrm{d}x=-\frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-zt}\mathrm{Ci}(t)\mathrm{d}t=-\frac{1}{2z}\ln(1+z^2) \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$\mathrm{Ci}(z)=\frac{\sin z}{z}P(z)-\frac{\cos z}{z}Q(z)$$

$$\lim_{x\to+\infty}[x^{\rho}\mathrm{Ci}(x)]=0 \qquad (\rho<1)$$

$$\lim_{x\to-\infty}\mathrm{Ci}(x)=\pm\pi\mathrm{i} \qquad (\text{在负实轴上 } \arg x=\mp\pi)$$

抛物线柱函数(parabolic cylinder function)

$$D_\nu(z)=2^{(2\nu+1)/4}z^{-1/2}W_{(2\nu+1)/4,\pm 1/4}\left(\frac{z^2}{2}\right)$$

$$=\sqrt{\pi}\,2^{(2\nu+1)/4}z^{-1/2}\left[\frac{M_{(2\nu+1)/4,-1/4}\left(\frac{z^2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-\nu}{2}\right)}-2\frac{M_{(2\nu+1)/4,1/4}\left(\frac{z^2}{2}\right)}{\Gamma\left(-\frac{\nu}{2}\right)}\right]$$

$$=2^{\nu/2}e^{-z^2/4}\sqrt{\pi}\left[\frac{1}{\Gamma\left(\frac{1-\nu}{2}\right)}F\left(-\frac{\nu}{2};\frac{1}{2};\frac{z^2}{2}\right)-\frac{\sqrt{2}z}{\Gamma\left(-\frac{\nu}{2}\right)}F\left(\frac{1-\nu}{2};\frac{3}{2};\frac{z^2}{2}\right)\right] \qquad (|\arg z|<3\pi/4)$$

$$D_\nu(z)=\frac{1}{\Gamma(-\nu)}e^{-z^2/4}\int_0^\infty e^{-zt-t^2/2}t^{-\nu-1}dt \qquad (\mathrm{Re}\,\nu<0)$$

$$\exp\left[-\frac{z^2}{4}-zt-\frac{t^2}{2}\right]=\begin{cases}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-t)^n}{n!}D_n(z) & (|t|<\infty)\\ \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}t^\nu\Gamma(-\nu)D_\nu(z)d\nu & (c<0,|\arg t|<\pi/4)\end{cases}$$

$$D_\nu(z)=\frac{\Gamma(\nu+1)}{\sqrt{2\pi}}\left[e^{i\pi\nu/2}D_{-\nu-1}(iz)+e^{-i\pi\nu/2}D_{-\nu-1}(-iz)\right]$$

$$=e^{-i\pi\nu}D_\nu(-z)+\frac{\sqrt{2\pi}}{\Gamma(-\nu)}e^{-i\pi(\nu+1)/2}D_{-\nu-1}(iz)$$

$$=e^{i\pi\nu}D_\nu(-z)+\frac{\sqrt{2\pi}}{\Gamma(-\nu)}e^{i\pi(\nu+1)/2}D_{-\nu-1}(-iz)$$

$$D_{\nu+1}(z)-zD_\nu(z)+\nu D_{\nu-1}(z)=0$$

$$\frac{d}{dz}D_\nu(z)+\frac{z}{2}D_\nu(z)-\nu D_{\nu-1}(z)=0$$

$$\frac{d}{dz}D_\nu(z)-\frac{z}{2}D_\nu(z)+D_{\nu+1}(z)=0$$

$$2\frac{d}{dz}D_\nu(z)-\nu D_{\nu-1}(z)+D_{\nu+1}(z)=0$$

$$\frac{d^n}{dz^n}\left[e^{z^2/4}D_\nu(z)\right]=(-)^n(-\nu)_n e^{z^2/4}D_{\nu-n}(z)$$

$$\frac{d^n}{dz^n}\left[e^{-z^2/4}D_\nu(z)\right]=(-)^n e^{-z^2/4}D_{\nu+n}(z)$$

$$D_0(z)=\frac{z}{\sqrt{2\pi}}K_{1/2}\left(\frac{1}{4}z^2\right)=e^{-z^2/4}H_0\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)=e^{-z^2/4}$$

$$D_n(z)=2^{-n/2}e^{-z^2/4}H_n\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)$$

$$D_{-1}(z)=\sqrt{\frac{\pi}{2}}e^{z^2/4}\mathrm{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)$$

$$D_{-n-1}(z)=\frac{(-)^n}{n!}\sqrt{\frac{\pi}{2}}e^{-z^2/4}\frac{d^n}{dz^n}\left[e^{z^2/2}\mathrm{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

$$D_{1/2}(z)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{z}{2}\right)^{3/2}\left[K_{1/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)+K_{3/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)\right]$$

$$D_{3/2}(z)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{z}{2}\right)^{5/2}\left[2K_{1/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)+3K_{3/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)-K_{5/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)\right]$$

$$D_{5/2}(z)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{z}{2}\right)^{7/2}\left[5K_{1/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)+9K_{3/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)-5K_{5/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)-K_{7/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)\right]$$

$$D_{-1/2}(z)=\sqrt{\frac{z}{2\pi}}K_{1/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)$$

$$D_{-3/2}(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}z^{3/2}\left[K_{3/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)-K_{1/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)\right]$$

$$D_{-5/2}(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{z^{5/2}}{3}\left[K_{5/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)-3K_{3/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)+2K_{1/4}\left(\frac{1}{4}z^2\right)\right]$$

$$D_\nu(0)=\frac{2^{\nu/2}\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{1-\nu}{2}\right)}$$

$$D'_\nu(0)=-\frac{2^{(\nu+1)/2}\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(-\frac{\nu}{2}\right)}$$

$$D_\nu(z)\sim e^{-z^2/4}z^\nu\left[1-\frac{\nu(\nu-1)}{2\cdot z^2}+\frac{\nu(\nu-1)(\nu-2)(\nu-3)}{2\cdot 4\cdot z^4}\mp\cdots\right] \qquad (|\arg z|<3\pi/4)$$

$$D_\nu(z)=\frac{1}{\sqrt{2}}\exp\left[\frac{\nu}{2}\ln(-\nu)-\frac{\nu}{2}-z\sqrt{-\nu}\right][1+O(|\nu|^{-1/2})] \qquad [|z|\text{有界},|\nu|\to\infty,|\arg(-\nu)|\leqslant\pi/2]$$

柱 函 数

> 以下约定
>
> $$w=\sqrt{z_1^2+z_2^2-2z_1z_2\cos\theta},\ |z_2e^{\pm i\theta}|<|z_1|$$
>
> $$z_1-z_2\cos\theta=w\cos\alpha,\ z_2\sin\theta=w\sin\alpha$$
>
> 规定 $z_2\to 0$ 时，$w\to z_1$，$\alpha\to 0$.

柱函数的一般性质(general properties of the cylindrical functions)

> $Z_\nu(z)$ 代表柱函数，包括 $J_\nu(z)$，$N_\nu(z)$，$H_\nu^{(1)}$ 和 $H_\nu^{(2)}(z)$，以及它们的线性组合，只要组合系数与 z 及 ν 无关. 它们都是贝塞尔方程的解.

$$z[Z_{\nu-1}(z)+Z_{\nu+1}(z)]=2\nu Z_\nu(z)$$

$$Z_{\nu-1}(z)-Z_{\nu+1}(z)=2\nu Z'_\nu(z)$$

$$Z'_\nu(z)=Z_{\nu-1}(z)-\frac{\nu}{z}Z_\nu(z)$$

$$Z'_\nu(z)=-Z_{\nu+1}(z)+\frac{\nu}{z}Z_\nu(z)$$

$$\left(\frac{1}{z}\frac{d}{dz}\right)^n[z^\nu Z_\nu(z)]=z^{\nu-n}Z_{\nu-n}(z)$$

$$\left(\frac{1}{z}\frac{d}{dz}\right)^n[z^{-\nu}Z_\nu(z)]=(-)^n z^{-\nu-n}Z_{\nu+n}(z)$$

$$Z_\nu^{(n)}(z)=\frac{1}{2^n}\left[Z_{\nu-n}(z)-\binom{n}{1}Z_{\nu-n+2}(z)+\binom{n}{2}Z_{\nu-n+4}(z)-+\cdots+(-)^nZ_{\nu+n}(z)\right]$$

$$Z_\nu(\lambda z)=\lambda^{\pm\nu}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\mp)^n(\lambda^2-1)^n}{n!}\left(\frac{z}{2}\right)^n Z_{\nu\pm n}(z) \qquad |\lambda^2-1|<1$$

$$Z_\nu(z_1\pm z_2)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}Z_{\nu\mp n}(z_1)J_n(z_2) \qquad |z_2|<|z_1|$$

$$e^{\pm i\nu\alpha}Z_\nu(w)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}Z_{\nu+n}(z_1)J_n(z_2)e^{\pm in\theta}$$

$$\frac{Z_\nu(w)}{w^\nu}=2^\nu\Gamma(\nu)\sum_{n=0}^{\infty}(\nu+n)\frac{Z_{\nu+n}(z_2)}{z_1^\nu}\frac{J_{\nu+n}(z_1)}{z_2^\nu}C_n^\nu(\cos\theta) \qquad (\nu\neq 0,-1,-2,\cdots)$$

第一类贝塞尔函数(Bessel function of the first kind)

$$J_\nu(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k}{k!\ \Gamma(\nu+k+1)}\left(\frac{z}{2}\right)^{2k+\nu}$$

$$=\frac{1}{\Gamma(\nu+1)}e^{-iz}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu}F\left(\nu+\frac{1}{2};2\nu+1;2iz\right) \qquad (|z|<\pi)$$

$$=\frac{1}{(2iz)^{1/2}2^{2\nu}i^{\nu}\Gamma(\nu+1)}M_{0,\nu}(2iz) \qquad (|z|<\pi)$$

$$=\frac{2}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu}\int_0^{\pi/2}\cos(z\cos t)\sin^{2\nu}t\,dt \qquad \left(\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(z\sin t-\nu t)dt-\frac{\sin\nu\pi}{\pi}\int_0^{\infty}e^{-z\sinh t-\nu t}dt \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$=\frac{z^{\nu}}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}\exp\left[\frac{1}{2}\left(t-\frac{z^2}{t}\right)\right]t^{-\nu-1}dt \qquad (c>0,|\arg z|<\pi,\mathrm{Re}\nu>-1)$$

$$=\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{(0+)}\exp\left[\frac{z}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)\right]t^{-\nu-1}dt \qquad (|\arg z|<\pi/2,|\arg t|<\pi)$$

（积分路线为从∞点出发，沿负实轴绕原点正向一周，再沿负实轴回到∞点）

$$=\frac{1}{\Gamma(\nu+1)}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu}\prod_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{z^2}{j_{\nu,n}^2}\right)$$

（$\nu\neq-1,-2,\cdots,j_{\nu,n}$是$z^{-\nu}J_{\nu}(z)$在右半平面$\mathrm{Re}z\geqslant0$的零点，按实部大小排列. 若零点为纯虚数，则只考虑虚部为正的零点）

$$J_{\nu}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}-\nu\right)}\left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu}\int_1^{\infty}\frac{\sin xt}{(t^2-1)^{\nu+1/2}}dt \qquad (x>0,|\mathrm{Re}\nu|<1/2)$$

$$J_n(z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{iz\cos t}e^{in(t-\pi/2)}dt=\frac{i^{-n}}{\pi}\int_0^{\pi}e^{iz\cos t}\cos nt\,dt=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(z\sin t-nt)dt$$

$$J_{\nu}(e^{im\pi}z)=e^{im\pi\nu}J_{\nu}(z)$$

$$J_{-n}(z)=(-)^nJ_n(z)$$

$$\exp\left[\frac{z}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)\right]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(z)t^n=J_0(z)+\sum_{n=1}^{\infty}[t^n+(-t)^{-n}]J_n(z)$$

$$\exp(iz\cos\varphi)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}i^nJ_n(z)e^{in\varphi}=J_0(z)+2\sum_{n=1}^{\infty}i^nJ_n(z)\cos n\varphi$$

$$\sqrt{\frac{i}{\pi}}e^{iz\cos2\alpha}\int_{-\infty}^{\sqrt{2z}\cos\alpha}e^{-it^2}dt=\frac{1}{2}J_0(z)+\sum_{n=1}^{\infty}e^{in\pi/4}J_{n/2}(z)\cos n\alpha$$

$$J_0(z)+2\sum_{k=1}^{\infty}J_{2k}(z)=1$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}(-)^kJ_{2k+1}(z)=\frac{\sin z}{2}$$

$$J_0(z)+2\sum_{k=1}^{\infty}(-)^kJ_{2k}(z)=\cos z$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-)^{k+1}(2k)^2J_{2k}(z)=\frac{z\sin z}{2}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}(-)^k(2k+1)^2J_{2k+1}(z)=\frac{z\cos z}{2}$$

$$J_0(z)+2\sum_{k=1}^{\infty}J_{2k}(z)\cos2k\theta=\cos(z\sin\theta)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}J_{2k+1}(z)\sin(2k+1)\theta=\frac{\sin(z\sin\theta)}{2}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}(2k+1)^3J_{2k+1}(z)=\frac{1}{2}(z+z^3)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}(2k)^2J_{2k}(z)=\frac{1}{2}z^2$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}2k(2k+1)(2k+2)J_{2k+1}(z)=\frac{1}{2}z^3$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(2n+2k)(2n+k-1)!}{k!}J_{2n+2k}(2z\sin\theta)=z^{2n}\sin^{2n}\theta$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(n+2k)(n+k-1)!}{k!}J_{n+2k}(z)=\left(\frac{z}{2}\right)^{n}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\nu+2k)\Gamma(\nu+k)}{k!}J_{\nu+2k}(z)=\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu}\qquad(\nu\neq-1,-2,-3,\cdots)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(4k+1)(2k-1)!!}{2^{k}k!}J_{2k+1/2}(z)=\sqrt{\frac{2z}{\pi}}$$

$$\sum_{k=0}^{2n}(-)^{k}J_{k}(z)J_{2n-k}(z)+2\sum_{k=1}^{\infty}J_{k}(z)J_{2n+k}(z)=0\qquad(n\geqslant1)$$

$$J_{-\nu}(z_1+z_2)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-)^{k}J_{-\nu+k}(z_1)J_{k}(z_2)\qquad(|z_2|<|z_1|)$$

$$J_{n}(z_1+z_2)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}J_{k}(z_1)J_{n-k}(z_2)$$

$$J_{n}(2z)=\sum_{k=0}^{n}J_{k}(z)J_{n-k}(z)+2\sum_{k=1}^{\infty}(-)^{k}J_{k}(z)J_{n+k}(z)$$

$$J_{\nu}(\lambda z)=\lambda^{\nu}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^{k}(\lambda^{2}-1)^{k}}{k!}\left(\frac{z}{2}\right)^{k}J_{\nu+k}(z)$$

$$J_{0}(2z\sin\alpha)=J_{0}^{2}(z)+2\sum_{k=1}^{\infty}J_{k}^{2}(z)\cos2k\alpha$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^{k}}{k!}t^{k}\left(1+\frac{t}{2z}\right)^{k}J_{\nu+k}(z)=\left(\frac{z}{z+t}\right)^{\nu}J_{\nu}(z+t)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}J_{2k-1/2}(x^{2})=S(x)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}J_{2k+1/2}(x^{2})=C(x)$$

$$J_{0}(w)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}J_{m}(z_1)J_{m}(z_2)e^{im\theta}=J_{0}(z_1)J_{0}(z_2)+2\sum_{m=1}^{\infty}J_{m}(z_1)J_{m}(z_2)\cos m\theta$$

$$e^{\pm i\nu\alpha}J_{\nu}(w)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}J_{\nu+m}(z_1)J_{m}(z_2)e^{\pm im\theta}$$

$$\frac{J_{n}(w)}{w^{n}}=\sum_{m=n}^{\infty}\varepsilon_{m}\frac{J_{m}(z_1)}{z_1^{n}}\frac{J_{m}(z_2)}{z_2^{n}}\frac{d^{n}\cos m\theta}{(d\cos\theta)^{n}}$$

$$\frac{J_{\nu}(w)}{w^{\nu}}=2^{\nu}\Gamma(\nu)\sum_{m=0}^{\infty}(\nu+m)\frac{J_{\nu+m}(z_1)}{z_1^{\nu}}\frac{J_{\nu+m}(z_2)}{z_2^{\nu}}C_{m}^{\nu}(\cos\theta)\qquad(\nu\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$\frac{J_{-\nu}(w)}{w^{\nu}}=2^{\nu}\Gamma(\nu)\sum_{m=0}^{\infty}(-)^{m}(\nu+m)\frac{J_{\nu+m}(z_1)}{z_1^{\nu}}\frac{J_{-\nu-m}(z_2)}{z_2^{\nu}}C_{m}^{\nu}(\cos\theta)\qquad(\nu\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$e^{\pm iz\cos\alpha}=\Gamma(\nu)\left(\frac{z}{2}\right)^{-\nu}\sum_{m=0}^{\infty}(\nu+m)i^{\pm m}J_{\nu+m}(z)C_{m}^{\nu}(\cos\theta)\qquad(\nu\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$\frac{J_{\nu}(2z\sin\theta)}{(2z\sin\theta)^{\nu}}=2^{\nu}\Gamma(\nu)\sum_{n=0}^{\infty}(\nu+n)\left[\frac{J_{\nu+n}(z)}{z^{\nu}}\right]^{2}C_{n}^{\nu}(\cos2\theta)\qquad(\nu\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$t^{\nu}J_{\nu}(z(t+t^{-1}))=\sum_{n=-\infty}^{\infty}t^{2n}J_{\nu-n}(z)J_{n}(z)\qquad(\text{若 }\nu\neq0,\pm1,\pm2,\cdots\text{则 }|t|<1)$$

$$\left(\frac{z}{2}\right)^{2\nu}\Gamma(2\nu)=\Gamma(\nu)\Gamma(1+\nu)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\nu+n)\Gamma(2\nu+n)}{n!}[J_{\nu+n}(z)]^{2}$$

$$\cos(z\cos\theta)=2^{\nu}\Gamma(\nu)\sum_{n=0}^{\infty}(-)^{n}(\nu+2n)\frac{J_{\nu+2n}(z)}{z^{\nu}}C_{2n}^{\nu}(\cos\theta)$$

$$\sin(z\cos\theta)=2^{\nu}\Gamma(\nu)\sum_{n=0}^{\infty}(-)^{n}(\nu+2n+1)\frac{J_{\nu+2n+1}(z)}{z^{\nu}}C_{2n+1}^{\nu}(\cos\theta)$$

$$(\sin\alpha\sin\beta)^{-\nu+1/2}J_{\nu-1/2}(z\sin\alpha\sin\beta)e^{iz\cos\alpha\cos\beta}=\sqrt{\frac{1}{2\pi z}}[2^{\nu}\Gamma(\nu)]^2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{i^n n!\,(\nu+n)}{\Gamma(2\nu+n)}J_{\nu+n}(z)C_n^{\nu}(\cos\alpha)C_n^{\nu}(\cos\beta)$$

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{\infty}J_k(kz)=\frac{z}{2(1-z)}\\&\sum_{k=1}^{\infty}(-)^kJ_k(kz)=-\frac{z}{2(1+z)}\\&\sum_{k=1}^{\infty}J_{2k}(2kz)=\frac{z^2}{2(1-z^2)}\\&\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}J_{2k}(2kz)=\frac{1}{2}z^2\\&\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}J_{2k-1}((2k-1)z)=\frac{1}{2}z\end{aligned}\right\}\qquad\left[\left|\frac{z\exp\sqrt{1-z^2}}{1+\sqrt{1-z^2}}\right|<1\right]$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J'_k(kx)}{k}=\frac{1}{2}+\frac{x}{4}\qquad(0\leqslant x<1)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-)^{k-1}\frac{J'_k(kx)}{k}=\frac{1}{2}-\frac{x}{4}\qquad(0\leqslant x<1)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}kJ'_k(kx)=\frac{1}{2(1-x)^2}\qquad(0\leqslant x<1)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-)^{k-1}kJ'_k(kx)=\frac{1}{2(1+x)^2}\qquad(0\leqslant x<1)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-)^{k+1}J_0(kx)=\frac{1}{2}\qquad(0<x<\pi)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}J_0((2k-1)x)=\begin{cases}\dfrac{\pi^2}{8}-\dfrac{|x|}{2} & (-\pi<x<2\pi)\\[2ex]\dfrac{\pi^2}{8}+\sqrt{x^2-\pi^2}-\dfrac{x}{2}-\pi\arccos\dfrac{\pi}{x} & (\pi<x<2\pi)\end{cases}$$

$$\int J_\nu(z)dz=2\sum_{n=0}^{\infty}J_{\nu+2n+1}(z)$$

$$\int_0^{\infty}e^{-at}J_\nu(bt)t^\nu dt=\frac{(2b)^\nu}{(a^2+b^2)^{\nu+1/2}\sqrt{\pi}}\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)\qquad\left[\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2},\mathrm{Re}(a\pm ib)>0\right]$$

$$\begin{aligned}\int_0^{\infty}e^{-ax}J_\nu(bx)x^{\mu-1}dx&=\frac{\Gamma(\nu+\mu)}{a^\mu\Gamma(\nu+1)}\left(\frac{b}{2a}\right)^\nu F\left(\frac{\nu+\mu}{2},\frac{\nu+\mu+1}{2};\nu+1;-\frac{b^2}{a^2}\right)\\&=\frac{\Gamma(\nu+\mu)}{a^\mu\Gamma(\nu+1)}\left(\frac{b}{2a}\right)^\nu\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)^{-\mu+1/2}F\left(\frac{\nu-\mu+1}{2},\frac{\nu-\mu}{2}+1;\nu+1;-\frac{b^2}{a^2}\right)\\&=\frac{\Gamma(\nu+\mu)}{(a^2+b^2)^{(\nu+\mu)/2}\Gamma(\nu+1)}\left(\frac{b}{2}\right)^\nu F\left(\frac{\nu+\mu}{2},\frac{\nu-\mu+1}{2};\nu+1;\frac{b^2}{a^2+b^2}\right)\\&\qquad\qquad[\mathrm{Re}(\nu+\mu)>0,\mathrm{Re}(a\pm ib)>0]\\&=\frac{\Gamma(\nu+\mu)}{(a^2+b^2)^{\mu/2}}P_{\mu-1}^{-\nu}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)\qquad[\mathrm{Re}(\nu+\mu)>0,\mathrm{Re}b>|\mathrm{Im}a|]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}J_\nu(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\Bigg\{&\cos\left(z-\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\left[\sum_{m=0}^{M-1}(-)^m\frac{(\nu,2m)}{(2z)^{2m}}+O(|z|^{-2M})\right]\\&-\sin\left(z-\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\left[\sum_{m=0}^{N-1}(-)^m\frac{(\nu,2m+1)}{(2z)^{2m+1}}+O(|z|^{-2N-1})\right]\Bigg\}\qquad(\nu\text{ 固定},z\to\infty,|\arg z|<\pi)\end{aligned}$$

第二类贝塞尔函数(Bessel function of the second kind)

$$N_\nu(z)=\frac{1}{\sin\nu\pi}[J_\nu(z)\cos\nu\pi-J_{-\nu}(z)]\qquad(|\arg z|<\pi)$$

$$=\frac{2}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^\nu\left[\int_0^{\pi/2}\sin(z\sin t)\cos^{2\nu}t\,dt-\int_0^{\infty}e^{-z\sinh t}\cosh^{2\nu}t\,dt\right]\qquad\left(\mathrm{Re}z>0,\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin(z\sin t-\nu t)\mathrm{d}t-\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-z\sinh t}[\mathrm{e}^{\nu t}+\mathrm{e}^{-\nu t}\cos\nu\pi]\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$=-\frac{2}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}-\nu\right)}\left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu}\int_1^{\infty}\frac{\cos xt}{(t^2-1)^{\nu+1/2}}\mathrm{d}t \qquad \left(x>0,|\mathrm{Re}\nu|<\frac{1}{2}\right)$$

$$=-\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\cos\left(x\cosh t-\frac{\nu\pi}{2}\right)\cosh\nu t\,\mathrm{d}t \qquad (x>0,|\mathrm{Re}\nu|<1)$$

$$N_n(z)=\lim_{\nu\to n}N_\nu(z)$$

$$=\frac{2}{\pi}J_n(z)\ln\frac{z}{2}-\frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k}{k!\,(n+k)!}[\psi(n+k+1)+\psi(k+1)]\left(\frac{z}{2}\right)^{2k+n}-\frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(n-k-1)!}{k!}\left(\frac{z}{2}\right)^{2k-n}$$

($|\arg z|<\pi$，$n=0$ 时去掉最后一项有限和)

$$N_{-n}(z)=(-)^nN_n(z)$$

$$N_\nu(w)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\nu\alpha}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}N_{\nu+n}(z_1)J_n(z_2)\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\theta}$$

$$N_{\pm\nu}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left\{\sin\left(z\mp\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\left[\sum_{k=0}^{m-1}\frac{(-)^k}{(2k)!}\frac{\Gamma\left(\nu+2k+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\nu-2k+\frac{1}{2}\right)}(2z)^{-2k}+R_1(z)\right]\right.$$

$$\left.+\cos\left(z\mp\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\left[\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(-)^k}{(2k+1)!}\frac{\Gamma\left(\nu+2k+\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(\nu-2k-\frac{1}{2}\right)}(2z)^{-2k-1}+R_2(z)\right]\right\} \qquad (|z|\to\infty,|\arg z|<\pi)$$

$$|R_1(z)|<\frac{1}{(2m)!}\left|\frac{\Gamma\left(\nu+2m+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\nu-2m+\frac{1}{2}\right)}\right|\cdot|2z|^{-2m}, \qquad \left(m>\frac{\nu}{2}-\frac{1}{4}\right)$$

$$|R_2(z)|<\frac{1}{(2n+1)!}\left|\frac{\Gamma\left(\nu+2n+\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(\nu-2n-\frac{1}{2}\right)}\right|\cdot|2z|^{-(2n+1)}, \qquad \left(n>\frac{\nu}{2}-\frac{3}{4}\right)$$

$$N_\nu(x)\sim-\frac{\Gamma(\nu)}{\pi}\left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \qquad (\nu>0,x\to0)$$

$$N_0(x)\sim-\frac{2}{\pi}\ln\frac{x}{2} \qquad (x\to0)$$

第三类贝塞尔函数(Bessel function of the third kind)

$$H_\nu^{(1)}(z)=J_\nu(z)+\mathrm{i}N_\nu(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(2\nu+1)\pi/4}W_{0,\nu}(2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi/2}z)$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_{-\eta+\mathrm{i}\infty}^{\eta-\mathrm{i}\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{i}[z\cos t+\nu(t-\pi/2)]}\mathrm{d}t \qquad (-\eta<\arg z<\pi-\eta,0\leqslant\eta\leqslant\pi)$$

$$=-\frac{2\mathrm{i}}{\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi\nu/2}\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{i}z\cosh t}\cosh\nu t\,\mathrm{d}t \qquad (0<\arg z<\pi)$$

$$=\frac{1}{\pi\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\nu\pi/2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{i}z\cosh t-\nu t}\mathrm{d}t \qquad (0<\arg z<\pi)$$

$$=-\frac{2\mathrm{i}}{\sqrt{\pi}}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\nu\pi}}{\Gamma(\nu+1/2)}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu}\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{i}z\cosh t}\sinh^{2\nu}t\,\mathrm{d}t \qquad \left(0<\arg z<\pi,\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2}\text{或}\arg z=0,|\mathrm{Re}\nu|<\frac{1}{2}\right)$$

$$=-\frac{\mathrm{i}}{\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\nu\pi/2}\int_0^{\infty}\exp\left[\frac{\mathrm{i}z}{2}\left(t+\frac{1}{t}\right)\right]t^{-\nu-1}\mathrm{d}t \qquad (\arg z=0,|\mathrm{Re}z|<1\text{或}0<\arg z<\pi)$$

$$=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\frac{1}{\Gamma(\nu+1/2)}\exp\left[\mathrm{i}\left(z-\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right]\int_0^{\infty\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta}}\mathrm{e}^{-t}t^{\nu-1/2}\left(1+\frac{\mathrm{i}t}{2z}\right)^{\nu-1/2}\mathrm{d}t$$

$$\left(\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2},\delta-\frac{\pi}{2}<\arg z<\delta+\frac{3\pi}{2},|\delta|<\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=-\frac{2\mathrm{i}}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(-\nu+1/2)}\left(\frac{z}{2}\right)^{-\nu}\int_1^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}zt}}{(t^2-1)^{\nu+1/2}}\mathrm{d}t \qquad \left(\mathrm{Im}z>0,\mathrm{Re}\nu<\frac{1}{2}\text{或}\arg z=0,|\mathrm{Re}\nu|<\frac{1}{2}\right)$$

$$H_\nu^{(2)}(z)=J_\nu(z)-\mathrm{i}N_\nu(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(2\nu+1)\pi/4}W_{0,\nu}(2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi/2}z)$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_{\eta-\mathrm{i}\infty}^{2\pi-\eta+\mathrm{i}\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{i}[z\cos t+\nu(t-\pi/2)]}\mathrm{d}t \qquad (-\eta<\arg z<\pi-\eta,0\leqslant\eta\leqslant\pi)$$

$$=\frac{2\mathrm{i}}{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi\nu/2}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\mathrm{i}z\cosh t}\cosh\nu t\ \mathrm{d}t \qquad (-\pi<\arg z<0)$$

$$=-\frac{1}{\pi\mathrm{i}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\nu\pi/2}\int_{-\infty}^\infty \mathrm{e}^{-\mathrm{i}z\cosh t-\nu t}\mathrm{d}t \qquad (-\pi<\arg z<0)$$

$$=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\frac{1}{\Gamma(\nu+1/2)}\exp\left[-\mathrm{i}\left(z-\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right]\int_0^{\infty\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta}}\mathrm{e}^{-t}t^{\nu-1/2}\left(1-\frac{\mathrm{i}t}{2z}\right)^{\nu-1/2}\mathrm{d}t$$

$$\left(\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2},\delta-\frac{3\pi}{2}<\arg z<\delta+\frac{\pi}{2},|\delta|<\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=\frac{2\mathrm{i}}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(-\nu+1/2)}\left(\frac{z}{2}\right)^{-\nu}\int_1^\infty\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}zt}}{(t^2-1)^{\nu+1/2}}\mathrm{d}t \qquad \left(\mathrm{Im}z>0,\mathrm{Re}\nu<\frac{1}{2}\text{或 }\arg z=0,|\mathrm{Re}\nu|<\frac{1}{2}\right)$$

$$H_{-\nu}^{(1)}(z)=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\nu\pi}H_\nu^{(1)}(z)$$

$$H_{-\nu}^{(2)}(z)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\nu\pi}H_\nu^{(2)}(z)$$

$$\overline{H_\nu^{(2)}(z)}=H_\nu^{(1)}(\bar z)$$

$$\frac{H_\nu^{(1)}(w)}{w^\nu}=2^\nu\Gamma(\nu)\sum_{n=0}^\infty(\nu+n)\frac{H_{\nu+n}^{(1)}(z_1)}{z_1^\nu}\frac{J_{\nu+n}(z_2)}{z_2^\nu}C_n^\nu(\cos\theta) \qquad (\nu\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$\frac{H_\nu^{(2)}(w)}{w^\nu}=2^\nu\Gamma(\nu)\sum_{n=0}^\infty(\nu+n)\frac{H_{\nu+n}^{(2)}(z_1)}{z_1^\nu}\frac{J_{\nu+n}(z_2)}{z_2^\nu}C_n^\nu(\cos\theta) \qquad (\nu\neq0,-1,-2,\cdots)$$

$$H_0^{(1)}(w)=H_0^{(1)}(z_1)J_0(z_2)+2\sum_{n=1}^\infty H_n^{(1)}(z_1)J_n(z_2)\cos n\theta$$

$$H_0^{(2)}(w)=H_0^{(2)}(z_1)J_0(z_2)+2\sum_{n=1}^\infty H_n^{(2)}(z_1)J_n(z_2)\cos n\theta$$

$$H_\nu^{(1)}(w)\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\nu\alpha}=\sum_{n=-\infty}^\infty H_{\nu+n}^{(1)}(z_1)J_n(z_2)\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}n\theta}$$

$$H_\nu^{(2)}(w)\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\nu\alpha}=\sum_{n=-\infty}^\infty H_{\nu+n}^{(2)}(z_1)J_n(z_2)\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}n\theta}$$

$$H_0^{(1)}(z)\sim-\frac{2\mathrm{i}}{\pi}\ln\frac{2}{z} \qquad H_\nu^{(1)}(z)\sim-\frac{\mathrm{i}\Gamma(\nu)}{\pi}\left(\frac{z}{2}\right)^{-\nu}$$

$$H_0^{(2)}(z)\sim\frac{2\mathrm{i}}{\pi}\ln\frac{2}{z} \qquad H_\nu^{(2)}(z)\sim\frac{\mathrm{i}\Gamma(\nu)}{\pi}\left(\frac{z}{2}\right)^{-\nu} \qquad (z\to0)$$

$$H_\nu^{(1)}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\exp\left[\mathrm{i}\left(z-\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right]\left[\sum_{m=0}^n\frac{(-)^m}{m!}\frac{\Gamma\left(\nu+m+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\nu-m+\frac{1}{2}\right)}(2\mathrm{i}z)^{-m}+O(|z|^{-n-1})\right]$$

$$(|z|\to\infty,-\pi<\arg z<2\pi)$$

$$H_\nu^{(2)}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\exp\left[-\mathrm{i}\left(z-\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right]\left[\sum_{m=0}^n\frac{1}{m!}\frac{\Gamma\left(\nu+m+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\nu-m+\frac{1}{2}\right)}(2\mathrm{i}z)^{-m}+O(|z|^{-n-1})\right]$$

$$(|z|\to\infty,-2\pi<\arg z<\pi)$$

$$H_\nu^{(1)}(x)\sim\sqrt{\frac{2\cot\beta}{\pi\nu}}\exp\left\{\mathrm{i}\left[\nu(\tan\beta-\beta)-\frac{\pi}{4}\right]\right\}\times\left[1-\frac{\mathrm{i}}{\nu}\left(\frac{1}{8}\cot\beta+\frac{5}{24}\cot^3\beta\right)\right.$$
$$\left.-\frac{1}{\nu^2}\left(\frac{9}{128}\cot^2\beta+\frac{231}{576}\cot^4\beta+\frac{1155}{3456}\cot^6\beta+\cdots\right)\right]$$

$(x,\nu>0,\nu=x\cos\beta\to\infty$，当$|x-\nu|$与$x^{1/3}$可比时不成立$)$

$$H_\nu^{(2)}(x)\sim\sqrt{\frac{2\cot\beta}{\pi\nu}}\exp\left\{-\mathrm{i}\left[\nu(\tan\beta-\beta)-\frac{\pi}{4}\right]\right\}\times\left[1+\frac{\mathrm{i}}{\nu}\left(\frac{1}{8}\cot\beta+\frac{5}{24}\cot^3\beta\right)\right.$$

$$-\frac{1}{\nu^2}\left(\frac{9}{128}\cot^2\beta+\frac{231}{576}\cot^4\beta+\frac{1155}{3456}\cot^6\beta+\cdots\right)\Bigg]$$

$(x,\nu>0,\nu=x\cos\beta\to\infty$，当$|x-\nu|$与$x^{1/3}$可比时不成立$)$

$$H_\nu^{(1)}(x)=\frac{w}{\sqrt{3}}\exp\left\{\mathrm{i}\left[\frac{\pi}{6}+\nu\left(w-\frac{w^3}{3}-\arctan w\right)\right]\right\}H_{1/3}^{(1)}\left(\frac{\nu w^3}{3}\right)+O(|\nu|^{-1})$$

$$\left(x,\nu>0,w=\left[\left(\frac{x}{\nu}\right)^2-1\right]^{1/2},|x-\nu|\to 0\text{ 或}\infty\right)$$

$$H_\nu^{(2)}(x)=\frac{w}{\sqrt{3}}\exp\left\{-\mathrm{i}\left[\frac{\pi}{6}+\nu\left(w-\frac{w^3}{3}-\arctan w\right)\right]\right\}H_{1/3}^{(2)}\left(\frac{\nu w^3}{3}\right)+O(|\nu|^{-1})$$

$$\left(x,\nu>0,w=\left[\left(\frac{x}{\nu}\right)^2-1\right]^{1/2},|x-\nu|\to 0\text{ 或}\infty\right)$$

半奇数阶贝塞尔函数(Bessel functions of order of half odd integers)

$$J_{n+1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left[\sin\left(z-\frac{n\pi}{2}\right)\sum_{m=0}^{[n/2]}(-)^m\left(n+\frac{1}{2},2m\right)(2z)^{-2m}\right.$$
$$\left.+\cos\left(z-\frac{n\pi}{2}\right)\sum_{m=0}^{[(n-1)/2]}(-)^m\left(n+\frac{1}{2},2m+1\right)(2z)^{-2m-1}\right]$$

$$N_{n+1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left[\sin\left(z-\frac{n\pi}{2}\right)\sum_{m=0}^{[(n-1)/2]}(-)^m\left(n+\frac{1}{2},2m+1\right)(2z)^{-2m-1}\right.$$
$$\left.-\cos\left(z-\frac{n\pi}{2}\right)\sum_{m=0}^{[n/2]}(-)^m\left(n+\frac{1}{2},2m\right)(2z)^{-2m}\right]$$

$$H_{n+1/2}^{(1)}(z)=(-\mathrm{i})^{n+1}\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}z}\sum_{m=0}^{n}\mathrm{i}^m\left(n+\frac{1}{2},m\right)(2z)^{-m}$$

$$H_{n+1/2}^{(2)}(z)=\mathrm{i}^{n+1}\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z}\sum_{m=0}^{n}(-\mathrm{i})^m\left(n+\frac{1}{2},m\right)(2z)^{-m}$$

$$J_{-n-1/2}(z)=(-)^{n+1}N_{n+1/2}(z)\qquad N_{-n-1/2}(z)=(-)^nJ_{n+1/2}(z)$$

$$H_{-n-1/2}^{(1)}(z)=(-)^n\mathrm{i}H_{n+1/2}^{(1)}(z)\qquad H_{-n-1/2}^{(2)}(z)=(-)^{n+1}\mathrm{i}H_{n+1/2}^{(2)}(z)$$

$$J_{n+1/2}(z)=(-)^n\sqrt{\frac{2}{\pi z}}z^{n+1}\left(\frac{1}{z}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right)^n\frac{\sin z}{z}$$

$$N_{n+1/2}(z)=(-)^{n+1}\sqrt{\frac{2}{\pi z}}z^{n+1}\left(\frac{1}{z}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right)^n\frac{\cos z}{z}$$

$$H_{n+1/2}^{(1)}(z)=(-)^{n+1}\mathrm{i}\sqrt{\frac{2}{\pi z}}z^{n+1}\left(\frac{1}{z}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right)^n\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}z}}{z}$$

$$H_{n+1/2}^{(2)}(z)=(-)^n\mathrm{i}\sqrt{\frac{2}{\pi z}}z^{n+1}\left(\frac{1}{z}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right)^n\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z}}{z}$$

$$[J_{n+1/2}(z)]^2+[J_{-n-1/2}(z)]^2=\frac{2}{\pi z}\sum_{m=0}^{n}\frac{(2n-m)!\ (2n-2m)!}{[(n-m)!]^2m!}(2z)^{2m-2n}$$

$$J_{1/2}(z)=N_{-1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\sin z$$

$$N_{1/2}(z)=-J_{-1/2}(z)=-\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\cos z$$

$$H_{1/2}^{(1)}(z)=-\mathrm{i}H_{-1/2}^{(1)}(z)=-\mathrm{i}\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}z}$$

$$H_{1/2}^{(2)}(z)=\mathrm{i}H_{-1/2}^{(2)}(z)=\mathrm{i}\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z}$$

$$J_0(z\sin\alpha)=\sqrt{\frac{2\pi}{z}}\sum_{k=0}^{\infty}\left(2k+\frac{1}{2}\right)\frac{(2k-1)!!}{2^kk!}J_{2k+1/2}(z)P_{2k}(\cos\alpha)$$

$$\frac{e^{iw}}{w}=\frac{i\pi}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\frac{H_{n+1/2}^{(1)}(z_1)}{\sqrt{z_1}}\frac{J_{n+1/2}(z_2)}{\sqrt{z_2}}P_n(\cos\alpha)$$

$$\frac{e^{-iw}}{w}=-\frac{i\pi}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\frac{H_{n+1/2}^{(2)}(z_1)}{\sqrt{z_1}}\frac{J_{n+1/2}(z_2)}{\sqrt{z_2}}P_n(\cos\alpha)$$

$$e^{iz\cos\theta}=\sqrt{\frac{\pi}{2z}}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)i^nJ_{n+1/2}(z)P_n(\cos\theta) \qquad (0\leqslant\theta\leqslant\pi)$$

$$\sqrt{\frac{i}{\pi}}e^{iz\cos2v}\int_{-\infty}^{\sqrt{2z}\cos v}e^{-it^2}dt=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n e^{in\pi/4}J_{n/2}(z)\cos nv$$

$$\frac{1}{z}\sin\sqrt{z^2+2zt}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{n!}\sqrt{\frac{\pi z}{2}}J_{-n+1/2}(z) \qquad \left(\sqrt{z^2+2zt}\,|_{t=0}=z,2|t|<|z|\right)$$

$$\frac{1}{z}\cos\sqrt{z^2-2zt}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{n!}\sqrt{\frac{\pi z}{2}}J_{n-1/2}(z) \qquad \left(\sqrt{z^2-2zt}\,|_{t=0}=z,2|t|<|z|\right)$$

变形贝塞尔函数(modified Bessel function)

$$I_\nu(z)=e^{-i\nu\pi/2}J_\nu(ze^{i\pi/2})=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!\ \Gamma(\nu+n+1)}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu+2n}$$

$$=\frac{1}{\Gamma(1+\nu)}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu}e^{-z}F\left(\frac{1}{2}+\nu;1+2\nu;2z\right)$$

$$=\frac{2^{-2\nu}}{\Gamma(1+\nu)\sqrt{2z}}M_{0,\nu}(2z)$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{\nu-1/2}e^{-zt}dt \qquad \left(\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}e^{z\cos\theta}\cos\nu\theta d\theta-\frac{\sin\nu\pi}{\pi}\int_0^{\infty}e^{-z\cosh t-\nu t}dt \qquad \left(|\arg z|\leqslant\frac{\pi}{2},\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2}\right)$$

$$K_\nu(z)=\frac{\pi}{2}\frac{I_{-\nu}(z)-I_\nu(z)}{\sin\nu\pi}$$

$$=\frac{\pi e^{-z}}{2\sin\nu\pi}\left[\frac{1}{\Gamma(1-\nu)}\left(\frac{z}{2}\right)^{-\nu/2}F\left(\frac{1}{2}-\nu;1-2\nu;2z\right)-\frac{1}{\Gamma(1+\nu)}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu/2}F\left(\frac{1}{2}+\nu;1+2\nu;2z\right)\right]$$

$$=\left(\frac{\pi}{2z}\right)^{1/2}W_{0,\nu}(2z)$$

$$=\frac{i\pi}{2}e^{i\nu\pi/2}H_\nu^{(1)}(ze^{i\pi/2})=-\frac{i\pi}{2}e^{-i\nu\pi/2}H_\nu^{(2)}(ze^{-i\pi/2})$$

$$=\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu}\int_1^{\infty}e^{-zt}(t^2-1)^{\nu-1/2}dt \qquad \left(|\arg z|<\frac{\pi}{2},\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2}\text{或 }\mathrm{Re}z=0,\nu=0\right)$$

$$=\int_0^{\infty}e^{-z\cosh t}\cosh\nu t\ dt \qquad \left(|\arg z|<\frac{\pi}{2}\text{或 }\mathrm{Re}z=0,\nu=0\right)$$

$$=\frac{(2z)^{\nu}}{\sqrt{\pi}}\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)\int_0^{\infty}(t^2+z^2)^{-\nu-1/2}\cos t\ dt \qquad \left(|\arg z|<\frac{\pi}{2},\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2}\right)$$

$$\int_0^{\infty}\cos(t^3\pm xt)dt=\frac{\sqrt{x}}{3}K_{1/3}\left(\frac{2x\sqrt{x}}{3\sqrt{3}}\right) \qquad (x>0)$$

$$\frac{1}{2p^2}\exp\left[-\frac{\alpha^2+\beta^2}{4p^2}\right]I_\nu\left(\frac{\alpha\beta}{2p^2}\right)=\int_0^{\infty}e^{-p^2t^2}J_\nu(\alpha t)J_\nu(\beta t)t\ dt \qquad \left(\mathrm{Re}\nu>-1,|\arg p|<\frac{\pi}{4}\right)$$

$$J_\mu(z)N_\nu(z)-J_\nu(z)N_\mu(z)=\frac{4\sin(\mu-\nu)\pi}{\pi^2}\int_0^{\infty}K_{\nu-\mu}(2z\sinh t)e^{-(\mu+\nu)t}dt \qquad (\mathrm{Re}z>0,|\mathrm{Re}(\mu-\nu)|<1)$$

$$J_\nu(z)\frac{\partial N_\nu(z)}{\partial\nu}-N_\nu(z)\frac{\partial J_\nu(z)}{\partial\nu}=-\frac{4}{\pi}\int_0^{\infty}K_0(2z\sinh t)e^{-2\nu t}dt \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$J_\mu(z)J_\nu(z)+N_\mu(z)N_\nu(z)=\begin{cases}\frac{4}{\pi^2}\int_0^{\infty}K_{\nu-\mu}(2z\sinh t)[e^{(\mu+\nu)t}+e^{-(\mu+\nu)t}\cos(\mu-\nu)\pi]dt & (\mathrm{Re}z>0,|\mathrm{Re}(\nu-\mu)|<1)\\ \frac{4}{\pi^2}\int_0^{\infty}K_{\mu+\nu}(2z\sinh t)[e^{(\mu-\nu)t}\cos\pi\nu+e^{-(\mu-\nu)t}\cos\pi\mu]dt & (\mathrm{Re}z>0,|\mathrm{Re}(\nu+\mu)|<1)\end{cases}$$

$z[I_{\nu-1}(z)-I_{\nu+1}(z)]=2\nu I_\nu(z)$ $\qquad$ $I_{\nu-1}(z)+I_{\nu+1}(z)=2I'_\nu(z)$

$z[K_{\nu-1}(z)-K_{\nu+1}(z)]=-2\nu K_\nu(z)$ $\qquad$ $K_{\nu-1}(z)+K_{\nu+1}(z)=-2K'_\nu(z)$

$$\left(\frac{\mathrm{d}}{z\,\mathrm{d}z}\right)^m[z^{\pm\nu}I_\nu(z)]=z^{\pm\nu-m}I_{\nu\mp m}(z)$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}}{z\,\mathrm{d}z}\right)^m[z^{\pm\nu}K_\nu(z)]=(-)^m z^{\pm\nu-m}K_{\nu\mp m}(z)$$

$$I_\nu(z)I_{-\nu+1}(z)-I_{-\nu}(z)I_{\nu-1}(z)=I_\nu(z)I'_{-\nu}(z)-I'_\nu(z)I_{-\nu}(z)=-\frac{2\sin\nu\pi}{\pi z}$$

$$I_\nu(z)K_{\nu+1}(z)+I_{\nu+1}(z)K_\nu(z)=I'_\nu(z)K_\nu(z)-I_\nu(z)K'_\nu(z)=\frac{1}{z}$$

$$\mathrm{e}^{z\cos2\alpha}\mathrm{erfc}(\sqrt{2z}\cos\alpha)=I_0(z)+\sum_{n=1}^{\infty}(-)^n I_{n/2}(z)\cos n\alpha$$

$$\frac{I_\nu(w)}{w^\nu}=2^\nu\Gamma(\nu)\sum_{n=0}^{\infty}(-)^n(\nu+n)\frac{I_{\nu+n}(z_1)}{z_1^\nu}\frac{I_{\nu+n}(z_2)}{z_2^\nu}C_n^\nu(\cos\theta)$$

$$\frac{I_{-\nu}(w)}{w^\nu}=2^\nu\Gamma(\nu)\sum_{n=0}^{\infty}(-)^n(\nu+n)\frac{I_{\nu+n}(z_1)}{z_1^\nu}\frac{I_{-\nu-n}(z_2)}{z_2^\nu}C_n^\nu(\cos\theta)$$

$$\frac{K_\nu(w)}{w^\nu}=2^\nu\Gamma(\nu)\sum_{n=0}^{\infty}(\nu+n)\frac{K_{\nu+n}(z_1)}{z_1^\nu}\frac{I_{\nu+n}(z_2)}{z_2^\nu}C_n^\nu(\cos\theta)$$

$$I_\nu(w)\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\nu\alpha}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-)^n I_{\nu+n}(z_1)I_n(z_2)\mathrm{e}^{+\mathrm{i}n\theta}$$

$$K_\nu(w)\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\nu\alpha}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-)^n K_{\nu+n}(z_1)I_n(z_2)\mathrm{e}^{+\mathrm{i}n\theta}$$

$$t^\nu I_\nu(z(t^{-1}-t))=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-)^n t^{2n}J_{\nu-n}(z)J_n(z)$$ （若 $\nu\neq0,\pm1,\pm2,\cdots$ 则 $|t|<1$）

$$I_\nu(z)\sim\frac{1}{\sqrt{2\pi z}}\left[\mathrm{e}^z\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k}{k!}\frac{\Gamma\left(\nu+k+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\nu-k+\frac{1}{2}\right)}(2z)^{-k}+\mathrm{e}^{-z\pm(\nu+1/2)\pi\mathrm{i}}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Gamma\left(\nu+k+\frac{1}{2}\right)}{k!\;\Gamma\left(\nu-k+\frac{1}{2}\right)}(2z)^{-k}\right]$$

（$|z|\to\infty$；$-\pi/2<\arg z<3\pi/2$ 时取正号，$-3\pi/2<\arg z<\pi/2$ 时取负号）

$$I_\nu(x)\sim\frac{1}{2^\nu\Gamma(1+\nu)}x^\nu$$ （$\nu>0,x\to0$）

$$K_\nu(z)=\sqrt{\frac{\pi}{2z}}\mathrm{e}^{-z}\left[\sum_{k=0}^{n-1}\frac{\Gamma\left(\nu+k+\frac{1}{2}\right)}{k!\;\Gamma\left(\nu-k+\frac{1}{2}\right)}(2z)^{-k}+O(|z|^{-n})\right]$$ （$|\arg z|<3\pi/2$）

$$K_0(x)\sim\ln\frac{2}{x}$$ （$x\to0$）

$$K_\nu(x)\sim2^{\nu-1}\Gamma(\nu)x^{-\nu}$$ （$\nu>0,x\to0$）

半奇数阶变形贝塞尔函数(modified Bessel functions of order of half odd integers)

$$K_{n+1/2}(z)=\sqrt{\frac{\pi}{2z}}\mathrm{e}^{-z}\sum_{m=0}^{n}\left(n+\frac{1}{2},m\right)(2z)^{-m}$$

$$I_{-n-1/2}(z)=(-)^n\frac{2}{\pi}K_{n+1/2}(z)+I_{n+1/2}(z)$$

$$I_{n+1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}z^{n+1}\left(\frac{1}{z}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right)^n\frac{\sinh z}{z}$$

$$K_{n+1/2}(z)=(-)^n\sqrt{\frac{\pi}{2z}}z^{n+1}\left(\frac{1}{z}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right)^n\frac{\mathrm{e}^{-z}}{z}$$

$$I_{1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\sinh z$$

$$I_{-1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\cosh z$$

$$K_{1/2}(z)=K_{-1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\mathrm{e}^{-z}$$

$$\frac{\mathrm{e}^{-w}}{w}=\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\frac{K_{n+1/2}(z_1)}{\sqrt{z_1}}\frac{I_{n+1/2}(z_2)}{\sqrt{z_2}}P_n(\cos\alpha)$$

$$\mathrm{e}^{z\cos 2\alpha}\mathrm{erf}(\sqrt{2z}\cos\alpha)=2\sum_{n=0}^{\infty}I_{n+1/2}(z)\cos(2n+1)\alpha$$

$$\frac{1}{z}\sinh\sqrt{z^2-2\mathrm{i}zt}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\mathrm{i}t)^n}{n!}\sqrt{\frac{\pi z}{2}}I_{-n+1/2}(z) \qquad \left(\sqrt{z^2-2\mathrm{i}zt}\,|_{t=0}=z,2|t|<|z|\right)$$

$$\frac{1}{z}\cosh\sqrt{z^2+2\mathrm{i}zt}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\mathrm{i}t)^n}{n!}\sqrt{\frac{\pi z}{2}}I_{n-1/2}(z) \qquad \left(\sqrt{z^2+2\mathrm{i}zt}\,|_{t=0}=z,2|t|<|z|\right)$$

安格尔函数和韦伯函数$E_\nu(z)$(Anger function and Weber function $\mathbb{E}_\nu(z)$)

$$J_\nu(z)\pm\mathrm{i}E_\nu(z)=\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}(\nu\theta-z\sin\theta)}\mathrm{d}\theta$$

$$J_\nu(z)=\frac{1}{\pi}\int_0^\pi\cos(\nu\theta-z\sin\theta)\mathrm{d}\theta$$

$$=J_\nu(z)+\frac{\sin\pi\nu}{\pi}\int_0^\pi \mathrm{e}^{-z\sinh t-\nu t}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$=\cos\frac{\pi\nu}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-)^m}{\Gamma\left(m+1+\frac{\nu}{2}\right)\Gamma\left(m+1-\frac{\nu}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^{2m}+\sin\frac{\pi\nu}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-)^m}{\Gamma\left(m+\frac{3+\nu}{2}\right)\Gamma\left(m+\frac{3-\nu}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^{2m+1}$$

$$\mathbb{E}_\nu(z)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\sin(\nu\theta-z\sin\theta)\mathrm{d}\theta$$

$$=-N_\nu(z)-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty(\mathrm{e}^{\nu t}+\mathrm{e}^{-\nu t}\cos\pi\nu)\mathrm{e}^{-z\sinh t}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$=\sin\frac{\pi\nu}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-)^m}{\Gamma\left(m+1+\frac{\nu}{2}\right)\Gamma\left(m+1-\frac{\nu}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^{2m}-\cos\frac{\pi\nu}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-)^m}{\Gamma\left(m+\frac{3+\nu}{2}\right)\Gamma\left(m+\frac{3-\nu}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^{2m+1}$$

$$J_n(z)=J_n(z)$$

$$J_{-1/2}(z)=\mathbb{E}_{1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\{[C(z)+S(z)]\cos z-[C(z)-S(z)]\sin z\}$$

$$J_{1/2}(z)=-\mathbb{E}_{-1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\{[C(z)-S(z)]\cos z+[C(z)+S(z)]\sin z\}$$

$$\int_0^{\pi/2}\cos(z\cos\theta)\cos\nu\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\pi}{4\cos(\pi\nu/2)}[J_\nu(z)+J_{-\nu}(z)]=\frac{\pi}{4\sin(\pi\nu/2)}[\mathbb{E}_\nu(z)-\mathbb{E}_{-\nu}(z)]$$

$$\int_0^{\pi/2}\sin(z\cos\theta)\cos\nu\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\pi}{4\sin(\pi\nu/2)}[J_\nu(z)-J_{-\nu}(z)]=-\frac{\pi}{4\cos(\pi\nu/2)}[\mathbb{E}_\nu(z)+\mathbb{E}_{-\nu}(z)]$$

$$J_\nu(z)\sin\pi\nu=\mathbb{E}_\nu(z)\cos\pi\nu-\mathbb{E}_{-\nu}(z)$$

$$\mathbb{E}_\nu(z)\sin\pi\nu=J_{-\nu}(z)-J_\nu(z)\cos\pi\nu$$

$$J_{\nu-1}(z)+J_{\nu+1}(z)=\frac{2\nu}{z}J_\nu(z)-\frac{2}{\pi z}\sin\pi\nu$$

$$\mathbb{E}_{\nu-1}(z)+\mathbb{E}_{\nu+1}(z)=\frac{2\nu}{z}\mathbb{E}_\nu(z)-\frac{2}{\pi z}(1-\cos\pi\nu)$$

$$J_{\nu-1}(z)-J_{\nu+1}(z)=2J'_\nu(z)$$

$$\mathbb{E}_{\nu-1}(z)-\mathbb{E}_{\nu+1}(z)=2\mathbb{E}'_\nu(z)$$

$$J_\nu(z)=J_\nu(z)+\frac{\sin\pi\nu}{\pi z}\left[\sum_{m=0}^{M-1}(-)^m\left(\frac{1+\nu}{2}\right)_m\left(\frac{1-\nu}{2}\right)_m\left(\frac{z}{2}\right)^{-2m}+O(z^{-2M})\right.$$

$$\left.+\frac{\nu}{2}\sum_{m=0}^{N-1}(-)^m\left(1+\frac{\nu}{2}\right)_m\left(1-\frac{\nu}{2}\right)_m\left(\frac{z}{2}\right)^{-2m-1}+O(z^{-2N-1})\right] \qquad (|\arg z|<\pi)$$

$$\mathbb{E}_\nu(z)=-N_\nu(z)-\frac{1+\cos\pi\nu}{\pi z}\left[\sum_{m=0}^{M-1}(-)^m\left(\frac{1+\nu}{2}\right)_m\left(\frac{1-\nu}{2}\right)_m\left(\frac{z}{2}\right)^{-2m}+O(z^{-2M})\right]$$

$$-\frac{\nu}{2}\frac{1-\cos\pi\nu}{\pi z}\left[\sum_{m=0}^{N-1}(-)^m\left(1+\frac{\nu}{2}\right)_m\left(1-\frac{\nu}{2}\right)_m\left(\frac{z}{2}\right)^{-2m-1}+O(z^{-2N-1})\right] \qquad (|\arg z|<\pi)$$

艾里函数(Airy function)

$$\mathrm{Ai}(z)=\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{z}{3}}K_{1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)$$

$$\mathrm{Bi}(z)=\sqrt{\frac{z}{3}}\left[I_{-1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)+I_{1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)\right]$$

$$\mathrm{Ai}(-z)=\frac{\sqrt{z}}{3}\left[J_{-1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)+J_{1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)\right]$$

$$\mathrm{Bi}(-z)=\sqrt{\frac{z}{3}}\left[J_{-1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)-J_{1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)\right]$$

$$\int_0^\infty\cos(a^3t^3\pm xt)\mathrm{d}t=\frac{\pi}{\sqrt[3]{3}\,a}\mathrm{Ai}\left(\pm\frac{x}{\sqrt[3]{3}\,a}\right)=\frac{1}{3a}\sqrt{\frac{x}{a}}K_{1/3}\left(\frac{2x}{3a}\sqrt{\frac{x}{3a}}\right) \qquad (a>0,x>0)$$

$$\int_0^\infty\left[\mathrm{e}^{-a^3t^3\pm zt}+\sin(a^3t^3\pm zt)\right]\mathrm{d}t=\frac{\pi}{\sqrt[3]{3}\,a}\mathrm{Bi}\left(\pm\frac{z}{\sqrt[3]{3}\,a}\right) \qquad (a>0)$$

$$\int_0^\infty\sin(a^3t^3-xt)\mathrm{d}t=\frac{\pi}{9a}\sqrt{\frac{x}{a}}\left[I_{1/3}\left(\frac{2x}{3a}\sqrt{\frac{x}{3a}}\right)+I_{-1/3}\left(\frac{2x}{3a}\sqrt{\frac{x}{3a}}\right)+2\mathrm{i}\mathbb{J}_{1/3}\left(\frac{2\mathrm{i}x}{3a}\sqrt{\frac{x}{3a}}\right)-2\mathrm{i}\mathbb{J}_{-1/3}\left(\frac{2\mathrm{i}x}{3a}\sqrt{\frac{x}{3a}}\right)\right]$$

$$(a,x>0)$$

$$\int_0^\infty\sin(a^3t^3+xt)\mathrm{d}t=\frac{\pi}{9a}\sqrt{\frac{x}{a}}\left[J_{-1/3}\left(\frac{2x}{3a}\sqrt{\frac{x}{3a}}\right)-J_{1/3}\left(\frac{2x}{3a}\sqrt{\frac{x}{3a}}\right)-2\mathbb{J}_{1/3}\left(\frac{2x}{3a}\sqrt{\frac{x}{3a}}\right)+2\mathbb{J}_{-1/3}\left(\frac{2x}{3a}\sqrt{\frac{x}{3a}}\right)\right]$$

$$(a,x>0)$$

斯图鲁弗函数(Struve function)

$$\begin{aligned}\mathbb{H}_\nu(z)&=\sum_{n=0}^\infty\frac{(-)^n}{\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(\nu+n+\frac{3}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^{2n+\nu+1}\\&=\frac{2}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^\nu\int_0^1(1-t^2)^{\nu-1/2}\sin zt\mathrm{d}t && \left(\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2}\right)\\&=\frac{2}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^\nu\int_0^{\pi/2}\sin(z\cos t)\sin^{2\nu}t\mathrm{d}t && \left(\mathrm{Re}\nu>-\frac{1}{2}\right)\\&=N_\nu(z)+\frac{2}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^\nu\int_0^\infty(1+t^2)^{\nu-1/2}\mathrm{e}^{-zt}\mathrm{d}t && (\mathrm{Re}z>0)\\&=\sqrt{\frac{2z}{\pi}}\int_0^{\pi/2}J_{\nu+1/2}(z\sin t)\sin^{-\nu+1/2}t\mathrm{d}t\end{aligned}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}[z^\nu\mathbb{H}_\nu(z)]=z^\nu\mathbb{H}_{\nu-1}(z)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}[z^{-\nu}\mathbb{H}_\nu(z)]=\frac{1}{2^\nu\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{3}{2}\right)}-z^\nu\mathbb{H}_{\nu+1}(z)$$

$$\mathbb{H}_{\nu-1}(z)+\mathbb{H}_{\nu+1}(z)=\frac{2\nu}{z}\mathbb{H}_\nu(z)+\frac{1}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{3}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^\nu$$

$$\mathbb{H}_{\nu-1}(z)-\mathbb{H}_{\nu+1}(z)=2\nu\mathbb{H}'_\nu(z)-\frac{1}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{3}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^\nu$$

$$\mathbb{H}_\nu(z\mathrm{e}^{\mathrm{i}m\pi})=\mathrm{e}^{\mathrm{i}m\pi(\nu+1)}\mathbb{H}_\nu(z)$$

$$\mathbb{H}_{n+1/2}(z)=N_{n+1/2}(z)+\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left(\frac{z}{2}\right)^n\sum_{m=0}^n\frac{(2m)!}{m!\,(n-m)!}z^{-2m}$$

$$\mathbb{H}_{-n-1/2}(z)=(-)^n J_{n+1/2}(z)$$

$$\mathbb{H}_{1/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}(1-\cos z) \qquad \mathbb{H}_{3/2}(z)=\sqrt{\frac{z}{2\pi}}\left(1+\frac{2}{z^2}\right)-\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left(\sin z+\frac{\cos z}{z}\right)$$

$$\mathbb{H}_0(z)=-\mathbb{E}_0(z)$$

$$\mathbb{H}_n(z)=\frac{4}{\pi}\sum_{m=0}^{\left[\frac{n-1}{2}\right]}\frac{(2m)!\ (n-m)!}{m!\ (2n-2m)!}(2z)^{n-2m-1}-\mathbb{E}_n(z)$$

$$\mathbb{H}_{-n}(z)=\frac{4}{\pi}\sum_{m=0}^{\left[\frac{n-1}{2}\right]}\frac{(2n-2m-2)!\ (m+1)!}{(n-m-1)!\ (2m+2)!}(2z)^{2m-n+1}-\mathbb{E}_{-n}(z)$$

$$\mathbb{H}_\nu(z)=N_\nu(z)+\frac{1}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(z+\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu-1}\left[\sum_{m=0}^{k-1}(-)^m\frac{(2m)!}{m!}\left(\frac{1}{2}-\nu\right)_m z^{-2m}+O(z^{-2k})\right] \qquad (|\arg z|<\pi)$$

洛默尔函数(Lommel function)

$$s_{\mu,\nu}(z)=\frac{1}{4}z^{\mu+1}\sum_{n=0}^{\infty}(-)^n\frac{\Gamma\left(\frac{\mu-\nu+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\mu+\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\mu-\nu+3}{2}+n\right)\Gamma\left(\frac{\mu+\nu+3}{2}+n\right)}\left(\frac{z}{2}\right)^{2n}, \qquad (\mu\pm\nu\neq-1,-2,-3,\cdots)$$

$$=\frac{2^{\mu+3/2}}{\sqrt{\pi}}\Gamma\left(\frac{\mu+\nu+3}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\mu-\nu+3}{2}\right)\frac{z^{\mu+1}}{(\mu-\nu+1)(\mu+\nu+1)}\int_0^1(1-t^2)^{(2\mu+1)/4}P_{\nu-1/2}^{-\mu-1/2}(t)\cos zt\,\mathrm{d}t$$

$$=\frac{2^{\mu+3/2}}{\sqrt{\pi}}\Gamma\left(\frac{\mu+\nu+3}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\mu-\nu+3}{2}\right)\frac{z^{\mu}}{(\mu+\nu+1)(\mu-\nu+1)}\int_0^1(1-t^2)^{(2\mu-1)/4}P_{\nu-1/2}^{-\mu+1/2}(t)\sin zt\,\mathrm{d}t$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[N_\nu(z)\int_0^z z^\mu J_\nu(z)\mathrm{d}z-J_\nu(z)\int_0^z z^\mu N_\nu(z)\,\mathrm{d}z\right]$$

$$=2^\mu\Gamma\left(\frac{\mu-\nu+1}{2}\right)\left(\frac{z}{2}\right)^{(\mu+\nu+1)/2}\int_0^{\pi/2}J_{(\mu-\nu+1)/2}(z\sin\theta)\sin^{(\nu-\mu+1)/2}\theta\cos^{\mu+\nu}\theta\,\mathrm{d}\theta \qquad [\mathrm{Re}(\mu+\nu+1)>0]$$

$$s_{\mu,\nu}(az)=2^{(\mu-\nu+1)/2}\Gamma\left(\frac{\mu-\nu+1}{2}\right)a^{-\nu}z^{(\mu+\nu+1)/2}\int_0^a t^{(\nu-\mu+1)/2}(a^2-t^2)^{(\nu+\mu-1)/2}J_{(\mu-\nu+1)/2}(zt)\mathrm{d}t \qquad [\mathrm{Re}(\nu+\mu)>-1]$$

$$S_{\mu,\nu}(z)=s_{\mu,\nu}(z)+\frac{2^{\mu-1}}{\sin\pi\nu}\Gamma\left(\frac{\mu-\nu+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\mu+\nu+1}{2}\right)\left[J_{-\nu}(z)\cos\frac{\mu-\nu}{2}\pi-J_\nu(z)\cos\frac{\mu+\nu}{2}\pi\right]$$

$$=s_{\mu,\nu}(z)+2^{\mu-1}\Gamma\left(\frac{\mu-\nu+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\mu+\nu+1}{2}\right)\left[J_\nu(z)\sin\frac{\mu-\nu}{2}\pi-N_\nu(z)\cos\frac{\mu-\nu}{2}\pi\right]$$

$$=z^\mu\int_0^\infty \mathrm{e}^{-zt}F\left(\frac{1-\mu+\nu}{2},\frac{1-\mu-\nu}{2};\frac{1}{2};-t^2\right)\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}\,z>0)$$

$$=z^{\mu+1}\int_0^\infty t\mathrm{e}^{-zt}F\left(\frac{1-\mu+\nu}{2},\frac{1-\mu-\nu}{2};\frac{3}{2};-t^2\right)\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}\,z>0)$$

$$=\frac{\sqrt{\pi}}{2^\nu}\frac{\Gamma\left(\frac{1+\mu-\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\mu+\nu}{2}\right)}z^\mu\int_0^\infty \mathrm{e}^{-zt}(1+t^2)^{(\mu-1)/2}\left[P_{\mu-1}^\nu\left(\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\right)\sin\frac{\mu+\nu}{2}\pi+\frac{2}{\pi}Q_{\mu-1}^\nu\left(\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\right)\cos\frac{\mu+\nu}{2}\pi\right]\mathrm{d}t$$

$$(\mathrm{Re}\,z>0)$$

$$=\frac{\sqrt{\pi}}{2^\nu}\frac{\Gamma\left(1-\frac{\nu+\mu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\nu-\mu}{2}\right)}z^\mu\int_0^\infty \mathrm{e}^{-zt}(1+t^2)^{(\mu-1)/2}\left[P_{-\mu}^\nu\left(\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\right)\cos\frac{\mu-\nu}{2}\pi+\frac{2}{\pi}Q_{-\mu}^\nu\left(\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\right)\sin\frac{\mu-\nu}{2}\pi\right]\mathrm{d}t$$

$$(\mathrm{Re}\,z>0)$$

$$S_{\mu,\nu}(az)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{1-\mu-\nu}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1-\mu+\nu}{2}\right)}\int_0^\infty t^{-\mu}(a^2+t^2)^{-1}K_\nu(zt)\mathrm{d}t \qquad [\mathrm{Re}(\mu\pm\nu)<1]$$

$$=\frac{2^{(\mu-\nu+1)/2}}{\Gamma\left(\frac{\nu-\mu+1}{2}\right)}a^{-\nu}z^{(\mu+\nu+1)/2}\int_0^\infty t^{(\nu-\mu+1)/2}(a^2+t^2)^{(\mu+\nu-1)/2}K_{(\nu-\mu-1)/2}(zt)\mathrm{d}t \qquad [\mathrm{Re}(\mu-\nu)<1]$$

$$S_{0,\nu}(z)=\int_0^\infty \mathrm{e}^{-z\sinh t}\cosh\nu t\,\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{Re}\,z>0)$$

$$\nu S_{0,\nu}(z)=z\int_0^\infty e^{-z\sinh t}\sinh\nu t\cosh t\,dt \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$S_{1,\nu}(z)=z\int_0^\infty e^{-z\sinh t}\cosh\nu t\cosh t\,dt \qquad (\mathrm{Re}z>0)$$

$$s_{\mu,-\nu}(z)=s_{\mu,\nu}(z)$$

$$S_{\mu,-\nu}(z)=S_{\mu,\nu}(z)$$

$$S_{\mu,\nu}(z)=z^{\mu-1}\sum_{n=0}^{\infty}(-)^n\left(\frac{1-\mu+\nu}{2}\right)_n\left(\frac{1-\mu-\nu}{2}\right)_n\left(\frac{z}{2}\right)^{-2n} \qquad (\mu\pm\nu=1,3,5,\cdots)$$

$$s_{\mu+2,\nu}(z)=z^{\mu+1}-[(\mu+1)^2-\nu^2]s_{\mu,\nu}(z)$$

$$\frac{d}{dz}s_{\mu,\nu}(z)\pm\frac{\nu}{z}s_{\mu,\nu}(z)=(\mu\pm\nu-1)s_{\mu-1,\nu\mp1}(z)$$

$$\frac{2\nu}{z}s_{\mu,\nu}(z)=(\mu+\nu-1)s_{\mu-1,\nu-1}(z)-(\mu-\nu-1)s_{\mu-1,\nu+1}(z)$$

$$2\frac{d}{dz}s_{\mu,\nu}(z)=(\mu+\nu-1)s_{\mu-1,\nu-1}(z)+(\mu-\nu-1)s_{\mu-1,\nu-1}(z)$$

$$s_{\nu,\nu}(z)=2^{\nu-1}\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)H_\nu(z)$$

$$S_{\nu,\nu}(z)=2^{\nu-1}\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)[H_\nu(z)-N_\nu(z)]$$

$$s_{\nu,\nu}(z)-S_{\nu,\nu}(z)=2^{\nu-1}\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)N_\nu(z)$$

$$s_{0,\nu}(z)=\frac{\pi}{2\sin\pi\nu}[J_\nu(z)-J_{-\nu}(z)]$$

$$S_{0,\nu}(z)=\frac{\pi}{2\sin\pi\nu}[J_\nu(z)-J_{-\nu}(z)-J_\nu(z)+J_{-\nu}(z)]$$

$$s_{-1,\nu}(z)=-\frac{\pi}{2\nu\sin\pi\nu}[J_\nu(z)+J_{-\nu}(z)]$$

$$S_{-1,\nu}(z)=\frac{\pi}{2\nu\sin\pi\nu}[J_\nu(z)+J_{-\nu}(z)-J_\nu(z)-J_{-\nu}(z)]$$

$$s_{1,\nu}(z)=1+\nu^2 s_{-1,\nu}(z)$$

$$S_{1,\nu}(z)=1+\nu^2 S_{-1,\nu}(z)$$

$$S_{0,2n+1}(z)=\frac{1}{2}S_{2n+1}(z)=\frac{z}{2n+1}O_{2n+1}(z)$$

$$S_{0,-1}(z)=\frac{1}{z}$$

$$S_{-1,2n}(z)=\frac{1}{4n}S_{2n}(z)$$

$$S_{1,2n}=zO_{2n}(z)$$

$$s_{0,1/2}(z)=\sqrt{\frac{2\pi}{z}}[C(z)\sin z-S(z)\cos z]$$

$$S_{0,1/2}(z)=\sqrt{\frac{2\pi}{z}}\left\{\left[\frac{1}{2}-S(z)\right]\cos z-\left[\frac{1}{2}-C(z)\right]\sin z\right\}$$

$$s_{-1,1/2}(z)=2\sqrt{\frac{2\pi}{z}}[S(z)\sin z+C(z)\cos z]$$

$$S_{-1,1/2}(z)=2\sqrt{\frac{2\pi}{z}}\left\{\left[\frac{1}{2}-C(z)\right]\cos z+\left[\frac{1}{2}-S(z)\right]\sin z\right\}$$

$$S_{1/2,1/2}(z)=\frac{1}{\sqrt{z}} \qquad S_{3/2,1/2}(z)=\sqrt{z}$$

$$S_{-1/2,1/2}(z)=\frac{1}{\sqrt{z}}[\mathrm{Ci}(z)\sin z-\mathrm{si}(z)\cos z]$$

$$S_{-3/2,1/2}(z)=-\frac{1}{\sqrt{z}}[\mathrm{si}(z)\sin z+\mathrm{Ci}(z)\cos z]$$

$$\lim_{\mu\to\nu}\frac{s_{\mu-1,\nu}(z)}{\Gamma(\nu-\mu)}=-2^{\nu-1}\Gamma(\nu)J_\nu(z)$$

$$S_{-1,0}(z)=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-)^n}{(n!)^2}\left\{\left[\ln\frac{z}{2}-\psi(n+1)\right]^2-\frac{1}{2}\psi'(n+1)+\frac{\pi^2}{4}\right\}\left(\frac{z}{2}\right)^{2n}$$

$$S_{\nu-1,\nu}(z)=\frac{1}{4}\Gamma(\nu)z^\nu\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-)^n}{n!\ \Gamma(\nu+n+1)}\left[2\ln\frac{z}{2}-\psi(\nu+n+1)-\psi(n+1)\right]\left(\frac{z}{2}\right)^{2n}-2^{\nu-2}\pi\Gamma(\nu)N_\nu(z)$$

$$S_{\nu-2n-1,\nu}(z)=\sum_{m=0}^{n-1}\frac{(-)^m}{2^{2m+2}(-n)_{m+1}(\nu-n)_{m+1}}z^{\nu-2n+2m}+\frac{(-)^n}{2^{2n}n!\ (1-\nu)_n}S_{\nu-1,\nu}(z)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-)^n\frac{s_{\mu,\nu}(n\alpha)}{n^{\mu+3}}=\frac{1}{2}\frac{\alpha^{\mu+1}}{(\mu+1)^2-\nu^2}\left[\frac{\alpha^2}{(\mu+3)^2-\nu^2}-\frac{\pi^2}{6}\right]\qquad\left(0<\alpha<\pi,\mathrm{Re}\mu>-\frac{7}{2}\right)$$

$$J_\nu(z)=\frac{\sin\nu\pi}{\pi}[s_{0,\nu}(z)-\nu s_{1,\nu}(z)]$$

$$E_\nu(z)=-\frac{1}{\pi}[(1+\cos\nu\pi)s_{0,\nu}(z)+\nu(1-\cos\nu\pi)s_{-1,\nu}(z)]$$

$$S_{\mu,\nu}(z)=z^{\mu-1}\left[\sum_{m=0}^{k-1}(-)^m\left(\frac{1-\mu+\nu}{2}\right)_m\left(\frac{1-\mu-\nu}{2}\right)_m\left(\frac{z}{2}\right)^{-2m}+O(z^{-2k})\right]$$

洛默尔多项式(Lommel polynomial)

$$R_{m,\nu}(z)=\sum_{k=0}^{[m/2]}(-)^k\frac{(m-k)!}{k!\ (m-2k)!}\frac{\Gamma(\nu+m-k)}{\Gamma(\nu+k)}\left(\frac{z}{2}\right)^{-m+2k}\qquad(\nu\neq-1,-2,\cdots)$$

$$R_{m,-n}(z)=\sum_{k=0}^{[m/2]}(-)^{m+k}\frac{(m-k)!}{k!\ (m-2k)!}\frac{(n-k)!}{(n-m+k)!}\left(\frac{z}{2}\right)^{-m+2k}$$

$$\begin{aligned}R'_{m,\nu}(z)&=-\frac{m}{z}R_{m,\nu}(z)+R_{m-1,\nu}(z)-R_{m-1,\nu+1}(z)\\&=\frac{2\nu+m}{z}R_{m,\nu}(z)-R_{m-1,\nu+1}(z)-R_{m+1,\nu}(z)\\&=-\frac{2\nu+m-2}{z}R_{m,\nu}(z)+R_{m+1,\nu-1}(z)+R_{m-1,\nu}(z)\end{aligned}$$

$$R_{0,\nu}(z)=1$$

$$R_{1,\nu}(z)=\frac{2\nu}{z}$$

$$R_{2,\nu}(z)=\frac{4\nu(\nu+1)}{z^2}-1$$

$$R_{-1,\nu}(z)=0$$

$$R_{-2,\nu}(z)=-1$$

$$R_{m,\nu}(z)R_{m-n+1,\nu+n}(z)-R_{m+1,\nu}(z)R_{m-n,\nu+n}(z)=R_{n-1,\nu}(z)$$

$$R_{n,\nu}(z)R_{k-m-1,\nu+m+1}(z)+R_{k,\nu}(z)R_{m-n-1,\nu+n+1}(z)+R_{m,\nu}(z)R_{n-k-1,\nu+k+1}(z)=0$$

$$\lim_{m\to\infty}\frac{1}{\Gamma(\nu+m+1)}R_{m,\nu+1}(z)\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu+m}=J_\nu(z)$$

诺伊曼多项式(Neumann polynomial)

$$O_n(z)=\frac{1}{4}\sum_{m=0}^{[n/2]}\frac{n(n-m-1)!}{m!}\left(\frac{z}{2}\right)^{2m-n-1}\qquad(n\geqslant1)$$

$$=\frac{1}{2z^{n+1}}\int_0^\infty\left[\left(u+\sqrt{u^2+z^2}\right)^n+\left(u-\sqrt{u^2+z^2}\right)^n\right]e^{-u}du\qquad(n\geqslant1)$$

$$O_0(z)=\frac{1}{z}$$

$$O_1(z)=\frac{1}{z^2}$$

$$O_2(z)=\frac{1}{z}+\frac{4}{z^3}$$

$$O_{2n}(z)=\frac{n}{2}\sum_{m=0}^{n}\frac{(n+m-1)!}{(n-m)!}\left(\frac{z}{2}\right)^{-2m-1}$$

$$O_{2n+1}(z)=\frac{2n+1}{4}\sum_{m=0}^{n}\frac{(n+m)!}{(n-m)!}\left(\frac{z}{2}\right)^{-2m-2}$$

$$2O_n'(z)=O_{n-1}(z)-O_{n+1}(z) \qquad (n\geqslant 1)$$

$$(n-1)O_{n+1}(z)+(n+1)O_{n-1}(z)-\frac{2}{z}(n^2-1)O_n(z)=\frac{2n}{z}\sin^2\frac{n\pi}{2} \qquad (n\geqslant 1)$$

$$nzO_{n-1}(z)-(n^2-1)O_n(z)=(n-1)zO_n'(z)+n\sin^2\frac{n\pi}{2} \qquad (n\geqslant 1)$$

$$nzO_{n+1}(z)-(n^2-1)O_n(z)=-(n+1)zO_n'(z)+n\sin^2\frac{n\pi}{2}$$

$$|O_n(z)|\leqslant\frac{2^{n-1}n!}{|z|^{n+1}}e^{|z|^2/4}$$

施勒夫利多项式(Schläfli polynomial)

$$S_0(z)=0$$

$$S_n(z)=\sum_{m=0}^{[n/2]}\frac{(n-m-1)!}{m!}\left(\frac{z}{2}\right)^{-n+2m} \qquad (n\geqslant 1)$$

$$S_{-n}(z)=(-)^{n+1}S_n(z)$$

$$nS_n(z)=2zO_n(z)-2\cos^2\frac{n\pi}{2} \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

$$S_{n-1}(z)+S_{n+1}(z)=4O_n(z)$$

椭圆积分和椭圆函数

椭圆积分(elliptic integral)

在下列各式中，$|k|<1, k'=\sqrt{1-k^2}, 0\leqslant\varphi<\pi/2$

$$F(k,\varphi)=\int_0^{\sin\varphi}\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}=\int_0^{\varphi}\frac{dt}{\sqrt{1-k^2\sin^2 t}}$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}(-)^m\binom{-1/2}{m}k^{2m}t_{2m}(\varphi)$$

$$\left[t_0(\varphi)=\varphi, t_{2m}(\varphi)=\frac{2m-1}{2m}t_{2(m-1)}(\varphi)-\frac{1}{2m}\sin^{2m-1}\varphi\cos\varphi, m=1,2,3,\cdots\right]$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}\binom{-1/2}{m}k'^{2m}\rho_{2m}(\varphi) \qquad (0<k'\tan\varphi<1)$$

$$\left[\rho_0(\varphi)=\ln\frac{1+\sin\varphi}{\cos\varphi}, \rho_{2m}(\varphi)=\frac{1}{2m}\frac{\sin^{2m-1}\varphi}{\cos^{2m}\varphi}-\frac{2m-1}{2m}\rho_{2(m-1)}(\varphi), m=1,2,3,\cdots\right]$$

$$E(k,\varphi)=\int_0^{\sin\varphi}\sqrt{\frac{1-k^2x^2}{1-x^2}}dx=\int_0^{\varphi}\sqrt{1-k^2\sin^2 t}dt$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}(-)^m\binom{1/2}{m}k^{2m}t_{2m}(\varphi)$$

$$\left[t_0(\varphi)=\varphi, t_{2m}(\varphi)=\frac{2m-1}{2m}t_{2(m-1)}(\varphi)-\frac{1}{2m}\sin^{2m-1}\varphi\cos\varphi, m=1,2,3,\cdots\right]$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}\binom{1/2}{m}k'^{2m}d_{2m}(\varphi) \qquad (0<k'\tan\varphi<1)$$

$$\left[d_0(\varphi)=\sin\varphi, d_2(\varphi)=-\sin\varphi+\ln\frac{1+\sin\varphi}{\cos\varphi}d_{2m}(\varphi)=\frac{1}{2(m-1)}\frac{\sin^{2m-1}\varphi}{\cos^{2(m-1)}\varphi}-\frac{2m-1}{2(m-1)}d_{2(m-1)}(\varphi), m=2,3,4,\cdots\right]$$

$$\Pi(h,k,\varphi)=\int_0^{\sin\varphi}\frac{dx}{(1+hx^2)\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}=\int_0^{\varphi}\frac{dt}{(1+h\sin^2 t)\sqrt{1-k^2\sin^2 t}}$$

$$K=K(k)=F\left(k,\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}F\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2};1;k^2\right)$$

$$=\frac{\pi}{1+k'}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(1/2)_m(1/2)_m}{m!\ m!}\left(\frac{1-k'}{1+k'}\right)^{2m} \qquad \left(\frac{1-k'}{1+k'}<k<1\right)$$

$$=\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\sum_{m=0}^{\infty}(-)^m(4m+1)\left[\frac{(2m)!}{2^{2m}m!\ m!}\right]^3P_{2m}(k')$$

$$=\frac{\pi}{2}+\pi\sum_{m=1}^{\infty}\operatorname{sech}\frac{m\pi K'}{K}$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}\binom{-1/2}{m}^2\left(\ln\frac{4}{k'}-b_m\right)k'^{2m} \qquad \left(b_0=0,b_m=b_{m-1}+\frac{2}{2m(2m-1)},m=1,2,3,\cdots\right)$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(1/2)_m(1/2)_m}{m!\ m!}\left[\psi(m+1)-\psi\left(m+\frac{1}{2}\right)-\ln k'\right]k'^{2m}$$

$$E=E(k)=E\left(k,\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}F\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2};1;k^2\right)$$

$$=\frac{(1+k')\pi}{4}\sum_{m=0}^{\infty}\left[\frac{(2m)!}{2^{2m}(2m-1)m!\ m!}\right]^2\left(\frac{1-k'}{1+k'}\right)^{2m} \qquad \left(\frac{1-k'}{1+k'}<k<1\right)$$

$$=\frac{\pi^2}{8}\sum_{m=0}^{\infty}(-)^{m+1}\frac{4m+1}{(2m-1)(m+1)}\left[\frac{(2m)!}{2^{2m}m!\ m!}\right]^3P_{2m}(k')$$

$$=1+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1/2)_m(1/2)_m}{(m-1)!\ m!}\left[2\ln k'-\psi(m+1)+\psi\left(m+\frac{1}{2}\right)-\psi(m)+\psi\left(m-\frac{1}{2}\right)\right]k'^{2m}$$

$$\Pi_1(h,k)=\Pi\left(h,k,\frac{\pi}{2}\right)$$

$$K'(k)=K(k') \qquad E'(k)=E(k')$$

$$K'(k')=K(k) \qquad E'(k')=E(k)$$

$$F(k,n\pi\pm\varphi)=2nK\pm F(k,\varphi)$$

$$E(k,n\pi\pm\varphi)=2nE\pm E(k,\varphi)$$

$$F\left(\frac{1}{k},\varphi\right)=kF\left(k,\arcsin\frac{\sin\varphi}{k}\right)$$

$$E\left(\frac{1}{k},\varphi\right)=\frac{1}{k}E\left(k,\arcsin\frac{\sin\varphi}{k}\right)-\frac{k'^2}{k}F\left(k,\arcsin\frac{\sin\varphi}{k}\right)$$

$$\left.\begin{aligned}F(k,\psi)&=K+\mathrm{i}F(k',A)\\K(k,\psi)&=E+\mathrm{i}\left[F(k',A)-E(k',A)+\frac{k'^2\sin A\cos A}{\sqrt{1-k'^2\sin^2A}}\right]\end{aligned}\right\} \qquad \left(1<\sin\psi\leqslant\frac{1}{k},A=\arcsin\frac{\sqrt{\sin^2\psi-1}}{k'\sin\psi}\right)$$

$$\left.\begin{aligned}F(k,\psi)&=F(k,A)+\mathrm{i}K'\\E(k,\psi)&=E(k,A)+\sqrt{1-k^2\sin^2A}\cot A+\mathrm{i}(K'-E')\end{aligned}\right\} \qquad \left(\frac{1}{k}\leqslant\sin\psi<\infty,A=\arcsin\frac{1}{k\sin\psi}\right)$$

$$EK'+E'K-KK'=\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\partial F(k,\varphi)}{\partial k}=\frac{1}{k'^2}\left[\frac{E(k,\varphi)-k'^2F(k,\varphi)}{k}-\frac{k\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}\right]$$

$$\frac{\partial E(k,\varphi)}{\partial k}=\frac{E(k,\varphi)-F(k,\varphi)}{k}$$

$$K\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=K'\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{1}{4\sqrt{\pi}}\left[\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\right]^2 \qquad K'(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}K(\sqrt{2}-1)$$

$$K'\left(\sin\frac{\pi}{12}\right)=\sqrt{3}K\left(\sin\frac{\pi}{12}\right) \qquad K'\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)=2K\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)$$

$$K'(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi/3})=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi/6}K(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi/3})=\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(1/6)}{2\cdot3^{3/4}\Gamma(2/3)}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi/6}$$

$$F(0,\varphi)=\varphi \qquad F(0,\mathrm{i}\varphi)=\mathrm{i}\varphi$$

$$E(0,\varphi)=\varphi \qquad E(0,\mathrm{i}\varphi)=\mathrm{i}\varphi$$

$F(1,\varphi)=\ln(\tan\varphi+\sec\varphi)$

$E(1,\varphi)=\sin\varphi$

$F(k,0)=0$

$E(k,0)=0$

$F\left(k,\arcsin\frac{1}{\sqrt{1+k'}}\right)=\frac{K}{2}$

$E\left(k,\arcsin\frac{1}{\sqrt{1+k'}}\right)=\frac{1}{2}[E+(1-k')]$

$K(0)=K'(1)=\frac{\pi}{2}$

$E(0)=E'(1)=\frac{\pi}{2}$

$K(1)=K'(0)=\infty$

$E(1)=E'(0)=1$

$F\left(k,\arcsin\frac{1}{k}\right)=K+\mathrm{i}K'$

$E\left(k,\arcsin\frac{1}{k}\right)=E+\mathrm{i}(K'-E')$

$\lim\limits_{k\to1}\left(K-\ln\frac{4}{k'}\right)=0$

$\lim\limits_{k\to0}\frac{K-E}{k^2}=\lim\limits_{k\to0}\frac{E-k'^2K}{k^2}=\frac{\pi}{4}$

$\lim\limits_{k\to0}(E-K)K'=0$

$\lim\limits_{k\to0}\frac{1}{k^2}\mathrm{e}^{-\pi K'/K}=\lim\limits_{k\to1}\frac{1}{k'^2}\mathrm{e}^{-\pi K/K'}=\frac{1}{16}$

$\lim\limits_{\varphi\to0}\frac{F(k,\varphi)}{\sin\varphi}=\lim\limits_{\varphi\to0}\frac{E(k,\varphi)}{\sin\varphi}=\lim\limits_{\varphi\to0}\frac{\Pi(h,k,\varphi)}{\sin\varphi}=1$

$F(1,\mathrm{i}\varphi)=2\arctan\mathrm{e}^{\varphi}-\frac{\pi}{2}$

$E(1,\mathrm{i}\varphi)=\mathrm{i}\sinh\varphi=\sin\mathrm{i}\varphi$

表　椭圆积分替换公式表

$a\equiv\sin\varphi\cos\varphi$　　$b\equiv\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}$

$A=F(k,\varphi)$　　$B=E(k,\varphi)$

k_1	$\sin\varphi_1$	$\cos\varphi_1$	$F(k_1,\varphi_1)$	$E(k_1,\varphi_1)$
$\frac{1}{k}$	$k\sin\varphi$	b	kA	$\frac{1}{k}[B-k'^2A]$
k'	$-\mathrm{i}\tan\varphi$	$\sec\varphi$	$-\mathrm{i}A$	$\mathrm{i}[B-A-b\tan\varphi]$
$\frac{1}{k'}$	$-\mathrm{i}k'\tan\varphi$	$b\csc\varphi$	$-\mathrm{i}k'A$	$\frac{\mathrm{i}}{k'}[B-k'^2A-b\tan\varphi]$
$\frac{\mathrm{i}k}{k'}$	$\frac{k'\sin\varphi}{b}$	$\frac{\cos\varphi}{b}$	$k'B$	$\frac{1}{k'}\left[B-\frac{k^2a}{b}\right]$
$\frac{k'}{\mathrm{i}k}$	$-\frac{\mathrm{i}k\sin\varphi}{b}$	$\frac{1}{b}$	$-\mathrm{i}kA$	$\frac{\mathrm{i}}{k}\left[B-A-\frac{k^2a}{b}\right]$
$\frac{1-k'}{1+k'}$	$\frac{(1+k')a}{b}$	$\frac{\cos^2\varphi-k'\sin^2\varphi}{b}$	$(1+k')A$	$\frac{2}{1+k'}[B+k'A]-(1-k')\frac{a}{b}$
$\frac{2\sqrt{k}}{1+k}$	$\frac{(1+k)\sin\varphi}{1+k\sin^2\varphi}$	$\frac{b\cos\varphi}{1+k\sin^2\varphi}$	$(1+k)A$	$\frac{1}{1+k}\left[2B-k'^2A+\frac{2kab}{1+k\sin^2\varphi}\right]$

表　可化为第一类椭圆积分的积分

$AF(k,\varphi)$	A	k	φ
$\int_1^x \frac{dt}{\sqrt{t^3-1}}$	$\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$	$\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	$\arccos\frac{\sqrt{3}+1-x}{\sqrt{3}-1+x}$
$\int_x^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^3}}$	$\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$	$\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$	$\arccos\frac{\sqrt{3}-1+x}{\sqrt{3}+1-x}$
$\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\arccos\frac{1-x^2}{1+x^2}$
$\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(a^2-t^2)(b^2-t^2)}}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{b}{a}$	$\arcsin\frac{x}{b}$
$\int_b^x \frac{dt}{\sqrt{(a^2-t^2)(t^2-b^2)}}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$	$\arcsin\frac{a}{x}\sqrt{\frac{x^2-b^2}{a^2-b^2}}$
$\int_x^a \frac{dt}{\sqrt{(a^2-t^2)(t^2-b^2)}}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$	$\arcsin\sqrt{\frac{a^2-x^2}{a^2-b^2}}$
$\int_a^x \frac{dt}{\sqrt{(t^2-a^2)(t^2-b^2)}}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{b}{a}$	$\arcsin\sqrt{\frac{x^2-a^2}{x^2-b^2}}$
$\int_x^\infty \frac{dt}{\sqrt{(t^2-a^2)(t^2-b^2)}}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{b}{a}$	$\arcsin\frac{a}{x}$
$\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(a^2+t^2)(b^2+t^2)}}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$	$\arctan\frac{x}{b}$
$\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(a^2-t^2)(b^2+t^2)}}$	$\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\arcsin\frac{x}{a}\sqrt{\frac{a^2+b^2}{x^2+b^2}}$
$\int_b^x \frac{dt}{\sqrt{(a^2+t^2)(t^2-b^2)}}$	$\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\arccos\frac{b}{x}$

表　可化为第二类椭圆积分的积分

$AE(k,\varphi)$	A	k	φ
$\int_0^x \sqrt{\frac{a^2-t^2}{b^2-t^2}}dt$	a	$\frac{b}{a}$	$\arcsin\frac{x}{b}$
$\int_x^a \sqrt{\frac{b^2+t^2}{a^2-t^2}}dt$	$\sqrt{a^2+b^2}$	$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\arccos\frac{x}{a}$
$\int_b^x \sqrt{\frac{t^2+a^2}{t^2-b^2}}\frac{dt}{t^2}$	$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b^2}$	$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\arccos\frac{b}{x}$
$\int_b^x \sqrt{\frac{t^2+a^2}{t^2-b^2}}t^2dt$	$\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\arcsin\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2+x^2}}$
$\int_0^x \sqrt{\frac{a^2+t^2}{(b^2+t^2)^3}}dt$	$\frac{a}{b^2}$	$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$	$\arctan\frac{x}{b}$
$\int_b^x \frac{1}{\sqrt{(t^2-b^2)(a^2-t^2)}}\frac{dt}{t^2}$	$\frac{1}{ab^2}$	$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$	$\arcsin\frac{a}{x}\sqrt{\frac{x^2-b^2}{a^2-b^2}}$

外尔斯特拉斯椭圆函数(Weierstrass elliptic fuction)

在下列公式中，$2\omega_1$ 和 $2\omega_3$ 为椭圆函数的基本周期，

$$\omega_{nm}=n\omega_1+m\omega_3 \qquad \omega_1+\omega_2+\omega_3=0$$

$$g_2=60\sum_{nm}{}' \frac{1}{\omega_{nm}^4} \qquad g_3=140\sum_{nm}{}' \frac{1}{\omega_{nm}^6}$$

$\sum_{nm}{}'$ 表示对一切整数 n,m 求和，$n=m=0$ 项除外.

$$e_j=\mathscr{P}(\omega_j)\quad (j=1,2,3) \qquad e_1+e_2+e_3=0$$

$$e_1e_2+e_2e_3+e_3e_1=-g_2/4 \qquad e_1e_2e_3=g_3/4$$

$$\wp(u)=\frac{1}{u^2}+\sum_{nm}{}'\left[\frac{1}{(u-2\omega_{nm})^2}-\frac{1}{4\omega_{nm}^2}\right]$$
$$=\frac{1}{u^2}+\frac{g_2}{20}u^2+\frac{g_3}{28}u^4+\frac{g_2^2}{1200}u^6+\frac{3g_2g_3}{6160}u^8+\cdots$$
$$\wp'(u)=-2\sum_{nm}\frac{1}{(u-2\omega_{nm})^3}$$
$$\wp'^2(u)=4[\wp(u)-e_1][\wp(u)-e_2][\wp(u)-e_3]=4\wp^3(u)-g_2\wp(u)-g_3$$
$$\wp''(u)=6\wp^2(u)-\frac{g_2}{2}$$
$$\wp(u+v)=-\wp(u)-\wp(v)+\frac{1}{4}\left[\frac{\wp'(u)-\wp'(v)}{\wp(u)-\wp(v)}\right]^2$$
$$\wp(u+v)+\wp(u-v)=\frac{[4\wp(u)\wp(v)-g_2][\wp(u)+\wp(v)]-4g_3}{4[\wp(u)-\wp(v)]^2}$$
$$\wp(2u)-\wp(2v)=\frac{\wp'(u+v)\wp'(u-v)}{[\wp(u+v)-\wp(u-v)]^2}$$
$$\wp(u+\omega_j)=e_j+\frac{(e_j-e_k)(e_j-e_l)}{\wp(u)-e_j}\qquad (j,k,l)=(1,2,3)\text{的偶排列}$$
$$\wp(\omega_1/2)=e_1+\sqrt{(e_1-e_3)(e_1-e_2)}$$
$$\wp(\omega_3/2)=e_3-\sqrt{(e_1-e_3)(e_2-e_3)}$$
$$\wp'(\omega_1/2)=-2\left[(e_1-e_3)\sqrt{e_1-e_2}+(e_1-e_2)\sqrt{e_1-e_3}\right]$$
$$\wp'(\omega_3/2)=-2\mathrm{i}\left[(e_1-e_3)\sqrt{e_2-e_3}+(e_2-e_3)\sqrt{e_1-e_3}\right]$$
$$\left(\omega_1=\frac{K}{\sqrt{e_1-e_3}}=\int_{e_1}^{\infty}\frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{4t^3-g_2t-g_3}}=\int_{e_3}^{e_2}\frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{4t^3-g_2t-g_3}}\right)$$
$$\left(\omega_3=\frac{\mathrm{i}K'}{\sqrt{e_1-e_3}}=\int_{e_3}^{\infty}\frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{4t^3-g_2t-g_3}}=\int_{e_2}^{e_1}\frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{4t^3-g_2t-g_3}}\right)$$

外尔斯特拉斯ζ函数(Weierstrass zeta function)

$$\zeta(u)=\frac{1}{u}-\int_0^u\left[\wp(z)-\frac{1}{z^2}\right]\mathrm{d}z$$
$$=\frac{1}{u}+\sum_{nm}{}'\left[\frac{1}{u-2\omega_{nm}}+\frac{u}{4\omega_{nm}^2}+\frac{1}{2\omega_{nm}}\right]$$
$$=\frac{1}{u}-\frac{g_2}{60}u^3-\frac{g_3}{140}u^5-\frac{g_2^2}{8400}u^7-\frac{g_2g_3}{18480}u^9-\cdots$$
$$\zeta'(u)=-\wp(u)$$
$$\zeta(u+2\omega_{nm})=\zeta(u)+2n\eta_1+2m\eta_3\qquad [\eta_j=\zeta(\omega_j),j=1,2,3]$$
$$\left(\eta_1=-\frac{1}{12\omega_1}\frac{\vartheta'''_1(0)}{\vartheta'_1(0)},\quad \eta_1+\eta_2+\eta_3=0\right)$$
$$\zeta(u\pm v)=\zeta(u)\pm\zeta(v)+\frac{1}{2}\frac{\zeta''(u)\mp\zeta''(v)}{\zeta'(u)-\zeta'(v)}$$

外尔斯特拉斯σ函数和余σ函数(Weierstrass sigma function and co-sigma function)

$$\sigma(u)=u\exp\left\{\int_0^u\left[\zeta(z)-\frac{1}{z}\right]\mathrm{d}z\right\}$$
$$=u\prod_{nm}{}'\left(1-\frac{u}{2\omega_{nm}}\right)\exp\left[\frac{u}{2\omega_{nm}}+\frac{1}{8}\left(\frac{u}{\omega_{nm}}\right)^2\right]\qquad \left(\prod_{nm}{}'\text{表示对一切整数 } n,m \text{ 求积},n=m=0\text{ 项除外}\right)$$
$$=u-\frac{g_2}{2^4\cdot3\cdot5}u^5-\frac{g_3}{2^3\cdot3\cdot5\cdot7}u^7-\frac{g_2^2}{2^9\cdot3^2\cdot5\cdot7}u^9-\frac{g_2g_3}{2^7\cdot3^2\cdot5^2\cdot7\cdot11}u^{11}+\cdots$$
$$=2\omega_1\frac{\vartheta_1\left(\frac{u}{2\omega_1}\right)}{\vartheta'_1(0)}\exp\left[\frac{\eta_1u^2}{2\omega_1}\right]$$

$$\zeta(u)=\frac{\sigma'(u)}{\sigma(u)}=\frac{\mathrm{d}\ln\sigma(u)}{\mathrm{d}u},\quad \sigma(-u)=-\sigma(u)$$

$$\sigma(u+2\omega_{nm})=(-)^{n+m+nm}\exp[2\omega_{nm}(\omega_{nm}+u)]\sigma(u)$$

$$\sigma_j(u)=-\mathrm{e}^{\eta_j u}\frac{\sigma(u+\omega_j)}{\sigma(\omega_j)}=\frac{\vartheta_{j+1}\left(\frac{u}{2\omega_1}\right)}{\vartheta_{j+1}(0)}\exp\left[\frac{\eta_1 u^2}{2\omega_1}\right]\qquad (j=1,2,3;\vartheta_4=\vartheta_0)$$

$$\wp(u)-e_j=\left[\frac{\sigma_j(u)}{\sigma(u)}\right]^2$$

$$\wp'(2u)=-\frac{2\sigma_1(u)\sigma_2(u)\sigma_3(u)}{\sigma^3(u)}=-\frac{\sigma(2u)}{\sigma^4(u)}$$

椭圆ϑ函数(elliptic theta function)

$q=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi\tau}$	$\tau=\mathrm{i}\dfrac{K'(k)}{K(k)}$
$k=\left[\dfrac{\vartheta_2(0)}{\vartheta_3(0)}\right]^2$	$k'=\left[\dfrac{\vartheta_0(0)}{\vartheta_3(0)}\right]^2$
$\vartheta_i(u)=\vartheta_i(u,\tau)$	$i=0,1,2,3$
$Q_0=\prod\limits_{n=1}^{\infty}(1-q^{2n})$	

$$q^{1/4}=\left(\frac{k}{4}\right)^{1/2}\left[1+2\left(\frac{k}{4}\right)^2+15\left(\frac{k}{4}\right)^4+150\left(\frac{k}{4}\right)^6+1707\left(\frac{k}{4}\right)^8+\cdots\right]$$

$$q=\frac{1}{2}L+\frac{2}{2^5}L^5+\frac{15}{2^9}L^9+\frac{150}{2^{13}}L^{13}+\frac{1707}{2^{17}}L^{17}+\cdots\qquad \left(L=\frac{1-\sqrt[4]{1-k^2}}{1+\sqrt[4]{1-k^2}}\right)$$

$$\vartheta_0(u)=Q_0\prod_{n=1}^{\infty}(1-2q^{2n-1}\cos 2\pi u+q^{4n-2})=\vartheta_3\left(u+\frac{1}{2}\right)$$

$$\vartheta_1(u)=2Q_0q^{1/4}\sin\pi u\prod_{n=1}^{\infty}(1-2q^{2n}\cos 2\pi u+q^{4n})$$

$$\vartheta_2(u)=2Q_0q^{1/4}\cos\pi u\prod_{n=1}^{\infty}(1+2q^{2n}\cos 2\pi u+q^{4n})=\vartheta_1\left(u+\frac{1}{2}\right)$$

$$\vartheta_3(u)=Q_0\prod_{n=1}^{\infty}(1+2q^{2n-1}\cos 2\pi u+q^{4n-2})=q^{1/4}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi u}\vartheta_2\left(u+\frac{\tau}{2}\right)$$

$$\vartheta_0^2(u)=k\vartheta_1^2(u)+k'\vartheta_3^2(u)\qquad \vartheta_1^2(u)=k\vartheta_0^2(u)-k'\vartheta_2^2(u)$$

$$\vartheta_2^2(u)=-k'\vartheta_1^2(u)+k\vartheta_3^2(u)\qquad \vartheta_0^4(u)+\vartheta_2^4(u)=\vartheta_1^4(u)+\vartheta_3^4(u)$$

$$\vartheta_0(0)=\sqrt{\frac{2k'K}{\pi}}\qquad \vartheta_1(0)=0$$

$$\vartheta_2(0)=\sqrt{\frac{2kK}{\pi}}\qquad \vartheta_3(0)=\sqrt{\frac{2K}{\pi}}$$

$$\vartheta_1'(0)=\pi\vartheta_2(0)\vartheta_3(0)\vartheta_0(0)=2K\sqrt{\frac{2kk'K}{\pi}}$$

$$\frac{\vartheta_1'''(0)}{\vartheta_1'(0)}=\frac{\vartheta_2''(0)}{\vartheta_2(0)}+\frac{\vartheta_3''(0)}{\vartheta_3(0)}+\frac{\vartheta_0''(0)}{\vartheta_0(0)}$$

$$\wp(u)=\frac{1}{12\omega_1^2}\frac{\vartheta_1'''(0)}{\vartheta_1'(0)}-\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}u^2}\ln\vartheta_1\left(\frac{u}{2\omega_1}\right)$$

$$\wp'(u)=-\frac{1}{4\omega_1^3}\frac{\vartheta_1'^3(0)}{\vartheta_2(0)\vartheta_3(0)\vartheta_0(0)}\frac{\vartheta_2\left(\frac{u}{2\omega_1}\right)\vartheta_3\left(\frac{u}{2\omega_1}\right)\vartheta_0\left(\frac{u}{2\omega_1}\right)}{\vartheta_1^3\left(\frac{u}{2\omega_1}\right)}$$

雅可比椭圆函数(Jacobi elliptic function)

$\mathrm{am}z\equiv\mathrm{am}(z,k)$	$\mathrm{sn}z\equiv\mathrm{sn}(\mathrm{am}z,k)$	
$\mathrm{cn}z\equiv\mathrm{cn}(\mathrm{am},z,k)$	$\mathrm{dn}z\equiv\mathrm{dn}(\mathrm{am}z,k)$	
$\mathrm{tn}z\equiv\frac{\mathrm{sn}z}{\mathrm{cn}z}$	$\mathrm{sd}z\equiv\frac{\mathrm{sn}z}{\mathrm{dn}z}$	$\mathrm{cd}z\equiv\frac{\mathrm{cn}z}{\mathrm{dn}z}$
$\mathrm{nt}z\equiv\frac{\mathrm{cn}z}{\mathrm{sn}z}$	$\mathrm{ds}z\equiv\frac{\mathrm{dn}z}{\mathrm{sn}z}$	$\mathrm{dc}z\equiv\frac{\mathrm{dn}z}{\mathrm{cn}z}$
$\mathrm{ns}z\equiv\frac{1}{\mathrm{sn}z}$	$\mathrm{nc}z\equiv\frac{1}{\mathrm{cn}z}$	$\mathrm{nd}z\equiv\frac{1}{\mathrm{dn}z}$

$$\mathrm{am}z=\frac{\pi z}{2K}+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\mathrm{sech}\,\frac{m\pi K'}{K}\sin\frac{m\pi z}{K}\qquad\left(\left|\mathrm{Im}\,\frac{z}{K}\right|<\mathrm{Im}\,\frac{\mathrm{i}K'}{K}\right)$$

$$=z-\frac{k^2}{3!}z^3+\frac{k^2(4+k^2)}{5!}z^5-\frac{k^2(16+44k^2+k^4)}{7!}z^7+\frac{k^2(64+912k^2+408k^4+k^6)}{9!}z^9-+\cdots\qquad(|z|<K')$$

$$\mathrm{sn}z=\frac{1}{\sqrt{k}}\frac{\vartheta_1\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}{\vartheta_0\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}$$

$$=\frac{\pi}{kK}\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{csch}\,\frac{(2m+1)\pi K'}{2K}\sin(2m+1)\frac{\pi z}{2K}\qquad\left(\left|\mathrm{Im}\,\frac{z}{K}\right|<\mathrm{Im}\,\frac{\mathrm{i}K'}{K}\right)$$

$$=\frac{\pi}{2kK}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\csc\frac{\pi}{2K}[z-\mathrm{i}(2m-1)K']\qquad\left(\left|\mathrm{Im}\,\frac{z}{K}\right|<\mathrm{Im}\,\frac{\mathrm{i}K'}{K}\right)$$

$$=z-\frac{1+k^2}{3!}z^3+\frac{1+14k^2+k^4}{5!}z^5-\frac{1+135k^2+135k^4+k^6}{7!}z^7+\frac{1+1228k^2+5478k^4+1228k^6+k^8}{9!}z^9+\cdots$$

$$(|z|<K')$$

$$\mathrm{cn}z=\sqrt{\frac{k'}{k}}\frac{\vartheta_2\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}{\vartheta_0\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}$$

$$=\frac{\pi}{kK}\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{sech}\,\frac{(2m+1)\pi K'}{2K}\cos(2m+1)\frac{\pi z}{2K}\qquad\left(\left|\mathrm{Im}\,\frac{z}{K}\right|<\mathrm{Im}\,\frac{\mathrm{i}K'}{K}\right)$$

$$=\frac{\mathrm{i}\pi}{2kK}\sum_{m=-\infty}^{\infty}(-)^m\csc\frac{\pi}{2K}[z-\mathrm{i}(2m-1)K']\qquad\left(\left|\mathrm{Im}\,\frac{z}{K}\right|<\mathrm{Im}\,\frac{\mathrm{i}K'}{K}\right)$$

$$=1-\frac{1}{2!}z^2+\frac{1+4k^2}{4!}z^4-\frac{1+44k^2+16k^4}{6!}z^6+\frac{1+408k^2+912k^4+64k^6}{8!}z^8+\cdots\qquad(|z|<K')$$

$$\mathrm{dn}z=\sqrt{k'}\frac{\vartheta_3\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}{\vartheta_0\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}$$

$$=\frac{\pi}{2K}+\frac{\pi}{K}\sum_{m=1}^{\infty}\mathrm{sech}\,\frac{m\pi K'}{K}\cos\frac{m\pi z}{K}\qquad\left(\left|\mathrm{Im}\,\frac{z}{K}\right|<\mathrm{Im}\,\frac{\mathrm{i}K'}{K}\right)$$

$$=\frac{\mathrm{i}\pi}{2K}\sum_{m=-\infty}^{\infty}(-)^m\cot\frac{\pi}{2K}[z-\mathrm{i}(2m-1)K']\qquad\left(\left|\mathrm{Im}\,\frac{z}{K}\right|<\mathrm{Im}\,\frac{\mathrm{i}K'}{K}\right)$$

$$=1-\frac{k^2}{2!}z^2+\frac{k^2(4+k^2)}{4!}z^4-\frac{k^2(16+44k^2+k^4)}{6!}z^6+\frac{k^2(64+912k^2+408k^4+k^6)}{8!}z^8+\cdots\qquad(|z|<K')$$

$$\mathrm{sn}z\ \mathrm{cn}z=z-\frac{4+k^2}{3!}z^3+\frac{16+44k^2+k^4}{5!}z^5-\frac{64+912k^2+408k^4+k^6}{7!}z^7+-\cdots\qquad(|z|<K')$$

$$\mathrm{sn}z\ \mathrm{dn}z=z-\frac{1+4k^2}{3!}z^3+\frac{1+44k^2+16k^4}{5!}z^5-\frac{1+408k^2+912k^4+64k^6}{7!}z^7+-\cdots\qquad(|z|<K')$$

$$\mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}z=1-\frac{1+k^2}{2!}z^2+\frac{1+14k^2+k^4}{4!}z^4-\frac{1+135k^2+135k^4+k^6}{6!}z^6+-\cdots\qquad(|z|<K')$$

$$\mathrm{sn}^2z+\mathrm{cn}^2z=1,\quad \mathrm{dn}^2z+k^2\mathrm{sn}^2z=1,\quad \mathrm{dn}^2z-k^2\mathrm{cn}^2z=1-k^2=k'^2$$

$$\mathrm{am}(z\pm\zeta)=\arctan(\mathrm{tn}z\ \mathrm{dn}\zeta)\pm\arctan(\mathrm{tn}\zeta\mathrm{dn}z)$$

$$\mathrm{sn}(z\pm\zeta)=\frac{\mathrm{sn}z\ \mathrm{cn}\zeta\mathrm{dn}\zeta\pm\mathrm{cn}z\ \mathrm{sn}\zeta\mathrm{dn}z}{1-k^2\mathrm{sn}^2z\mathrm{sn}^2\zeta}=\frac{\mathrm{sn}^2z-\mathrm{sn}^2\zeta}{\mathrm{sn}z\ \mathrm{cn}\zeta\mathrm{dn}\zeta\mp\mathrm{sn}\zeta\mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}z}$$

$$\mathrm{cn}(z\pm\zeta)=\frac{\mathrm{cn}z\ \mathrm{cn}\zeta\mp\mathrm{sn}z\ \mathrm{sn}\zeta\mathrm{dn}z\ \mathrm{dn}\zeta}{1-k^2\mathrm{sn}^2z\mathrm{sn}^2\zeta}=\frac{\mathrm{sn}z\ \mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}\zeta\mp\mathrm{sn}\zeta\mathrm{cn}\zeta\mathrm{dn}z}{\mathrm{sn}z\ \mathrm{cn}\zeta\mathrm{dn}\zeta\mp\mathrm{sn}\zeta\mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}z}$$

$$\mathrm{dn}(z\pm\zeta)=\frac{\mathrm{dn}z\ \mathrm{dn}\zeta\mp k^2\mathrm{sn}z\ \mathrm{sn}\zeta\mathrm{cn}z\ \mathrm{cn}\zeta}{1-k^2\mathrm{sn}^2z\ \mathrm{sn}^2\zeta}=\frac{\mathrm{sn}z\ \mathrm{cn}\zeta\mathrm{dn}z\mp\mathrm{sn}\zeta\mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}\zeta}{\mathrm{sn}z\ \mathrm{cn}\zeta\mathrm{dn}\zeta\mp\mathrm{sn}\zeta\mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}z}$$

$$\mathrm{sn}(z+\zeta)\mathrm{sn}(z-\zeta)=\frac{\mathrm{sn}^2z-\mathrm{sn}^2\zeta}{1-k^2\mathrm{sn}^2z\ \mathrm{sn}^2\zeta}$$

$$\mathrm{cn}(z+\zeta)\mathrm{cn}(z-\zeta)=\frac{\mathrm{cn}^2z-\mathrm{sn}^2\zeta\mathrm{dn}^2z}{1-k^2\mathrm{sn}^2z\ \mathrm{sn}^2\zeta}$$

$$\mathrm{dn}(z+\zeta)\mathrm{dn}(z-\zeta)=\frac{\mathrm{dn}^2z-k^2\mathrm{sn}^2\zeta\mathrm{cn}^2z}{1-k^2\mathrm{sn}^2z\ \mathrm{sn}^2\zeta}$$

$$\mathrm{sn}(z\pm\zeta)\mathrm{cn}(z\mp\zeta)=\frac{\mathrm{sn}z\ \mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}\zeta\pm\mathrm{sn}\zeta\mathrm{cn}\zeta\mathrm{dn}z}{1-k^2\mathrm{sn}^2z\ \mathrm{sn}^2\zeta}$$

$$\mathrm{sn}(z\pm\zeta)\mathrm{dn}(z\mp\zeta)=\frac{\mathrm{sn}z\ \mathrm{dn}z\ \mathrm{cn}\zeta\pm\mathrm{sn}\zeta\mathrm{dn}\zeta\mathrm{cn}z}{1-k^2\mathrm{sn}^2z\ \mathrm{sn}^2\zeta}$$

$$\mathrm{cn}(z\pm\zeta)\mathrm{dn}(z\mp\zeta)=\frac{\mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}z\ \mathrm{cn}\zeta\mathrm{dn}\zeta\mp k'^2\mathrm{sn}z\ \mathrm{sn}\zeta}{1-k^2\mathrm{sn}^2z\ \mathrm{sn}^2\zeta}$$

$$\mathrm{sn}(z\pm\mathrm{i}\zeta,k)=\frac{\mathrm{sn}(z,k)\mathrm{dn}(\zeta,k')\pm\mathrm{i}\mathrm{cn}(z,k)\mathrm{dn}(z,k)\mathrm{sn}(\zeta,k')\mathrm{cn}(\zeta,k')}{1-\mathrm{sn}^2(\zeta,k')\mathrm{dn}^2(z,k)}$$

$$\mathrm{cn}(z\pm\mathrm{i}\zeta,k)=\frac{\mathrm{cn}(z,k)\mathrm{cn}(\zeta,k')\pm\mathrm{i}\mathrm{sn}(z,k)\mathrm{dn}(z,k)\mathrm{sn}(\zeta,k')\mathrm{dn}(\zeta,k')}{1-\mathrm{sn}^2(\zeta,k')\mathrm{dn}^2(z,k)}$$

$$\mathrm{dn}(z\pm\mathrm{i}\zeta,k)=\frac{\mathrm{dn}(z,k)\mathrm{cn}(\zeta,k')\mathrm{dn}(\zeta,k')\mp\mathrm{i}k^2\mathrm{sn}(z,k)\mathrm{cn}(z,k)\mathrm{sn}(\zeta,k')}{1-\mathrm{sn}^2(\zeta,k')\mathrm{dn}^2(z,k)}$$

$$\mathrm{am}2z=2\arctan(\mathrm{tn}z\ \mathrm{dn}z)$$

$$\mathrm{sn}2z=\frac{2\mathrm{sn}z\mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}z}{1-k^2\mathrm{sn}^4z}$$

$$\mathrm{cn}2z=\frac{\mathrm{cn}^2z-\mathrm{sn}^2z\ \mathrm{dn}^2z}{1-k^2\mathrm{sn}^4z}$$

$$\mathrm{dn}2z=\frac{\mathrm{dn}^2z-k^2\mathrm{sn}^2z\ \mathrm{cn}^2z}{1-k^2\mathrm{sn}^4z}$$

$$\mathrm{sn}2z\pm\mathrm{sn}2\zeta=\frac{2\mathrm{sn}(z\pm\zeta)\mathrm{cn}(z\mp\zeta)\mathrm{dn}(z\mp\zeta)}{1-k^2\mathrm{sn}^2(z+\zeta)\mathrm{sn}^2(z-\zeta)}$$

$$\mathrm{cn}2z+\mathrm{cn}2\zeta=\frac{2\mathrm{cn}(z+\zeta)\mathrm{cn}(z-\zeta)}{1-k^2\mathrm{sn}^2(z+\zeta)\mathrm{sn}^2(z-\zeta)}$$

$$\mathrm{cn}2z-\mathrm{cn}2\zeta=-\frac{2\mathrm{sn}(z+\zeta)\mathrm{sn}(z-\zeta)\mathrm{dn}(z+\zeta)\mathrm{dn}(z-\zeta)}{1-k^2\mathrm{sn}^2(z+\zeta)\mathrm{sn}^2(z-\zeta)}$$

$$\mathrm{dn}2z+\mathrm{dn}2\zeta=\frac{2\mathrm{dn}(z+\zeta)\mathrm{dn}(z-\zeta)}{1-k^2\mathrm{sn}^2(z+\zeta)\mathrm{sn}^2(z-\zeta)}$$

$$\mathrm{dn}2z-\mathrm{dn}2\zeta=\frac{2k^2\mathrm{sn}(z+\zeta)\mathrm{sn}(z-\zeta)\mathrm{cn}(z+\zeta)\mathrm{cn}(z-\zeta)}{1-k^2\mathrm{sn}^2(z+\zeta)\mathrm{sn}^2(z-\zeta)}$$

$$\frac{1-\mathrm{cn}2z}{1+\mathrm{cn}2z}=\frac{\mathrm{sn}^2z\ \mathrm{dn}^2z}{\mathrm{cn}^2z}$$

$$\frac{1-\mathrm{dn}2z}{1+\mathrm{dn}2z}=\frac{k^2\mathrm{sn}^2\ z\mathrm{cn}^2z}{\mathrm{dn}^2z}$$

$$\mathrm{sn}^2\ \frac{z}{2}=\frac{1-\mathrm{cn}z}{1+\mathrm{dn}z}=\frac{1-\mathrm{dn}z}{k^2(1+\mathrm{cn}z)}=\frac{\mathrm{dn}z-\mathrm{cn}z}{k'^2+\mathrm{dn}z-k^2\mathrm{cn}z}$$

$$\mathrm{cn}^2\ \frac{z}{2}=\frac{\mathrm{cn}z+\mathrm{dn}z}{1+\mathrm{dn}z}=\frac{k^2\mathrm{cn}z-k'^2+\mathrm{dn}z}{k^2(1+\mathrm{cn}z)}=\frac{k'^2(1+\mathrm{cn}z)}{k'^2+\mathrm{dn}z-k^2\mathrm{cn}z}$$

$$\mathrm{dn}^2\ \frac{z}{2}=\frac{\mathrm{cn}z+\mathrm{dn}z}{1+\mathrm{cn}z}=\frac{k'^2+k^2\mathrm{cn}z+\mathrm{dn}z}{1+\mathrm{dn}z}=\frac{k'^2(1+\mathrm{dn}z)}{k'^2+\mathrm{dn}z-k^2\mathrm{cn}z}$$

$$\frac{\mathrm{dsn}z}{\mathrm{d}z}=\mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}z,\quad \frac{\mathrm{dcn}z}{\mathrm{d}z}=-\mathrm{sn}z\ \mathrm{dn}z,\quad \frac{\mathrm{ddn}z}{\mathrm{d}z}=-k^2\mathrm{sn}z\ \mathrm{cn}z$$

$$\int\mathrm{sn}z\ \mathrm{d}z=\frac{1}{k}\ln(\mathrm{dn}z-k\ \mathrm{cn}z)$$

$$\int \mathrm{cn}z\,\mathrm{d}z=\frac{\mathrm{i}}{k}\ln(\mathrm{dn}z-\mathrm{i}k\,\mathrm{sn}z)$$

$$\int \mathrm{dn}z\,\mathrm{d}z=\mathrm{i}\ln(\mathrm{cn}z-\mathrm{i}\,\mathrm{sn}z)=\mathrm{am}z$$

$$\int \mathrm{ns}z\,\mathrm{d}z=\ln(\mathrm{ds}z-\mathrm{nt}z)=-\ln(\mathrm{nt}z+\mathrm{ds}z)$$

$$\int \mathrm{nc}z\,\mathrm{d}z=\frac{1}{k'}\ln(k'\mathrm{tn}z+\mathrm{dc}z)=\frac{1}{2k'}\ln\frac{\mathrm{ds}z+k'}{\mathrm{ds}z-k'}$$

$$\int \mathrm{nd}z\,\mathrm{d}z=\frac{1}{k'}\arctan\frac{k'-\mathrm{nt}z}{k'+\mathrm{nt}z}=\frac{1}{k'}\arccos\mathrm{cd}z=\frac{1}{k'}\arcsin(k'\mathrm{sd}z)=\frac{1}{\mathrm{i}k'}\ln(\mathrm{cd}z+\mathrm{i}k'\mathrm{sd}z)$$

$$\begin{aligned}\mathscr{P}(z)&=e_1+(e_1-e_3)\mathrm{nt}^2(\sqrt{e_1-e_3}z)\\&=e_2+(e_1-e_3)\mathrm{ds}^2(\sqrt{e_1-e_3}z)\\&=e_3+(e_1-e_3)\mathrm{ns}^2(\sqrt{e_1-e_3}z)\end{aligned}$$

表　雅可比椭圆函数的特殊值

u	$\mathrm{sn}u$	$\mathrm{cn}u$	$\mathrm{dn}u$	$\mathrm{tn}u$
0	0	1	1	0
$\frac{K}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{1+k'}}$	$\sqrt{\frac{k'}{1+k'}}$	$\sqrt{k'}$	$\frac{1}{\sqrt{k'}}$
K	1	0	k'	∞
$\frac{3K}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{1+k'}}$	$-\sqrt{\frac{k'}{1+k'}}$	$\sqrt{k'}$	$-\frac{1}{\sqrt{k'}}$
$2K$	0	-1	1	0
$\frac{\mathrm{i}K'}{2}$	$\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{k}}$	$\sqrt{\frac{1+k}{k}}$	$\sqrt{1+k}$	$\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{1+k}}$
$\frac{K}{2}+\mathrm{i}\frac{K'}{2}$	$\sqrt{\frac{k+\mathrm{i}k'}{k}}$	$\sqrt{\frac{k'}{\mathrm{i}k}}$	$\sqrt{k'(k'-\mathrm{i}k)}$	$\sqrt{\frac{\mathrm{i}(k+\mathrm{i}k')}{k'}}$
$K+\mathrm{i}\frac{K'}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{k}}$	$-\mathrm{i}\sqrt{\frac{1-k}{k}}$	$\sqrt{1-k}$	$\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{1-k}}$
$\frac{3K}{2}+\mathrm{i}\frac{K'}{2}$	$\sqrt{\frac{k-\mathrm{i}k'}{k}}$	$-\sqrt{\frac{\mathrm{i}k'}{k}}$	$\sqrt{k'(k'+\mathrm{i}k)}$	$-\sqrt{\frac{k-\mathrm{i}k'}{\mathrm{i}k'}}$
$2K+\mathrm{i}\frac{K'}{2}$	$-\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{k}}$	$-\sqrt{\frac{1+k}{k}}$	$\sqrt{1+k}$	$\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{1+k}}$
$\mathrm{i}K'$	∞	∞	∞	i
$\frac{K}{2}+\mathrm{i}K'$	$\frac{1}{\sqrt{1-k'}}$	$-\mathrm{i}\sqrt{\frac{k'}{1-k'}}$	$-\mathrm{i}\sqrt{k'}$	$\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{k'}}$
$K+\mathrm{i}K'$	$\frac{1}{k}$	$-\frac{\mathrm{i}k'}{k}$	0	$\frac{\mathrm{i}}{k'}$
$\frac{3K}{2}+\mathrm{i}K'$	$\sqrt{\frac{1}{1-k'}}$	$-\mathrm{i}\sqrt{\frac{k'}{1-k'}}$	$\mathrm{i}\sqrt{k'}$	$\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{k'}}$
$2K+\mathrm{i}K'$	∞	∞	∞	i
$\mathrm{i}\frac{3K'}{2}$	$-\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{k}}$	$-\sqrt{\frac{1+k}{k}}$	$-\sqrt{1+k}$	$\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{1+k}}$
$\frac{K}{2}+\mathrm{i}\frac{3K'}{2}$	$\sqrt{\frac{k-\mathrm{i}k'}{k}}$	$-\sqrt{\frac{\mathrm{i}k'}{k}}$	$-\sqrt{k'(k'+\mathrm{i}k)}$	$-\sqrt{\frac{k-\mathrm{i}k'}{\mathrm{i}k'}}$
$K+\mathrm{i}\frac{3K'}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{k}}$	$-\mathrm{i}\sqrt{\frac{k}{1-k}}$	$-\sqrt{1-k'}$	$\mathrm{i}\sqrt{1-k}$

u	$\mathrm{sn}u$	$\mathrm{cn}u$	$\mathrm{dn}u$	$\mathrm{tn}u$
$\frac{3K}{2}+\mathrm{i}\frac{3K'}{2}$	$\sqrt{\frac{k+\mathrm{i}k'}{k}}$	$\sqrt{\frac{k'}{\mathrm{i}k}}$	$-\sqrt{k'(k'-\mathrm{i}k)}$	$\sqrt{\frac{\mathrm{i}(k+\mathrm{i}k')}{k'}}$
$2K+\mathrm{i}\frac{3K'}{2}$	$\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{k}}$	$\sqrt{\frac{1+k}{k}}$	$-\sqrt{1+k}$	$\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{1+k}}$
$2\mathrm{i}K'$	0	-1	-1	0
$\frac{K}{2}+2\mathrm{i}K'$	$\frac{1}{\sqrt{1+k'}}$	$-\sqrt{\frac{k'}{1+k'}}$	$-\sqrt{k'}$	$-\frac{1}{\sqrt{k'}}$
$K+2\mathrm{i}K'$	1	0	$-k'$	∞
$\frac{3K}{2}+2\mathrm{i}K'$	$\frac{1}{\sqrt{1+k'}}$	$\sqrt{\frac{k'}{1+k'}}$	$-\sqrt{k'}$	$\frac{1}{\sqrt{k'}}$
$2K+2\mathrm{i}K'$	0	1	-1	0

表　雅可比椭圆函数的周期、零点和极点

函　数	基本周期	零　　点	极　　点	留　　数
$\mathrm{sn}z$	$4K;2\mathrm{i}K'$	$2mK+2n\mathrm{i}K'$	$2mK+(2n+1)\mathrm{i}K'$	$(-)^m\frac{1}{k}$
$\mathrm{cn}z$	$4K;2K+2\mathrm{i}K'$	$(2m+1)K+2n\mathrm{i}K'$	$2mK+(2n+1)\mathrm{i}K'$	$(-)^{m+n}\frac{1}{\mathrm{i}k}$
$\mathrm{dn}z$	$2K;4\mathrm{i}K'$	$(2m+1)K+(2n+1)\mathrm{i}K'$	$2mK+(2n+1)\mathrm{i}K'$	$(-)^{n-1}\mathrm{i}$

表　雅可比椭圆函数诱导公式表

u'	$\mathrm{sn}u'$	$\mathrm{cn}u'$	$\mathrm{dn}u'$
$u+K$	$\mathrm{cd}u$	$-k'\mathrm{sd}u$	$k'\mathrm{nd}u$
$u+2K$	$-\mathrm{sn}u$	$-\mathrm{cn}u$	$\mathrm{dn}u$
$u+3K$	$-\mathrm{cd}u$	$k'\mathrm{sd}u$	$k'\mathrm{nd}u$
$u+4K$	$\mathrm{sn}u$	$\mathrm{cn}u$	$\mathrm{dn}u$
$u+\mathrm{i}K'$	$\frac{1}{k}\mathrm{ns}u$	$-\frac{\mathrm{i}}{k}\mathrm{ds}u$	$-\mathrm{i}\ \mathrm{nt}u$
$u+2mK+2n\mathrm{i}K'$	$(-)^m\mathrm{sn}u$	$(-)^{m+n}\mathrm{cn}u$	$(-)^n\mathrm{dn}u$
$u+(2m-1)K+2n\mathrm{i}K'$	$(-)^{m+1}\mathrm{cd}u$	$(-)^{m+n}k'\mathrm{sd}u$	$(-)^n k'\mathrm{nd}u$
$u+2mK+(2n+1)\mathrm{i}K'$	$\frac{(-)^m}{k}\mathrm{ns}u$	$\frac{(-)^{m+n+1}\mathrm{i}}{k}\mathrm{ds}u$	$(-)^{n+1}\mathrm{i}\ \mathrm{nt}u$
$u+(2m-1)K+(2n+1)\mathrm{i}K'$	$\frac{(-)^{m+1}}{k}\mathrm{dc}u$	$(-)^{m+n}\frac{\mathrm{i}k'}{k}\mathrm{nc}u$	$(-)^n\mathrm{i}k'\mathrm{nt}u$

表　雅可比椭圆函数变换公式表

$k'=\sqrt{1-k^2}$		$k_1'=\sqrt{1-k_1^2}$
$S\equiv\mathrm{sn}(u,k)$	$C\equiv\mathrm{cn}(u,k)$	$D\equiv\mathrm{dn}(u,k)$
$S'\equiv\mathrm{sn}(u,k')$	$C'\equiv\mathrm{cn}(u,k')$	$D'\equiv\mathrm{dn}(u,k')$
$\bar{S}\equiv\mathrm{sn}(k_1'u,k/k_1')$	$\bar{C}\equiv\mathrm{cn}(k_1'u,k/k_1')$	$\bar{D}\equiv\mathrm{dn}(k_1'u,k/k_1')$
$\hat{S}\equiv\mathrm{sn}(\mathrm{i}u,k)$	$\hat{C}\equiv\mathrm{cn}(\mathrm{i}u,k)$	$\hat{D}\equiv\mathrm{dn}(\mathrm{i}u,k)$
$D_+\equiv D+\sqrt{k'}$	$D_-\equiv D-\sqrt{k'}$	$\Delta\equiv\sqrt{(D+1)(D+k')}$

u_1	k_1	$\mathrm{sn}(u_1,k_1)$	$\mathrm{cn}(u_1,k_1)$	$\mathrm{dn}(u_1,k_1)$
ku	$\frac{1}{k}$	kS	D	C
$k'u$	$\frac{\mathrm{i}k}{k'}$	$k'\frac{S}{D}$	$\frac{C}{D}$	$\frac{1}{D}$
$\mathrm{i}u$	k	$\mathrm{i}\frac{S'}{C'}$	$\frac{1}{C'}$	$\frac{D'}{C'}$
$\mathrm{i}u$	k'	$\mathrm{i}\frac{S}{C}$	$\frac{1}{C}$	$\frac{D}{C}$
$\mathrm{i}ku$	$\frac{\mathrm{i}k'}{k}$	$\mathrm{i}k\frac{S}{D}$	$\frac{1}{D}$	$\frac{C}{D}$
$\mathrm{i}k'u$	$\frac{1}{k'}$	$\mathrm{i}k'\frac{S}{C}$	$\frac{D}{C}$	$\frac{1}{C}$
$(1+k)u$	$\frac{2\sqrt{k}}{1+k}$	$\frac{(1+k)S}{1+kS^2}$	$\frac{CD}{1+kS^2}$	$\frac{1-kS^2}{1+kS^2}$
$(1+k')u$	$\frac{1-k'}{1+k'}$	$(1+k')\frac{SC}{D}$	$\frac{1-(1+k')S^2}{D}$	$\frac{1-(1-k')S^2}{D}$
$\mathrm{i}(1+k)u$	$\frac{1-k}{1+k}$	$\mathrm{i}(1+k)\frac{S}{CD}$	$\frac{1+kS^2}{CD}$	$\frac{1-kS^2}{CD}$
$\mathrm{i}(1+k')u$	$\frac{2\sqrt{k'}}{1+k'}$	$\frac{\mathrm{i}(1+k')SC}{1-(1+k')S^2}$	$\frac{D}{1-(1+k')S^2}$	$\frac{1-(1-k')S^2}{1-(1+k')S^2}$
$(k'+\mathrm{i}k)u$	$\frac{2\sqrt{\mathrm{i}kk'}}{k'+\mathrm{i}k}$	$\frac{(k'+\mathrm{i}k)SD}{1+k(\mathrm{i}k'-k)S^2}$	$\frac{C}{1+k(\mathrm{i}k'-k)S^2}$	$\frac{1-k(k+\mathrm{i}k')S^2}{1+k(\mathrm{i}k'-k)S^2}$
$\frac{(1+\sqrt{k'})^2}{2}u$	$\left(\frac{1-\sqrt{k'}}{1+\sqrt{k'}}\right)^2$	$\frac{1+\sqrt{k'}}{1-\sqrt{k'}}\frac{k^2SC}{\Delta^2}$	$\frac{\sqrt{2(1+k')}}{1-\sqrt{k'}}\frac{D_-}{\Delta}$	$\frac{\sqrt{2(1+k')}}{1+\sqrt{k'}}\frac{D_+}{\Delta}$
$2\sqrt{k}\,u$	$\frac{1+k}{2\sqrt{k}}$	$\frac{2\sqrt{k}\,S}{1+kS^2}$	$\frac{1-kS^2}{1+kS^2}$	$\frac{CD}{1+kS^2}$
u	$\mathrm{i}k$	$\frac{\bar{S}}{\sqrt{1+k^2}\,\bar{D}}$	$\frac{\bar{C}}{\bar{D}}$	$\frac{1}{\bar{D}}$
u	k'	$-\mathrm{i}\frac{\hat{S}}{\hat{C}}$	$\frac{1}{\hat{C}}$	$\frac{\hat{D}}{\hat{C}}$

雅可比ζ函数(Jacobian zeta function)

$$\mathrm{zn}(z)\equiv\mathrm{zn}(\mathrm{am}z,k)=\frac{\Theta'(z)}{\Theta(z)}$$

$\mathrm{am}z\equiv\mathrm{am}(z,k)$ $\quad$ $\mathrm{sn}z\equiv\mathrm{sn}(\mathrm{am}z,k)$

$\mathrm{cn}z\equiv\mathrm{cn}(\mathrm{am}z,k)$ $\quad$ $\mathrm{dn}z\equiv\mathrm{dn}(\mathrm{am}z,k)$

$$\begin{aligned}\mathrm{zn}(z)&=\int_0^z\left[\mathrm{dn}^2u-\frac{E}{K}\right]\mathrm{d}u=E(k,\mathrm{am}z)-\frac{E}{K}F(k,\mathrm{am}z)\\&=\frac{\pi}{2K}\frac{\vartheta_0'\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}{\vartheta_0\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}\\&=\frac{\pi}{2K}\frac{\vartheta_1'\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}{\vartheta_1\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}-\frac{\mathrm{cn}z\,\mathrm{dn}z}{\mathrm{sn}z}\\&=\frac{\pi}{2K}\frac{\vartheta_2'\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}{\vartheta_2\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}+\frac{\mathrm{dn}z\,\mathrm{sn}z}{\mathrm{cn}z}\end{aligned}$$

$$=\frac{\pi}{2K}\frac{\vartheta_3'\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}{\vartheta_3\left(\frac{\pi z}{2K}\right)}-k^2\frac{\mathrm{sn}z\ \mathrm{cn}z}{\mathrm{dn}z}$$

$$=\frac{\pi}{K}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{m\pi z}{K}}{\sinh\frac{m\pi K'}{K}} \qquad \left(\left|\mathrm{Im}\frac{z}{K}\right|<\mathrm{Im}\frac{\mathrm{i}K'}{K}\right)$$

$$=\left(1-\frac{E}{K}\right)z-\frac{2}{3!}k^2z^3+\frac{8}{5!}k^2(k^2+1)z^5-\frac{16}{7!}k^2(2k^4+13k^2+2)z^7+\frac{128}{9!}k^2(k^6+30k^4+30k^2+1)z^9-+\cdots$$

$$(|z|<K')$$

$$=-\frac{\cot\beta}{K}\sqrt{1-k^2\sin^2\beta}\int_0^K\frac{\mathrm{d}u}{1-\csc^2\beta\ \mathrm{sn}^2u}$$

$$=\frac{k^2\sin\beta\cos\beta}{K}\sqrt{1-k^2\sin^2\beta}\int_0^K\frac{\mathrm{sn}^2u}{1-k^2\sin^2\beta\ \mathrm{sn}^2u}\mathrm{d}u$$

$$\mathrm{zn}(-z)=-\mathrm{zn}(z)$$

$$\mathrm{zn}(z+2K)=\mathrm{zn}(z)$$

$$\mathrm{zn}(z+\mathrm{i}K')=\mathrm{zn}(z)+\frac{\mathrm{cn}z\ \mathrm{dn}z}{\mathrm{sn}z}-\frac{\mathrm{i}\pi}{2K}$$

$$\mathrm{zn}(z+\mathrm{i}2K')=\mathrm{zn}(z)-\frac{\mathrm{i}\pi}{K}$$

$$\mathrm{zn}(0)=0$$

$$\mathrm{zn}(mK)=0 \qquad (m=0,\pm1,\pm2,\cdots)$$

$$\mathrm{zn}(\mathrm{am}z,0)=0$$

$$\mathrm{zn}(\mathrm{am}z,1)=\tanh z$$

$$\mathrm{zn}\left(\arcsin\frac{1}{\sqrt{1+k'}},k\right)=\frac{k^2}{2(1+k')}$$

$$\lim_{\beta\to0}\frac{\mathrm{zn}(\beta,k)}{\sin\beta}=\frac{K-E}{K}$$

$$\mathrm{zn}(\alpha,k)\pm\mathrm{zn}(\beta,k)=\mathrm{zn}(\varphi,k)\pm k^2\sin\alpha\ \sin\beta\ \sin\varphi \qquad \left(\varphi=2\arctan\frac{\sin\alpha\ \sqrt{1-k^2\sin^2\beta}\pm\sin\beta\ \sqrt{1-k^2\sin^2\alpha}}{\cos\alpha+\cos\beta}\right)$$

$$\mathrm{zn}(\alpha\pm\mathrm{i}\beta,k)=\left[\mathrm{zn}(\alpha,k)+\frac{k^2\mathrm{sn}(\alpha,k)\mathrm{cn}(\alpha,k)\mathrm{dn}(\alpha,k)\mathrm{sn}^2(\beta,k')}{1-\mathrm{sn}^2(\beta,k')\mathrm{dn}^2(\alpha,k)}\right]$$
$$\mp\mathrm{i}\left[\mathrm{zn}(\beta,k')+\frac{\pi\beta}{2KK'}-\frac{\mathrm{dn}^2(\alpha,k)\mathrm{sn}(\beta,k')\mathrm{cn}(\beta,k')\mathrm{dn}(\beta,k')}{1-\mathrm{sn}^2(\beta,k')\mathrm{dn}^2(\alpha,k)}\right]$$

$$\mathrm{zn}(\mathrm{i}\alpha,k)=\mathrm{i}\left[\frac{\mathrm{sn}(\alpha,k')\mathrm{dn}(\alpha,k')}{\mathrm{cn}(\alpha,k')}-\mathrm{zn}(\alpha,k')-\frac{\pi\alpha}{2KK'}\right]$$

$$\mathrm{zn}(u\pm v)=\mathrm{zn}(u)\pm\mathrm{zn}(v)\mp k^2\mathrm{sn}u\ \mathrm{sn}v\ \mathrm{sn}(u\pm v)$$

$$2\mathrm{zn}(\beta,k)=\mathrm{zn}\left(\arccos\frac{1-2\sin^2\beta+k^2\sin^4\beta}{1-k^2\sin^4\beta},k\right)+\frac{2k^2\sin^3\beta\ \cos\beta}{1-k^2\sin^4\beta}\sqrt{1-k^2\sin^2\beta}$$

拉 梅 函 数

第一种拉梅函数(Lamé function of the first kind)

表 前几个第一种拉梅函数

(对于给定的 n,共有 $2n+1$ 个第一种拉梅函数,$-n\leqslant m\leqslant n$,按本征值由小到大排列)

n	m	第一种拉梅函数 $E_n^m(s)$	本征值 H_n^m
0	0	1	0
1	-1	$s^{1/2}$	$-1-h$
	0	$(s-1)^{1/2}$	$-h$
	1	$(s-h)^{1/2}$	-1

n	m	第一种拉梅函数 $E_n^m(s)$	本征值 H_n^m
2	-2	$s-\frac{1}{3}[(1+h)-\sqrt{1-h+h^2}]$	$-2(1+h)-2\sqrt{1-h+h^2}$
	-1	$s^{1/2}(s-1)^{1/2}$	$-1-4h$
	0	$s^{1/2}(s-h)^{1/2}$	$-4-h$
	1	$(s-1)^{1/2}(s-h)^{1/2}$	$-1-h$
2	2	$s-\frac{1}{3}[(1+h)+\sqrt{1-h+h^2}]$	$-2(1+h)+2\sqrt{1-h+h^2}$
3	-3	$s^{1/2}\left\{s-\frac{1}{5}\left[2(1+h)-\sqrt{4(1-h)^2+h}\right]\right\}$	$-5(1+h)-2\sqrt{4(1-h)^2+h}$
	-2	$(s-1)^{1/2}\left\{s-\frac{1}{5}\left[(1+2h)-\sqrt{1-h+4h^2}\right]\right\}$	$-(2+5h)-2\sqrt{1-h+4h^2}$
	-1	$(s-h)^{1/2}\left\{s-\frac{1}{5}\left[(2+h)-\sqrt{4-h+h^2}\right]\right\}$	$-(5+2h)-2\sqrt{4-h+h^2}$
	0	$s^{1/2}(s-1)^{1/2}(s-h)^{1/2}$	$-4(1+h)$
	1	$s^{1/2}\left\{s-\frac{1}{5}\left[2(1+h)+\sqrt{4(1-h)^2+h}\right]\right\}$	$-5(1+h)+2\sqrt{4(1-h)^2+h}$
	2	$(s-1)^{1/2}\left\{s-\frac{1}{5}\left[(1+2h)+\sqrt{1-h+4h^2}\right]\right\}$	$-(2+5h)+2\sqrt{1-h+4h^2}$
	3	$(s-h)^{1/2}\left\{s-\frac{1}{5}\left[(2+h)+\sqrt{4-h+h^2}\right]\right\}$	$-(5+2h)+2\sqrt{4-h+h^2}$

周期拉梅函数(periodic Lamé function)

表　周期为 $2K$ 和 $4K$ 的拉梅函数

[$n(n+1)$为实数，K 为第一类椭圆积分]

边 界 条 件	周期拉梅函数	本征值	周　期
$\Lambda'(-K)=\Lambda'(K)=0$	$Ec_n^m(z), m=0,1,2,\cdots$	a_n^m	$4K$
$\Lambda(-K)=\Lambda(K)=0$	$Es_n^m(z), m=1,2,3,\cdots$	b_n^m	$4K$
$\Lambda(0)=\Lambda(K)=0$	$Es_n^{2m}(z), m=1,2,3,\cdots$	b_n^{2m}	$2K$
$\Lambda'(0)=\Lambda(K)=0$	$Es_n^{2m+1}(z), m=0,1,2,\cdots$	b_n^{2m+1}	$4K$
$\Lambda(0)=\Lambda'(K)=0$	$Ec_n^{2m+1}(z), m=0,1,2,\cdots$	a_n^{2m+1}	$4K$
$\Lambda'(0)=\Lambda'(K)=0$	$Ec_n^{2m}(z), m=0,1,2,\cdots$	a_n^{2m}	$2K$
$\Lambda(0)=\Lambda(2K)=0$	$Es_n^{2m}(z), m=1,2,3,\cdots$	b_n^{2m}	$2K$
	$Ec_n^{2m+1}(z), m=0,1,2,\cdots$	a_n^{2m+1}	$4K$
$\Lambda'(0)=\Lambda'(2K)=0$	$Es_n^{2m+1}(z), m=0,1,2,\cdots$	b_n^{2m+1}	$4K$
	$Ec_n^{2m}(z), m=0,1,2,3,\cdots$	a_n^{2m}	$2K$

$a_n^0<a_n^1<a_n^2<\cdots$，当 $m\to\infty$，$a_n^m\to\infty$.

$b_n^1<b_n^2<b_n^3<\cdots$，当 $m\to\infty$，$b_n^m\to\infty$.

$a_n^1<b_n^2<a_n^3<b_n^4<\cdots$，$a_n^0<b_n^1<a_n^2<b_n^3<\cdots$

马蒂厄函数

马蒂厄函数(Mathieu function)

$$\begin{cases}\dfrac{d^2u}{dz^2}+[\lambda-2q\cos 2z]u=0\\ u(0)=u(\pi)=0\end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{ll}\text{本征值 } \lambda = b_n(q) & \text{本征函数 } u_n(z) = \mathrm{se}_n(z,q) \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}\ \mathrm{se}n(z,q)}{\mathrm{d}z}\right|_{z=0} > 0 & \displaystyle\int_0^{2\pi}[\mathrm{se}_n(z,q)]^2\mathrm{d}z = \pi\end{array}\right\} \qquad (n = 1,2,3,\cdots)$$

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}z^2}+[\lambda-2q\cos 2z]u=0 \\ u'(0)=u'(\pi)=0\end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{ll}\text{本征值 } \lambda = a_n(q) & \text{本征函数 } u_n(z) = \mathrm{ce}_n(z,q) \\ \mathrm{ce}_n(0,q) > 0 & \displaystyle\int_0^{2\pi}[\mathrm{ce}_n(z,q)]^2\mathrm{d}z = \pi\end{array}\right\} \qquad (n = 0,1,2,\cdots)$$

$$a_0<a_1<b_1<b_2<a_2<a_3<b_3<\cdots,q>0$$

$$a_0<b_1<a_1<b_2<a_2<b_3<a_3<\cdots,q<0$$

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi/2}\mathrm{ce}_{2k}(z,q)\mathrm{ce}_{2n}(z,q)\mathrm{d}z &= \int_0^{\pi/2}\mathrm{ce}_{2k+1}(z,q)\mathrm{ce}_{2n+1}(z,q)\mathrm{d}z \\ &= \int_0^{\pi/2}\mathrm{se}_{2k+1}(z,q)\mathrm{se}_{2n+1}(z,q)\mathrm{d}z \\ &= \int_0^{\pi/2}\mathrm{se}_{2k+2}(z,q)\mathrm{se}_{2n+2}(z,q)\mathrm{d}z=0 \qquad (k,n=0,1,2,\cdots,k\neq n)\end{aligned}$$

$$\int_0^{\pi}\mathrm{ce}_n(z,q)\mathrm{ce}_l(z,q)\mathrm{d}z=\int_0^{\pi}\mathrm{se}_{n+1}(z,q)\mathrm{se}_{l+1}(z,q)\mathrm{d}z=0 \qquad (l,n=0,1,2,\cdots,l\neq n)$$

$$\int_0^{2\pi}\mathrm{ce}_n(z,q)\mathrm{se}_{l+1}(z,q)\mathrm{d}z=0 \qquad (l,n=0,1,2,\cdots)$$

$$\mathrm{ce}_{2n}(z,q)=\mathrm{ce}_{2n}(-z,q)=\mathrm{ce}_{2n}(\pi-z,q)=\mathrm{ce}_{2n}(\pi+z,q)$$

$$\mathrm{ce}_{2n+1}(z,q)=\mathrm{ce}_{2n+1}(-z,q)=-\mathrm{ce}_{2n+1}(\pi-z,q)=-\mathrm{ce}_{2n+1}(\pi+z,q)$$

$$\mathrm{se}_{2n+1}(z,q)=-\mathrm{se}_{2n+1}(-z,q)=\mathrm{se}_{2n+1}(\pi-z,q)=-\mathrm{se}_{2n+1}(\pi+z,q)$$

$$\mathrm{se}_{2n+2}(z,q)=-\mathrm{se}_{2n+2}(-z,q)=-\mathrm{se}_{2n+2}(\pi-z,q)=\mathrm{se}_{2n+2}(\pi+z,q)$$

$$a_{2n}(-q)=a_{2n}(q)$$

$$a_{2n+1}(-q)=b_{2n+1}(q)$$

$$b_{2n+2}(-q)=b_{2n+2}(q)$$

$$\mathrm{ce}_{2n}(z,-q)=(-)^n\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2}-z,q\right)$$

$$\mathrm{se}_{2n+2}(z,-q)=(-)^n\mathrm{se}_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2}-z,q\right)$$

$$\mathrm{ce}_{2n+1}(z,-q)=(-)^n\mathrm{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2}-z,q\right)$$

$$\mathrm{se}_{2n+1}(z,-q)=(-)^n\mathrm{ce}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2}-z,q\right)$$

$$\mathrm{ce}_{2n}(z,q)=\sum_{r=0}^{\infty}A_{2r}^{(2n)}\cos 2rz$$

$$\left.\begin{array}{l}a_{2n}A_0^{(2n)}-qA_2^{(2n)}=0 \\ [a_{2n}-4]A_2^{(2n)}-q[2A_0^{(2n)}+A_4^{(2n)}]=0 \\ [a_{2n}-4r^2]A_{2r}^{(2n)}-q[A_{2r-2}^{(2n)}+A_{2r+2}^{(2n)}]=0 \\ \displaystyle\sum_{r=0}^{\infty}A_{2r}>0,\quad 2[A_0]^2+\sum_{r=1}^{\infty}[A_{2r}]^2=1\end{array}\right\} \qquad (r=2,3,\cdots)$$

$$\mathrm{ce}_{2n+1}(z,q)=\sum_{r=0}^{\infty}A_{2r+1}^{(2n+1)}\cos(2r+1)z$$

$$\left.\begin{array}{l}[a_{2n+1}-q-1]A_1^{(2n+1)}-qA_3^{(2n+1)}=0 \\ [a_{2n+1}-(2r+1)^2]A_{2r+1}^{(2n+1)}-q[A_{2r-1}^{(2n+1)}+A_{2r+3}^{(2n+1)}]=0 \\ \displaystyle\sum_{r=0}^{\infty}A_{2r+1}>0,\quad \sum_{r=0}^{\infty}[A_{2r+1}]^2=1\end{array}\right\} \qquad (r=1,2,\cdots)$$

$$\mathrm{se}_{2n+1}(z,q)=\sum_{r=0}^{\infty}B_{2r+1}^{(2n+1)}\sin(2r+1)z$$

$$\left.\begin{aligned}&[b_{2n+1}-q-1]B_1^{(2n+1)}-qB_3^{(2n+1)}=0\\&[b_{2n+1}-(2r+1)^2]B_{2r+1}^{(2n+1)}-q[B_{2r-1}^{(2n+1)}+B_{2r+3}^{(2n+1)}]=0\\&\sum_{r=0}^{\infty}(2r+1)B_{2r+1}>0,\quad \sum_{r=0}^{\infty}[B_{2r+1}]^2=1\end{aligned}\right\}\qquad (r=1,2,\cdots)$$

$$\mathrm{se}_{2n+2}(z,q)=\sum_{r=0}^{\infty}B_{2r+2}^{(2n+2)}\cos(2r+2)z$$

$$\left.\begin{aligned}&[b_{2n+2}-4]B_2^{(2n+2)}-qB_4^{(2n+2)}=0\\&[b_{2n+2}-(2r+2)^2]B_{2r+2}^{(2n+2)}-q[B_{2r}^{(2n+2)}+B_{2r+4}^{(2n+2)}]=0\\&\sum_{r=0}^{\infty}(2r+2)B_{2r+2}>0,\quad \sum_{r=0}^{\infty}[B_{2r+2}]^2=1\end{aligned}\right\}\qquad (r=1,2,\cdots)$$

$$\lim_{r\to\infty}\frac{r^2A_{2r+2}}{A_{2r}}=\lim_{r\to\infty}\frac{r^2A_{2r+1}}{A_{2r-1}}=\lim_{r\to\infty}\frac{r^2B_{2r+1}}{B_{2r-1}}=\lim_{r\to\infty}\frac{r^2B_{2r+2}}{B_{2r}}=-\frac{q}{4}$$

在下列公式中，$q=k^2$，

$$p_{2n}=\frac{1}{A_0^{(2n)}}\mathrm{ce}_{2n}(0)\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$p_{2n+1}=-\frac{1}{kA_1^{(2n+1)}}\mathrm{ce}_{2n+1}(0)\mathrm{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$s_{2n+1}=\frac{1}{kB_1^{(2n+1)}}\mathrm{se}'_{2n+1}(0)\mathrm{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$s_{2n+2}=\frac{1}{qB_2^{(2n+2)}}\mathrm{se}'_{2n+2}(0)\mathrm{se}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{aligned}\mathrm{ce}_{2n}(z,q)&=\frac{\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rA_{2r}^{(2n)}J_{2r}(2k\cos z)\\&=\frac{\mathrm{ce}_{2n}(0,q)}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rA_{2r}^{(2n)}I_{2r}(2k\sin z)\\&=\frac{p_{2n}}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rA_{2r}^{(2n)}J_r(k\mathrm{e}^{\mathrm{i}z})J_r(k\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{ce}_{2n+1}(z,q)&=-\frac{\mathrm{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{kA_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rA_{2r+1}^{(2n+1)}J_{2r+1}(2k\cos z)\\&=\frac{\mathrm{ce}_{2n+1}(0,q)}{kA_1^{(2n+1)}}\cot z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+1)A_{2r+1}^{(2n+1)}I_{2r+1}(2k\sin z)\\&=\frac{p_{2n+1}}{A_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rA_{2r+1}^{(2n+1)}[J_r(k\mathrm{e}^{\mathrm{i}z})J_{r+1}(k\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z})+J_{r+1}(k\mathrm{e}^{\mathrm{i}z})J_r(k\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z})]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{se}_{2n+1}(z,q)&=\frac{\mathrm{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{kB_1^{(2n+1)}}\tan z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+1)B_{2r+1}^{(2n+1)}J_{2r+1}(2k\cos z)\\&=\frac{\mathrm{se}'_{2n+1}(0,q)}{kB_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rB_{2r+1}^{(2n+1)}I_{2r+1}(2k\sin z)\\&=-\frac{s_{2n+1}}{\mathrm{i}B_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rB_{2r+1}^{(2n+1)}[J_r(k\mathrm{e}^{\mathrm{i}z})J_{r+1}(k\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z})-J_{r+1}(k\mathrm{e}^{\mathrm{i}z})J_r(k\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z})]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{se}_{2n+2}(z,q)&=-\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{qB_2^{(2n+2)}}\tan z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}J_{2r+2}(2k\cos z)\\&=\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}(0,q)}{qB_2^{(2n+2)}}\cot z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}I_{2r+2}(2k\sin z)\end{aligned}$$

$$=\frac{s_{2n+2}}{\mathrm{i}B_2^{(2n+2)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r B_{2r+2}^{(2n+2)}[J_r(k\mathrm{e}^{\mathrm{i}z})J_{r+2}(k\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z})-J_{r+2}(k\mathrm{e}^{\mathrm{i}z})J_r(k\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z})]$$

$$a_n(q)\sim b_n(q)\sim -2q+2(2n+1)\sqrt{q}-\frac{1}{4}(2n^2+2n+1) \qquad (q\to\infty)$$

$$\mathrm{ce}_n(z,q)\sim(-)^{[n/2]}\frac{2^n}{\sqrt{2k\pi}}\frac{p_n}{\cos^{n+1}z}\left[\cos^{2n+1}\left(\frac{z}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\exp(2k\sin z)+\sin^{2n+1}\left(\frac{z}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\exp(-2k\sin z)\right]$$

$$(-\pi/2<z<\pi/2,q\to\infty)$$

$$\mathrm{se}_n(z,q)\sim(-)^{[n/2]}\frac{2^{n-1}}{\sqrt{2k\pi}}\frac{s_n}{\cos^n z}\left[\cos^{2n-1}\left(\frac{z}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\exp(2k\sin z)-\sin^{2n-1}\left(\frac{z}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\exp(-2k\sin z)\right]$$

$$(-\pi/2<z<\pi/2,q\to\infty)$$

表 马蒂厄函数的对称性质

$f(z)$	$f(-z)$	$f(\pi-z)$	$f(\pi+z)$
$\mathrm{ce}_{2n}(z)$	$\mathrm{ce}_{2n}(z)$	$\mathrm{ce}_{2n}(z)$	$\mathrm{ce}_{2n}(z)$
$\mathrm{ce}_{2n+1}(z)$	$\mathrm{ce}_{2n+1}(z)$	$-\mathrm{ce}_{2n+1}(z)$	$-\mathrm{ce}_{2n+1}(z)$
$\mathrm{se}_{2n+1}(z)$	$-\mathrm{se}_{2n+1}(z)$	$\mathrm{se}_{2n+1}(z)$	$-\mathrm{se}_{2n+1}(z)$
$\mathrm{se}_{2n+2}(z)$	$-\mathrm{se}_{2n+2}(z)$	$-\mathrm{se}_{2n+2}(z)$	$\mathrm{se}_{2n+2}(z)$

第一类变形马蒂厄函数(modified Mathieu function of the first kind)

$$\mathrm{Ce}_{2n}(z,q)=\mathrm{ce}_{2n}(\mathrm{i}z,q)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r A_{2r}^{(2n)}J_{2r}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n}(0,q)}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}A_{2r}^{(2n)}J_{2r}(2k\sinh z)$$

$$=\frac{p_{2n}}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-1)^r A_{2r}^{(2n)}J_r(k\mathrm{e}^{-z})J_r(k\mathrm{e}^{z})$$

$$\mathrm{Ce}_{2n+1}(z,q)=\mathrm{ce}_{2n+1}(\mathrm{i}z,q)$$

$$=-\frac{\mathrm{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{kA_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r A_{2r+1}^{(2n+1)}J_{2r+1}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n+1}(0,q)}{kA_1^{(2n+1)}}\coth z\sum_{r=0}^{\infty}(2r+1)A_{2r+1}^{(2n+1)}J_{2r+1}(2k\sinh z)$$

$$=\frac{p_{2n+1}}{A_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-1)^r A_{2r+1}^{(2n+1)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})J_{r+1}(k\mathrm{e}^{z})+J_{r+1}(k\mathrm{e}^{-z})J_r(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Se}_{2n+1}(z,q)=-\mathrm{i}se_{2n+1}(\mathrm{i}z,q)$$

$$=\frac{\mathrm{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{kB_1^{(2n+1)}}\tanh z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+1)B_{2r+1}^{(2n+1)}J_{2r+1}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{se}'_{2n+1}(0,q)}{kB_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}B_{2r+1}^{(2n+1)}J_{2r+1}(2k\sinh z)$$

$$=\frac{s_{2n+1}}{B_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r B_{2r+1}^{(2n+1)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})J_{r+1}(k\mathrm{e}^{z})-J_{r+1}(k\mathrm{e}^{-z})J_r(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Se}_{2n+2}(z,q)=-\mathrm{i}se_{2n+2}(\mathrm{i}z,q)$$

$$=-\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{qB_2^{(2n+2)}}\tanh z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}J_{2r+2}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}(0,q)}{qB_2^{(2n+2)}}\coth z\sum_{r=0}^{\infty}(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}J_{2r+2}(2k\sinh z)$$

$$=-\frac{s_{2n+2}}{B_2^{(2n+2)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r B_{2r+2}^{(2n+2)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})J_{r+2}(k\mathrm{e}^{z})-J_{r+2}(k\mathrm{e}^{-z})J_r(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Ce}_{2n}(z,q)=-\frac{2\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{\pi A_0^{2n}}\int_0^{\infty}\sin(2k\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Ce}_{2n}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta \qquad (q>0,z>0)$$

$$\mathrm{Ce}_{2n+1}(z,q)=-\frac{2\mathrm{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{k\pi A_1^{2n+1}}\int_0^{\infty}\cos(2k\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Ce}_{2n+1}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta \qquad (q>0,z>0)$$

$$\mathrm{Se}_{2n+1}(z,q)=-\frac{4\mathrm{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{\pi B_1^{2n+1}}\int_0^{\infty}\sinh z\sinh\zeta\sin(2k\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Se}_{2n+1}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta \qquad (q>0,z>0)$$

$$\mathrm{Se}_{2n+2}(z,q)=-\frac{4\mathrm{se}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{k\pi B_2^{(2n+2)}}\int_0^{\infty}\sinh z\sinh\zeta\cos(2k\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Se}_{2n+2}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta \qquad (q>0,z>0)$$

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{Ce}(z,q)&\sim\frac{(-)^{[n/2]}p_n}{\sqrt{k\pi\cosh z}}\cos\left[2k\sinh z-(2n+1)\arctan\left(\tanh\frac{z}{2}\right)\right]\\ \mathrm{Se}(z,q)&\sim\frac{(-)^{[n/2]}s_n}{\sqrt{k\pi\cosh z}}\sin\left[2k\sinh z-(2n+1)\arctan\left(\tanh\frac{z}{2}\right)\right]\end{aligned}\right. \qquad (z>0,q\to\infty)$$

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{Ce}_{2n}(z,q)&\sim\sqrt{\frac{2}{k\pi}}p_{2n}\mathrm{e}^{-z/2}\cos\left(k\mathrm{e}^{z}-\frac{\pi}{4}\right)\\ \mathrm{Ce}_{2n+1}(z,q)&\sim\sqrt{\frac{2}{k\pi}}p_{2n+1}\mathrm{e}^{-z/2}\cos\left(k\mathrm{e}^{z}-\frac{3\pi}{4}\right)\\ \mathrm{Se}_{2n+1}(z,q)&\sim\sqrt{\frac{2}{k\pi}}s_{2n+1}\mathrm{e}^{-z/2}\cos\left(k\mathrm{e}^{z}-\frac{3\pi}{4}\right)\\ \mathrm{Se}_{2n+2}(z,q)&\sim\sqrt{\frac{2}{k\pi}}s_{2n+2}\mathrm{e}^{-z/2}\cos\left(k\mathrm{e}^{z}-\frac{\pi}{4}\right)\end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{Re}z\to\infty,|\arg k+\mathrm{Im}z|<\pi)$$

第二类变形马蒂厄函数(modified Mathieu functions of the second kind)

$$\mathrm{Fey}_{2n}(z,q)=\frac{\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r A_{2r}^{(2n)}N_{2r}(2k\cosh z) \qquad (|\cosh z|>1)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n}(0,q)}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}A_{2r}^{(2n)}N_{2r}(2k\sinh z) \qquad (|\sinh z|>1)$$

$$=\frac{p_{2n}}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r A_{2r}^{(2n)}J_r(k\mathrm{e}^{-z})N_r(k\mathrm{e}^{z})$$

$$\mathrm{Fey}_{2n+1}(z,q)=-\frac{\mathrm{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{kA_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r A_{2r+1}^{(2n+1)}N_{2r+1}(2k\cosh z) \qquad (|\cosh z|>1)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n+1}(0,q)}{kA_1^{(2n+1)}}\coth z\sum_{r=0}^{\infty}(2r+1)A_{2r+1}^{(2n+1)}N_{2r+1}(2k\sinh z) \qquad (|\sinh z|>1)$$

$$=\frac{p_{2n+1}}{A_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r A_{2r+1}^{(2n+1)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})N_{r+1}(k\mathrm{e}^{z})+J_{r+1}(k\mathrm{e}^{-z})N_r(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Gey}_{2n+1}(z,q)=\frac{\mathrm{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{kB_1^{(2n+1)}}\tanh z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+1)B_{2r+1}^{(2n+1)}N_{2r+1}(2k\cosh z) \qquad (|\cosh z|>1)$$

$$=\frac{\mathrm{se}'_{2n+1}(0,q)}{kB_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}B_{2r+1}^{(2n+1)}N_{2r+1}(2k\sinh z) \qquad (|\sinh z|>1)$$

$$=\frac{s_{2n+1}}{B_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r B_{2r+1}^{(2n+1)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})N_{r+1}(k\mathrm{e}^{z})-J_{r+1}(k\mathrm{e}^{-z})N_r(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Gey}_{2n+2}(z,q)=-\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{qB_2^{(2n+2)}}\tanh z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}N_{2r+2}(2k\cosh z)\qquad(|\cosh z|>1)$$

$$=\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}(0,q)}{qB_2^{(2n+2)}}\coth z\sum_{r=0}^{\infty}(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}N_{2r+2}(2k\sinh z)\qquad(|\sinh z|>1)$$

$$=-\frac{s_{2n+2}}{B_2^{(2n+2)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rB_{2r+2}^{(2n+2)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})N_{r+2}(k\mathrm{e}^{z})-J_{r+2}(k\mathrm{e}^{-z})N_r(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Fey}_{2n}(z,q)=-\frac{2\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{\pi A_0^{(2n)}}\int_0^{\infty}\cos(2k\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Ce}_{2n}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta\qquad(q>0,z>0)$$

$$\mathrm{Fey}_{2n+1}(z,q)=\frac{2\mathrm{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{k\pi A_1^{(2n+1)}}\int_0^{\infty}\sin(2k\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Ce}_{2n+1}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta\qquad(q>0,z>0)$$

$$\mathrm{Gey}_{2n+1}(z,q)=\frac{4\mathrm{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{\pi B_1^{(2n+1)}}\int_0^{\infty}\sinh z\sinh\zeta\cos(2k\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Se}_{2n+1}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta\qquad(q>0,z>0)$$

$$\mathrm{Gey}_{2n+2}(z,q)=-\frac{4\mathrm{se}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{k\pi B_2^{(2n+2)}}\int_0^{\infty}\sinh z\sinh\zeta\sin(2k\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Se}_{2n+2}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta\qquad(q>0,z>0)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\mathrm{Fey}_{2n}(z,q)\sim\sqrt{\frac{2}{k\pi}}p_{2n}\mathrm{e}^{-z/2}\sin\left(k\mathrm{e}^{z}-\frac{\pi}{4}\right)\\
&\mathrm{Fey}_{2n+1}(z,q)\sim\sqrt{\frac{2}{k\pi}}p_{2n+1}\mathrm{e}^{-z/2}\sin\left(k\mathrm{e}^{z}-\frac{3\pi}{4}\right)\\
&\mathrm{Gey}_{2n+1}(z,q)\sim\sqrt{\frac{2}{k\pi}}s_{2n+1}\mathrm{e}^{-z/2}\sin\left(k\mathrm{e}^{z}-\frac{3\pi}{4}\right)\\
&\mathrm{Gey}_{2n+2}(z,q)\sim\sqrt{\frac{2}{k\pi}}s_{2n+2}\mathrm{e}^{-z/2}\sin\left(k\mathrm{e}^{z}-\frac{\pi}{4}\right)
\end{aligned}\right\}\qquad(\mathrm{Re}z\to\infty,|\arg k+\mathrm{Im}z|<\pi)$$

第三类变形马蒂厄函数(modified Mathieu functions of the third kind)

$$\mathrm{Fek}_{2n}(z,q)=\frac{\mathrm{i}}{2}[\mathrm{Ce}_{2n}(z,q)+\mathrm{iFey}_{2n}(z,q)]$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{\pi A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}A_{2r}^{(2n)}K_{2r}(-2\mathrm{i}k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n}(0,q)}{\pi A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rA_{2r}^{(2n)}K_{2r}(-2\mathrm{i}k\sinh z)$$

$$\mathrm{Fek}_{2n+1}(z,q)=-\frac{1}{2}[\mathrm{Ce}_{2n+1}(z,q)+\mathrm{iFey}_{2n+1}(z,q)]$$

$$=-\frac{\mathrm{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{k\pi A_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}A_{2r+1}^{(2n+1)}K_{2r+1}(-2\mathrm{i}k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n+1}(0,q)}{k\pi A_1^{(2n+1)}}\coth z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+1)A_{2r+1}^{(2n+1)}K_{2r+1}(-2\mathrm{i}k\sinh z)$$

$$\mathrm{Gek}_{2n+1}(z,q)=-\frac{1}{2}[\mathrm{Se}_{2n+1}(z,q)+\mathrm{iGey}_{2n+1}(z,q)]$$

$$=\frac{\mathrm{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{k\pi B_1^{(2n+1)}}\tanh z\sum_{r=0}^{\infty}(2r+1)B_{2r+1}^{(2n+1)}K_{2r+1}(-2\mathrm{i}k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{se}'_{2n+1}(0,q)}{k\pi B_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rB_{2r+1}^{(2n+1)}K_{2r+1}(-2\mathrm{i}k\sinh z)$$

$$\mathrm{Gek}_{2n+2}(z,q)=\frac{\mathrm{i}}{2}[\mathrm{Se}_{2n+2}(z,q)+\mathrm{iGey}_{2n+2}(z,q)]$$

$$=-\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{q\pi B_2^{(2n+2)}}\tanh z\sum_{r=0}^{\infty}(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}K_{2r+2}(-2ik\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}(0,q)}{q\pi B_2^{(2n+2)}}\coth z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}K_{2r+2}(-2ik\sinh z)$$

$$\mathrm{Fek}_{2n}(z,q)=\frac{\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{\pi A_0^{(2n)}}\int_0^{\infty}\exp(2ik\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Ce}_{2n}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta \qquad (q>0,z>0)$$

$$\mathrm{Fek}_{2n+1}(z,q)=-\frac{\mathrm{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{k\pi A_1^{(2n+1)}}\int_0^{\infty}\exp(2ik\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Ce}_{2n+1}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta \qquad (q>0,z>0)$$

$$\mathrm{Gek}_{2n+1}(z,q)=-\frac{2\mathrm{ise}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{\pi B_1^{(2n+1)}}\int_0^{\infty}\sinh z\sinh\zeta\exp(2ik\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Se}_{2n+1}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta \qquad (q>0,z>0)$$

$$\mathrm{Gek}_{2n+2}(z,q)=-\frac{2\mathrm{ise}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{k\pi B_2^{(2n+2)}}\int_0^{\infty}\sinh z\sinh\zeta\exp(2ik\cosh z\cosh\zeta)\mathrm{Se}_{2n+2}(\zeta,q)\mathrm{d}\zeta \qquad (q>0,z>0)$$

$$\mathrm{Me}_{2n}^{(1)}(z,q)=\mathrm{Ce}_{2n}(z,q)+\mathrm{iFey}_{2n}(z,q)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rA_{2r}^{(2n)}H_{2r}^{(1)}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n}(0,q)}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}A_{2r}^{(2n)}H_{2r}^{(1)}(2k\sinh z)$$

$$=\frac{p_{2n}}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rA_{2r}^{(2n)}J_r(k\mathrm{e}^{-z})H_r^{(1)}(k\mathrm{e}^{z})$$

$$\mathrm{Me}_{2n+1}^{(1)}(z,q)=\mathrm{Ce}_{2n+1}(z,q)+\mathrm{iFey}_{2n+1}(z,q)$$

$$=-\frac{\mathrm{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{kA_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rA_{2r+1}^{(2n+1)}H_{2r+1}^{(1)}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n+1}(0,q)}{kA_1^{(2n+1)}}\coth z\sum_{r=0}^{\infty}(2r+1)A_{2r+1}^{(2n+1)}H_{2r+1}^{(1)}(2k\sinh z)$$

$$=\frac{p_{2n+1}}{A_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rA_{2r+1}^{(2n+1)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})H_{r+1}^{(1)}(k\mathrm{e}^{z})+J_{r+1}(k\mathrm{e}^{-z})H_r^{(1)}(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Ne}_{2n+1}^{(1)}(z,q)=\mathrm{Se}_{2n+1}(z,q)+\mathrm{iGey}_{2n+1}(z,q)$$

$$=\frac{\mathrm{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{kB_1^{(2n+1)}}\tanh z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+1)B_{2r+1}^{(2n+1)}H_{2r+1}^{(1)}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{se}'_{2n+1}(0,q)}{kB_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}B_{2r+1}^{(2n+1)}H_{2r+1}^{(1)}(2k\sinh z)$$

$$=\frac{s_{2n+1}}{B_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rB_{2r+1}^{(2n+1)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})H_{r+1}^{(1)}(k\mathrm{e}^{z})-J_{r+1}(k\mathrm{e}^{-z})H_r^{(1)}(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Ne}_{2n+2}^{(1)}(z,q)=-\mathrm{Se}_{2n+2}(z,q)+\mathrm{iGey}_{2n+2}(z,q)$$

$$=-\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{qB_2^{(2n+2)}}\tanh z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}H_{2r+2}^{(1)}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}(0,q)}{qB_2^{(2n+2)}}\coth z\sum_{r=0}^{\infty}(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}H_{2r+2}^{(1)}(2k\sinh z)$$

$$=-\frac{s_{2n+2}}{B_2^{(2n+2)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^rB_{2r+2}^{(2n+2)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})H_{r+2}^{(1)}(k\mathrm{e}^{z})-J_{r+2}(k\mathrm{e}^{-z})H_r^{(1)}(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Me}_{2n}^{(2)}(z,q)=\mathrm{Ce}_{2n}(z,q)-\mathrm{iFey}_{2n}(z,q)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r A_{2r}^{(2n)}H_{2r}^{(2)}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n}(0,q)}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}A_{2r}^{(2n)}H_{2r}^{(2)}(2k\sinh z)$$

$$=\frac{p_{2n}}{A_0^{(2n)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r A_{2r}^{(2n)}J_r(k\mathrm{e}^{-z})H_r^{(2)}(k\mathrm{e}^{z})$$

$$\mathrm{Me}_{2n+1}^{(2)}(z,q)=-\mathrm{Ce}_{2n+1}(z,q)-\mathrm{i}\mathrm{Fey}_{2n+1}(z,q)$$

$$=-\frac{\mathrm{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{kA_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r A_{2r+1}^{(2n+1)}H_{2r+1}^{(2)}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{ce}_{2n+1}(0,q)}{kA_1^{(2n+1)}}\coth z\sum_{r=0}^{\infty}(2r+1)A_{2r+1}^{(2n+1)}H_{2r+1}^{(2)}(2k\sinh z)$$

$$=\frac{p_{2n+1}}{A_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r A_{2r+1}^{(2n+1)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})H_{r+1}^{(2)}(k\mathrm{e}^{z})+J_{r+1}(k\mathrm{e}^{-z})H_r^{(2)}(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Ne}_{2n+1}^{(2)}(z,q)=\mathrm{Se}_{2n+1}(z,q)-\mathrm{i}\mathrm{Gey}_{2n+1}(z,q)$$

$$=\frac{\mathrm{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{kB_1^{(2n+1)}}\tanh z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+1)B_{2r+1}^{(2n+1)}H_{2r+1}^{(2)}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{se}'_{2n+1}(0,q)}{kB_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}B_{2r+1}^{(2n+1)}H_{2r+1}^{(2)}(2k\sinh z)$$

$$=\frac{s_{2n+1}}{B_1^{(2n+1)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r B_{2r+1}^{(2n+1)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})H_{r+1}^{(2)}(k\mathrm{e}^{z})-J_{r+1}(k\mathrm{e}^{-z})H_r^{(2)}(k\mathrm{e}^{z})]$$

$$\mathrm{Ne}_{2n+2}^{(2)}(z,q)=-\mathrm{Se}_{2n+2}(z,q)-\mathrm{i}\mathrm{Gey}_{2n+2}(z,q)$$

$$=-\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2},q\right)}{qB_2^{(2n+2)}}\tanh z\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}H_{2r+2}^{(2)}(2k\cosh z)$$

$$=\frac{\mathrm{se}'_{2n+2}(0,q)}{qB_2^{(2n+2)}}\coth z\sum_{r=0}^{\infty}(2r+2)B_{2r+2}^{(2n+2)}H_{2r+2}^{(2)}(2k\sinh z)$$

$$=-\frac{s_{2n+2}}{B_2^{(2n+2)}}\sum_{r=0}^{\infty}(-)^r B_{2r+2}^{(2n+2)}[J_r(k\mathrm{e}^{-z})H_{r+2}^{(2)}(k\mathrm{e}^{z})-J_{r+2}(k\mathrm{e}^{-z})H_r^{(2)}(k\mathrm{e}^{z})]$$

正交多项式

勒让德多项式(Legendre polynomial)

$$P_n(z)=\frac{1}{2^n n!}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}z^n}(z^2-1)^n=F\left(-n,n+1;1;\frac{1-z}{2}\right)$$

$$=\frac{(2n)!}{2^n(n!)^2}z^nF\left(-\frac{n}{2},\frac{1-n}{2};\frac{1}{2}-n;z^{-2}\right)$$

$$=\frac{1}{2^n}\sum_{k=0}^{[n/2]}\frac{(-)^k(2n-2k)!}{k!\ (n-k)!\ (n-2k)!}z^{n-2k}$$

$$P_n(\cos\theta)=F\left(-n,n+1;1;\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2^{2n}}\sum_{k=0}^{n}\binom{2k}{k}\binom{2n-2k}{n-k}\cos(n-2k)\theta$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta\cos\varphi)^n\mathrm{d}\varphi$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\int_0^{\theta}\frac{\cos\frac{2n+1}{2}\varphi}{\sqrt{\cos\varphi-\cos\theta}}\mathrm{d}\varphi$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\int_{\theta}^{\pi}\frac{\sin\frac{2n+1}{2}\varphi}{\sqrt{\cos\theta-\cos\varphi}}\mathrm{d}\varphi$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-2hz+h^2}}=\begin{cases}\sum_{n=0}^{\infty}P_n(z)h^n & (|h|<\min|z\pm\sqrt{z^2-1}|)\\ \sum_{n=0}^{\infty}P_n(z)h^{-n-1} & (|h|>\max|z\pm\sqrt{z^2-1}|)\end{cases}$$

$$\mathrm{e}^{z\cos\theta}J_0(z\sin\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}P_n(\cos\theta)z^n$$

$$\int_{-1}^{1}P_n(x)P_m(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{2n+1}\delta_{nm}$$

$$\int_{-1}^{1}x^kP_n(x)\mathrm{d}x=0 \qquad (k=0,1,2,\cdots,n-1)$$

$$\int_{0}^{1}z^{\lambda}P_n(x)\mathrm{d}x=\begin{cases}\frac{\lambda(\lambda-2)\cdots(\lambda-n+2)}{(\lambda+n+1)(\lambda+n-1)\cdots(\lambda+1)} & n\text{ 为偶数}\\ \frac{(\lambda-1)(\lambda-3)\cdots(\lambda-n+2)}{(\lambda+n+1)(\lambda+n-1)\cdots(\lambda+2)} & n\text{ 为奇数}\end{cases} \qquad (\mathrm{Re}\lambda>-1)$$

$$\int_{-1}^{1}P_n'(x)P_m(x)\mathrm{d}x=\begin{cases}2 & n-m\text{ 为正奇数}\\ 0 & \text{其它情形}\end{cases}$$

$$\int_{1}^{1}P_n'(x)P_m'(x)\mathrm{d}x=\begin{cases}m(m+1) & n-m\text{ 为正偶数}\\ n(n+1) & m-n\text{ 为正偶数}\\ 0 & n-m\text{ 为奇数}\end{cases}$$

$$\int_{-1}^{1}P_n(x)\ln(1-x)\mathrm{d}x=\begin{cases}-\frac{2}{n(n+1)} & n=1,2,3,\cdots\\ 2(\ln2-1) & n=0\end{cases}$$

$$\int_{-1}^{1}\frac{P_n(x)}{(1-x)^{\alpha}}\mathrm{d}z=2^{1-\alpha}\frac{\Gamma(1-\alpha)\Gamma(n+\alpha)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(n-\alpha+2)} \qquad (0<\alpha<1)$$

$$\int_{0}^{1}x^{-1/2}P_n(x)\mathrm{d}x=(-)^{[n/2]}\frac{2}{2n+1}$$

$$\int_{0}^{\pi}P_{2n}(\cos\theta)\mathrm{d}\theta=\frac{\pi}{2^{4n}}\left[\frac{(2n)!}{n!\ n!}\right]^2$$

$$\int_{0}^{\pi}P_{2n+1}(\cos\theta)\cos\theta\ \mathrm{d}\theta=\frac{\pi}{2^{4n+2}}\frac{(2n)!}{n!\ n!}\frac{(2n+2)!}{(n+1)!\ (n+1)!}$$

$P_0(x)=1$ $\qquad$ $P_0(\cos\theta)=1$

$P_1(x)=x$ $\qquad$ $P_1(\cos\theta)=\cos\theta$

$P_2(x)=\frac{1}{2}(3x^2-1)$ $\qquad$ $P_2(\cos\theta)=\frac{1}{4}(3\cos2\theta+1)$

$P_3(x)=\frac{1}{2}(5x^3-3x)$ $\qquad$ $P_3(\cos\theta)=\frac{1}{8}(5\cos3\theta+3\cos\theta)$

$P_4(x)=\frac{1}{8}(35x^4-30x^2+3)$ $\qquad$ $P_4(\cos\theta)=\frac{1}{64}(35\cos4\theta+20\cos2\theta+9)$

$P_5(x)=\frac{1}{8}(63x^5-70x^3+15x)$ $\qquad$ $P_5(\cos\theta)=\frac{1}{128}(63\cos5\theta+35\cos3\theta+30\cos\theta)$

$$P_n(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{(-)^k}{2^{k+1}}\frac{(n+k)!}{(n-k)!\ (k!)^2}[(1-x)^k+(-)^k(1+x)^k]$$

$$P_0(x)<P_1(x)<P_2(x)<\cdots<P_n(x)<\cdots \qquad (x>1)$$

$$\sum_{k=0}^{n}P_k(x)>0 \qquad (x>-1)$$

$P_n(1)=1$ $\qquad$ $P_n(-1)=(-1)^n$

$P_n^{(r)}(1)=\frac{(n+r)!}{2^r r!\ (n-r)!}$ $\qquad$ $P_n^{(r)}(-1)=(-)^{n-r}\frac{(n+r)!}{2^r r!\ (n-r)!}$

$$P_{2n}(0)=(-)^n\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \qquad P_{2n+1}(0)=0$$

$$P^{(r)}(0)=\begin{cases}(-)^k\dfrac{\Gamma(n-k+1/2)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(k+1)}2^r & n-r=2k,k=0,1,2,\cdots,[n/2]\\ 0 & \text{其它情形}\end{cases}$$

$$P_n(-x)=(-)^nP_n(x)$$

$$(n+1)P_{n+1}(z)-(2n+1)zP_n(z)+nP_{n-1}(z)=0$$

$$(z^2-1)\frac{\mathrm{d}P_n(z)}{\mathrm{d}z}=n[zP_n(z)-P_{n-1}(z)]$$

$$=\frac{n(n+1)}{2n+1}[P_{n+1}(z)-P_{n-1}(z)]=(n+1)[P_{n+1}(z)-zP_n(z)]$$

$$P_{n+r}^{(r)}(x)=(2r-1)!!\sum_{j_1+j_2+\cdots+j_{2r+1}=n}P_{j_1}(x)P_{j_2}(x)\cdots P_{j_{2r+1}}(x)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n}P_n(\cos 2\theta)=-\ln\sin\theta-\ln(1+\sin\theta)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n+1}P_n(\cos 2\theta)=\ln\frac{1+\sin\theta}{\sin\theta}-1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{n(n+1)}P_n(x)P_n(y)=2\ln 2-1-\ln[(1-x)(1+y)], \qquad (-1<x\leqslant y<1)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{n}x_i^k=\frac{1}{2}n(n-1) \qquad \text{其中 } x_i \text{ 是 } P_n(x) \text{ 的零点}, i=1,2,\cdots,n$$

$$|P_n(x)|\leqslant 1 \qquad (-1\leqslant x\leqslant 1)$$

$$|P_n(x)|\leqslant\sqrt{\frac{2}{n\pi}}\frac{1}{\sqrt[4]{1-x^2}} \qquad (-1\leqslant x\leqslant 1, n\geqslant 1)$$

$$\left|\frac{\mathrm{d}P_n(x)}{\mathrm{d}x}\right|<\frac{2}{1-x^2}\sqrt{\frac{n}{\pi}} \qquad (-1<x<1, n\geqslant 1)$$

$$\left|\frac{\mathrm{d}P_n(x)}{\mathrm{d}x}\right|\leqslant\frac{1}{2}n(n+1) \qquad (-1\leqslant x\leqslant 1)$$

$$\frac{1-[P_n(x)]^2}{(2n-1)(n+1)}\leqslant[P_n(x)]^2-P_{n-1}(x)P_{n+1}(x)<\frac{2n+1}{3n(n+1)}$$

另有部分公式见“勒让德函数”.

切比雪夫多项式(Chebyshev polynomials)

$$T_n(x)=(-)^n\frac{\sqrt{1-x^2}}{(2n-1)!!}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}[(1-x^2)^{n-1/2}]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\left(x+\mathrm{i}\sqrt{1-x^2}\right)^n+\left(x-\mathrm{i}\sqrt{1-x^2}\right)^n\right]$$

$$=F\left(n,-n;\frac{1}{2};\frac{1-x}{2}\right)$$

$$=\sum_{k=0}^{[n/2]}(-)^k\binom{n}{2k}x^{n-2k}(1-x^2)^k$$

$$=\frac{n}{2}\sum_{k=0}^{[n/2]}(-)^k\frac{(n-k-1)!}{k!\ (n-2k)!}(2x)^{n-2k}$$

$$=\cos(n\arccos x)$$

$$T_n(\cos\theta)=\cos n\theta$$

$$T_0(x)=1$$

$$T_1(x)=x$$

$$T_2(x)=2x^2-1$$

$$T_3(x)=4x^3-3x$$

$$T_4(x)=8x^4-8x^2+1$$

$T_5(x)=16x^5-20x^3+5x$

$T_{n+1}(x)=2xT_n(x)-T_{n-1}(x)$

$(1-x^2)T'_n(x)=n[T_{n-1}(x)-xT_n(x)]$

$$\frac{1-t^2}{1-2tx+t^2}=T_0(x)+2\sum_{n=1}^{\infty}T_n(x)t^n \qquad (|t|<\min|x\pm\sqrt{x^2-1}|)$$

$$\int_{-1}^{1}\frac{T_m(x)T_n(x)}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}(1+\delta_{n0})\delta_{mn}$$

$$\sum_{i=0}^{k}T_m(u_i)T_n(u_i)=\begin{cases}0 & m\neq n \text{ 或 } m=n=k+1\\ \dfrac{k+1}{2} & 1\leqslant m=n\leqslant k\\ k+1 & m=n=0\end{cases}$$

u_i 为 $T_{k+1}(x)$ 的零点，$i=0,1,2,\cdots,k$

$$U_n(x)=\frac{(-)^n}{\sqrt{1-x^2}}\frac{n+1}{(2n+1)!!}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}[(1-x^2)^{n+1/2}]$$

$$=(n+1)F\left(-n,n+2;\frac{3}{2};\frac{1-x}{2}\right)$$

$$=\sum_{k=0}^{[n/2]}(-)^k\frac{(n-k)!}{k!\ (n-2k)!}(2x)^{n-2k}$$

$$U_n(\cos\theta)=\frac{\sin(n+1)\theta}{\sin\theta}$$

$U_0(x)=1$

$U_1(x)=2x$

$U_2(x)=4x^2-1$

$U_3(x)=8x^3-4x$

$U_4(x)=16x^4-12x^2+1$

$U_5(x)=32x^5-32x^3+6x$

$U_{n+1}(x)=2xU_n(x)-U_{n-1}(x)$

$(1-x^2)U'_n(x)=(n+1)U_{n-1}(x)-nxU_n(x)$

$T_n(x)=U_n(x)-xU_{n-1}(x)$

$(1-x^2)U_{n-1}(x)=xT_n(x)-T_{n+1}(x)$

$T'_n(x)=nU_{n-1}(x)$

$$\frac{1}{1-2tx+t^2}=\sum_{n=0}^{\infty}U_n(x)t^n \qquad (|t|<\min|x\pm\sqrt{x^2-1}|)$$

$$\int_{-1}^{1}U_m(x)U_n(x)\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\delta_{mn}$$

拉盖尔多项式(Laguerre polynomial)

$$L_n(x)=\frac{1}{n!}\mathrm{e}^x\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}[\mathrm{e}^{-x}x^n]=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-)^k}{k!}\binom{n}{k}x^k=L_n^{(0)}(x)$$

$L_0(x)=1$

$L_1(x)=-x+1$

$$L_2(x)=\frac{x^2-4x+2}{2}$$

$$L_3(x)=\frac{-x^3+9x^2-18x+6}{6}$$

$$L_4(x)=\frac{x^4-16x^3+72x^2-96x+24}{24}$$

$$L_5(x)=\frac{-x^5+25x^4-200x^3+600x^2-600x+120}{120}$$

$(n+1)L_{n+1}(x)=(2n+1-x)L_n(x)-nL_{n-1}(x)$

$$\frac{1}{1-t}\exp\left[-\frac{xt}{1-t}\right]=\sum_{n=0}^{\infty}L_n(x)t^n \qquad (|t|<1)$$

$$\int_0^{\infty}L_m(x)L_n(x)\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x=\delta_{mn}$$

广义拉盖尔多项式(generalized Laguerre polynomial)

$$L_n^{(\alpha)}(x)=\frac{1}{n!}x^{-\alpha}\mathrm{e}^x\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}[x^{n+\alpha}\mathrm{e}^{-x}]=\sum_{k=0}^{n}\frac{(-)^k}{k!}\binom{n+\alpha}{n-k}x^k$$

$$=\frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{n!\ \Gamma(\alpha+1)}F(-n;\alpha+1;x)$$

$$=\frac{1}{n!}\mathrm{e}^x x^{-\alpha/2}\int_0^{\infty}t^{n+\alpha/2}J_\alpha(2\sqrt{xt})\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t \qquad (n+\alpha>-1)$$

$$L_n^{(-1/2)}(x)=\frac{1}{n!\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^x\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-t}t^{n-1/2}\cos(2\sqrt{xt})\mathrm{d}t=\frac{(-)^n}{n!\ 2^{2n}}H_{2n}(\sqrt{x})$$

$$L_n^{(1/2)}(x)=\frac{1}{n!\sqrt{\pi x}}\mathrm{e}^x\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-t}t^n\sin(2\sqrt{xt})\mathrm{d}t=\frac{(-)^n}{n!\ 2^{2n+1}\sqrt{x}}H_{2n+1}(\sqrt{x})$$

$$L_n^{(\alpha)}(0)=\frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{n!\ \Gamma(\alpha+1)}$$

$$\frac{1}{(1-t)^{\alpha+1}}\exp\left[\frac{xt}{t-1}\right]=\sum_{n=0}^{\infty}L_n^{(\alpha)}(x)t^n \qquad (|t|<1,\alpha\neq-1,-2,-3,\cdots)$$

$$\int_0^{\infty}L_m^{(\alpha)}(x)L_n^{(\alpha)}(x)x^\alpha\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x=\frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{n!}\delta_{mn}$$

$$(n+1)L_{n+1}^{(\alpha)}(x)=(2n+\alpha+1-x)L_n^{(\alpha)}(x)-(n+\alpha)L_{n-1}^{(\alpha)}(x)$$

$$L_n^{(\alpha)}(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{(\alpha-\beta)_k}{k!}L_{n-k}^{(\beta)}(x)$$

$$x\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}L_n^{(\alpha)}(x)=nL_n^{(\alpha)}(x)-(n+\alpha)L_{n-1}^{(\alpha)}(x)$$

$$=(n+1)L_{n+1}^{(\alpha)}(x)-(n+\alpha+1-x)L_n^{(\alpha)}(x)=-xL_{n-1}^{(\alpha+1)}(x)$$

$$\frac{\mathrm{d}^kL_n^{(\alpha)}(x)}{\mathrm{d}x^k}=(-)^kL_{n-k}^{(\alpha+k)}(x)$$

$$\int_x^{\infty}\mathrm{e}^{-t}L_n^{(\alpha)}(t)\mathrm{d}t=\mathrm{e}^{-x}[L_n^{(\alpha)}(x)-L_{n-1}^{(\alpha)}(x)]$$

$$L_n^{(\alpha+\beta+1)}(x+y)=\sum_{k=0}^{n}L_k^{(\alpha)}(x)L_{n-k}^{(\beta)}(y)$$

$$\mathrm{e}^x x^\alpha\Gamma(\alpha,x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n+1}L_n^{(\alpha)}(x) \qquad (\alpha>-1,x>0)$$

$$|L_n^{(\alpha)}(x)|\leqslant\begin{cases}\dfrac{\Gamma(n+\alpha+1)}{n!\ \Gamma(\alpha+1)}\mathrm{e}^{x/2} & x\geqslant0,\alpha\geqslant0\\ \left[2-\dfrac{\Gamma(n+\alpha+1)}{n!\ \Gamma(\alpha+1)}\right]\mathrm{e}^{x/2} & x\geqslant0,-1<\alpha<0\end{cases}$$

埃尔米特多项式(Hermite polynomial)

$$H_n(x)=(-)^n\mathrm{e}^{x^2}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}\mathrm{e}^{x^2}=\sum_{k=0}^{[n/2]}\frac{(-)^kn!}{k!\ (n-2k)!}(2x)^{n-2k}$$

$$=\frac{2^{n+1}}{\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{x^2}\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-t^2}t^n\cos\left(2xt-\frac{n\pi}{2}\right)\mathrm{d}t$$

$$H_0(x)=1$$

$$H_1(x)=2x$$

$$H_2(x)=4x^2-2$$

$$H_3(x)=8x^3-12x$$

$$H_4(x)=16x^4-48x^2+12$$

$$H_5(x)=32x^5-160x^3+120x$$

$$H_{2n}(x)=\frac{(-)^n(2n)!}{n!}F\left(-n;\frac{1}{2};x^2\right)$$

$$H_{2n+1}(x)=\frac{(-)^n(2n+1)!}{n!}2xF\left(-n;\frac{3}{2};x^2\right)$$

$$H_{2n}(0)=(-)^n\frac{(2n)!}{n!} \qquad H_{2n+1}(0)=0$$

$$H'_{2n}(0)=0 \qquad H'_{2n+1}(0)=(-)^n\frac{2(2n+1)!}{n!}$$

$$H_{n+1}(x)=2xH_n(x)-2nH_{n-1}(x)$$

$$H'_n(x)=2nH_{n-1}(x)$$

$$H_n(-x)=(-)^nH_n(x)$$

$$e^{2xt-t^2}=\sum_{n=0}^{\infty}H_n(x)\frac{t^n}{n!}$$

$$e^{-1}\sinh 2x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!}H_{2n+1}(x)$$

$$e^{-1}\cosh 2x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n)!}H_{2n}(x)$$

$$e\sin 2x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-)^n}{(2n+1)!}H_{2n+1}(x)$$

$$e\cos 2x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-)^n}{(2n)!}H_{2n}(x)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{(-)^n\sqrt{n}}{2^{2n}n!}H_{2n}\left(\frac{x}{2\sqrt{n}}\right)\right]=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\cos x$$

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{(-)^n}{2^{2n}n!}H_{2n+1}\left(\frac{x}{2\sqrt{n}}\right)\right]=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sin x$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}H_m(x)H_n(x)e^{-x^2}dx=2^nn!\sqrt{\pi}\,\delta_{mn}$$

$$H_n(x)=\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)}e^{x^2/2}\left[\cos\left(\sqrt{2n+1}x-\frac{n\pi}{2}\right)+\frac{x^3}{6}\frac{1}{\sqrt{2n+1}}\sin\left(\sqrt{2n+1}x-\frac{n\pi}{2}\right)+O\left(\frac{1}{n}\right)\right] \qquad (n\to\infty)$$

$$H_{2n}(x)=(-)^n2^n(2n-1)!!e^{x^2/2}\left[\cos\sqrt{4n+1}x+O\left(\frac{1}{\sqrt[4]{n}}\right)\right] \qquad (x\to\infty)$$

$$H_{2n+1}(x)=(-)^n2^{n+1/2}(2n-1)!!\sqrt{2n+1}e^{x^2/2}\left[\sin\sqrt{4n+3}x+O\left(\frac{1}{\sqrt[4]{n}}\right)\right] \qquad (x\to\infty)$$

$$|H_n(x)|<ke^{x^2/2}2^{n/2}(n!)^{1/2}, \qquad (k=1.086435\cdots)$$

$$|H_{2n}(x)|\leqslant e^{x^2/2}[2^{2n+1}n!-2^n(2n-1)!!] \qquad (x\geqslant 0)$$

$$|H_{2n+1}(x)|\leqslant xe^{x^2/2}2^{n+1}(2n+1)!! \qquad (x\geqslant 0)$$

雅可比多项式(Jacobi polynomial)

$$\begin{aligned}P_n^{(\alpha,\beta)}(x)&=\frac{(-)^n}{2^nn!}(1-x)^{-\alpha}(1+x)^{-\beta}\frac{d^n}{dx^n}[(1-x)^{n+\alpha}(1+x)^{n+\beta}]\\&=\frac{1}{2^n}\sum_{k=0}^{n}\binom{n+\alpha}{k}\binom{n+\beta}{n-k}(x-1)^{n-k}(x+1)^k\\&=\binom{n+\alpha}{n}F\left(-n,n+\alpha+\beta+1;\alpha+1;\frac{1-x}{2}\right)\\&=(-)^n\binom{n+\beta}{n}F\left(-n,n+\alpha+\beta+1;\beta+1;\frac{1+x}{2}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&2(n+1)(n+\alpha+\beta+1)(2n+\alpha+\beta)P_{n-1}^{(\alpha,\beta)}(x)\\&\quad=(2n+\alpha+\beta+1)[(2n+\alpha+\beta)(2n+\alpha+\beta+2)x+(\alpha^2-\beta^2)]P_n^{(\alpha,\beta)}(x)\\&\qquad-2(n+\alpha)(n+\beta)(2n+\alpha+\beta+2)P_{n-1}^{(\alpha,\beta)}(x)\end{aligned}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}P_n^{(\alpha,\beta)}(x)=\frac{n+\alpha+\beta+1}{2}P_{n-1}^{(\alpha+1,\beta+1)}(x)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-2xt+t^2}}\left(\frac{1-t+\sqrt{1-2xt+t^2}}{2}\right)^{-\alpha}\left(\frac{1+t+\sqrt{1-2xt+t^2}}{2}\right)^{-\beta}=\sum_{k=0}^{\infty}P_n^{(\alpha,\beta)}(x)t^n \qquad (|t|<1)$$

$$\int_{-1}^{1}P_m^{\alpha,\beta}(x)P_n^{(\alpha,\beta)}(x)(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}\mathrm{d}x=\frac{2^{\alpha+\beta+1}\Gamma(n+\alpha+1)\Gamma(n+\beta+1)}{(2n+\alpha+\beta+1)n!\ \Gamma(n+\alpha+\beta+1)}\delta_{mn}$$

$$\max_{-1\leqslant x\leqslant 1}|P_n^{(\alpha,\beta)}(x)|=\begin{cases}\dbinom{n+q}{n}\sim n^q & \alpha>-1,\beta>-1,q=\max(\alpha,\beta)\geqslant-\frac{1}{2}\\ |P_n^{(\alpha,\beta)}(x')|\sim n^{-1/2} & \alpha>-1,\beta>-1,q=\max(\alpha,\beta)<-\frac{1}{2}\end{cases}$$

x'为最靠近$\frac{\beta-\alpha}{\alpha+\beta+1}$点的极大值点

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(1)=\binom{n+\alpha}{n}=\frac{(\alpha+1)_n}{n!}$$

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(-1)=(-)^n\binom{n+\alpha}{n}=(-)^n\frac{(\beta+1)_n}{n!}$$

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(-x)=(-)^nP_n^{(\beta,\alpha)}(x)$$

格根鲍尔多项式(Gegenbauer polynomial)

$$C_n^{\lambda}(x)=\frac{(-)^n}{2^n n!}\frac{(2\lambda)_n}{\left(\lambda+\frac{1}{2}\right)_n}(1-x^2)^{-\lambda+1/2}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}[(1-x^2)^{n+\lambda-1/2}]$$

$$=\frac{1}{\Gamma(\lambda)}\sum_{k=0}^{[n/2]}\frac{(-)^k\Gamma(n+\lambda-k)}{k!\ (n-2k)!}(2x)^{n-2k} \qquad (\lambda>0)$$

$$=\frac{(2\lambda)_n}{n!}F\left(-n,n+2\lambda;\lambda+\frac{1}{2};\frac{1-x}{2}\right)$$

$$C_n^{\lambda}(\cos\theta)=\frac{1}{[\Gamma(\lambda)]^2}\sum_{k=0}^{n}\frac{\Gamma(n+\lambda-k)\Gamma(\lambda+k)}{k!\ (n-k)!}\cos(n-2k)\vartheta \qquad (\lambda\neq 0)$$

$$=\frac{2}{\Gamma(\lambda)}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\lambda)k}{k!}\frac{\Gamma(n+2\lambda+k)}{\Gamma(n+\lambda+k+1)}\cos[(n+2\lambda+2k)\theta-\lambda\pi] \qquad (0<\lambda<1,0<\theta<\pi)$$

$$C_n^0(x)=\sum_{k=0}^{[n/2]}(-)^k\frac{\Gamma(n-k)}{k!\ \Gamma(n-2k+1)}(2x)^{n-2k} \qquad (n\neq 0)$$

$$C_n^0(\cos\theta)=\frac{2}{n}\cos n\theta$$

$$C_n^1(\cos\theta)=\frac{\sin(n+1)\theta}{\sin\theta}$$

$$C_0^{\lambda}(x)=1 \qquad (\lambda\neq 0)$$

$$C_1^{\lambda}(x)=2\lambda x \qquad (\lambda\neq 0)$$

$$C_2^{\lambda}(x)=2\lambda(1+\lambda)x^2-\lambda \qquad (\lambda\neq 0)$$

$$C_3^{\lambda}(x)=\frac{4}{3}\lambda(1+\lambda)(2+\lambda)x^3-2\lambda(1+\lambda)x$$

$$C_4^{\lambda}(x)=\frac{2}{3}\lambda(1+\lambda)(2+\lambda)(3+\lambda)x^4-2\lambda(1+\lambda)(2+\lambda)x^2+\frac{1}{2}\lambda(1+\lambda)$$

$$\left(\lambda+\frac{1}{2}\right)_n C_n^{\lambda}(x)=(2\lambda)_nP_n^{(\lambda-1/2,\lambda-1/2)}(x) \qquad \left(\lambda>-\frac{1}{2}\right)$$

$$C_n^{1/2}(x)=P_n(x)$$

$$C_n^1(x)=U_n(x)$$

$$C_n^0(x)=\lim_{\lambda\to 0}\frac{1}{\lambda}C_n^{\lambda}(x)=\frac{2}{n}T_n(x)$$

$$C_n^{\lambda}(-x)=(-)^nC_n^{\lambda}(x)$$

$$C_n^{\lambda}(0)=\begin{cases}0 & n=2m+1,m=0,1,2,\cdots\\ \frac{(-)^m}{m!}(\lambda)_m & n=2m,m=0,1,2,\cdots\end{cases}$$

$$(n+1)C_{n+1}^{\lambda}(x)=2(n+\lambda)xC_n^{\lambda}(x)-(n+2\lambda-1)C_{n-1}^{\lambda}(x)$$

$$2\lambda(1-x^2)C_{n-1}^{\lambda+1}(x)=(n+2\lambda-1)C_{n-1}^{\lambda}(x)-nxC_n^{\lambda}(x)$$

$$\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}x^k}C_n^{\lambda}(x)=2^k(\lambda)_kC_{n-k}^{\lambda+k}(x)$$

$$\frac{1}{(1-2xt+t^2)^{\lambda}}=\sum_{n=0}^{\infty}C_n^{\lambda}(x)t^n \qquad (|t|<\min|x\pm\sqrt{x^2-1}|,\lambda\neq 0)$$

$$\int_{-1}^{1}C_m^{\lambda}(x)C_n^{\lambda}(x)(1-x^2)^{\lambda-1/2}\mathrm{d}x=\frac{\pi\Gamma(n+2\lambda)}{2^{2\lambda-1}n!\ (n+\lambda)[\Gamma(\lambda)]^2}\delta_{mn}$$

$$\max_{-1\leqslant x\leqslant 1}|C_n^{\lambda}(x)|=C_n^{\lambda}(1)=\frac{1}{n!}(2\lambda)_n \qquad (\lambda>0)$$

$$\max_{-1\leqslant x\leqslant 1}|C_{2n}^{\lambda}(x)|=|C_{2n}^{\lambda}(0)|=\frac{1}{n!}(\lambda)_n \qquad (-n<\lambda<0,\lambda\neq 0,\pm 1,\pm 2,\cdots)$$

$$\max_{-1\leqslant x\leqslant 1}|C_{2n+1}^{\lambda}(x)|<\frac{2}{\sqrt{(2n+1)(2n+2\lambda+1)}}\frac{1}{n!}|(\lambda)_{n+1}| \qquad \left(-n-\frac{1}{2}<\lambda<0,\lambda\neq 0,\pm 1,\pm 2,\cdots\right)$$

$$\sin^{\lambda}\theta|C_n^{\lambda}(\cos\theta)|<\left(\frac{n}{2}\right)^{\lambda-1}\frac{1}{\Gamma(\lambda)} \qquad (0<\lambda<1,0\leqslant\theta\leqslant\pi)$$

其　他

欧拉多项式(Euler polynomial)

$$E_n(x)=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}E_k(0)x^{n-k}$$

$$E_0(x)=1$$

$$E_1(x)=x-\frac{1}{2}$$

$$E_2(x)=x(x-1)$$

$$E_3(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x^2-x-\frac{1}{2}\right)$$

$$E_4(x)=x(x-1)(x^2-x-1)$$

$$E_5(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)(x^4-2x^3-x^2+2x+1)$$

$$E_6(x)=x(x-1)(x^4-2x^3-2x^2+3x+3)$$

$$E_n(x+1)+E_n(x)=2x^n$$

$$\frac{\mathrm{d}^p}{\mathrm{d}x^p}E_n(x)=\frac{n!}{(n-p)!}E_{n-p}(x)$$

$$E_n(1-x)=(-)^nE_n(x)$$

$$\sum_{k=1}^{m}(-)^kk^n=\frac{1}{2}[(-)^mE_n(m+1)-E_n(1)]$$

$$\frac{2\mathrm{e}^{xt}}{\mathrm{e}^t+1}=\sum_{n=0}^{\infty}E_n(x)\frac{t^n}{n!} \qquad (|t|<\pi)$$

欧拉数(Euler numbers)

$$E_n=(-)^n\sum_{k=0}^{2n}2^k\binom{2n}{k}E_k(0)=(-)^n2^{2n}E_{2n}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\sum_{k=0}^{n}(-)^k\binom{2n}{2k}E_k=0 \qquad (n\geqslant 1)$$

$E_0=1$,　$E_1=1$,　$E_2=5$,

$E_3=61$,　$E_4=1385$,　$E_5=50521$,

$E_6=2702765$,　$E_7=199360981$,　$E_8=19391512145$,

$E_9=2404879675441$,　$E_{10}=370371188237525$,　…

伯努利多项式(Bernoulli polynomial)

$$B_n(x)=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}B_k(0)x^{n-k}$$

$$B_0(x)=1$$

$$B_1(x)=x-\frac{1}{2}$$

$$B_2(x)=x^2-x+\frac{1}{6}$$

$$B_3(x)=x(x-1)\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

$$B_4(x)=x^4-2x^3+x^2-\frac{1}{30}$$

$$B_5(x)=x(x-1)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x^2-x-\frac{1}{3}\right)$$

$$B_6(x)=x^6-3x^5+\frac{5}{2}x^4-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{42}$$

$$B_n(x+1)-B_n(x)=nx^{n-1} \qquad (n=0,1,2,\cdots)$$

$$\sum_{k=0}^{n-1}\binom{n}{k}B_k(x)=nx^{n-1} \qquad (n=2,3,4,\cdots)$$

$$B_n(1-x)=(-)^nB_n(x)=B_n(-x)$$

$$\sum_{k=1}^{m-1}k^n=\frac{1}{n+1}[B_{n+1}(m)-B_{n+1}(0)]$$

$$\sum_{k=0}^{m-1}B_n\left(x+\frac{k}{m}\right)=m^{1-n}B_n(mx)$$

$$B_n(x+y)=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}B_k(y)x^{n-k}$$

$$\frac{\mathrm{d}^p}{\mathrm{d}x^p}B_n(x)=\frac{n!}{(n-p)!}B_{n-p}(x)$$

$$\int_a^x B_n(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{n+1}[B_{n+1}(x)-B_{n+1}(a)]$$

$$B_n(0)=B_n(1)$$

伯努利数(Bernoulli numbers)

$$B_n=(-)^{n-1}B_{2n}(0)$$

$$B_1=\frac{1}{6},$$

$$B_2=\frac{1}{30},$$

$$B_3=\frac{1}{42},$$

$$B_4=\frac{1}{30},$$

$$B_5=\frac{5}{66},$$

$$B_6=\frac{691}{2730},$$

$$B_7=\frac{7}{6},$$

$$B_8=\frac{3617}{510},$$

$$B_9=\frac{43867}{798},$$

$$B_{10}=\frac{1\ 74611}{330},$$

$$B_{11}=\frac{8\ 14513}{138},$$

$$B_{12}=\frac{2363\ 64091}{2730},$$

$$B_{13}=\frac{85\ 53103}{6},$$

$$B_{14}=\frac{2\ 37494\ 61029}{510},$$

$$B_{15}=\frac{861\ 58412\ 76005}{14322},$$

$$B_{16}=\frac{770\ 93210\ 41217}{510},$$

$$B_{17}=\frac{257\ 76878\ 58367}{6},$$

$$B_{18}=\frac{26315\ 27155\ 30534\ 77373}{19\ 19190},$$

$$B_{19}=\frac{2\ 92999\ 39138\ 41559}{6},$$

$$B_{20}=\frac{2\ 61082\ 71849\ 64491\ 22051}{13530},$$

$$B_{21}=\frac{15\ 20097\ 64391\ 80708\ 02691}{1806},$$

$$B_{22}=\frac{278\ 33269\ 57930\ 10242\ 35023}{690},$$

$$B_{23}=\frac{5964\ 51111\ 59391\ 21632\ 77961}{282},$$

$$B_{24}=\frac{560\ 94033\ 68997\ 81768\ 62491\ 27547}{46410},$$

$$B_{25}=\frac{49\ 50572\ 05241\ 07964\ 82124\ 77525}{66},$$

$$B_{26}=\frac{80116\ 57181\ 35489\ 95734\ 79249\ 91853}{1590},$$

$$B_{27}=\frac{29\ 14996\ 36348\ 84862\ 42141\ 81238\ 12691}{798},$$

$$B_{28}=\frac{2479\ 39292\ 93132\ 26753\ 68541\ 57396\ 63229}{870},$$

$$B_{29}=\frac{84483\ 61334\ 88800\ 41862\ 04677\ 59940\ 36021}{354}$$

$$B_{30}=\frac{12152331\ 40483\ 75557\ 20403\ 04994\ 07982\ 02460\ 41491}{567\ 86730}.$$

… …

撰　稿　吴崇试　邸继征

审　阅　梁昆淼

数 学 符 号 表

数学符号表编写说明

《数学辞海》第一至五卷正文之后，均附有数学符号表，提供读者查阅之用. 本表所收符号比较齐全，除包含“中国数学物理名词委员会”审定的《数学物理符号表》中的全部数学符号外，还收入了国内外数学界已普遍使用的数学符号，总共列入数学符号 1158 个.

一些新兴学科，如小波分析、分形几何、数理语言学、机器证明等，都是 20 世纪中叶以后发展起来的，这些学科的数学符号在国际国内还不统一，《数学辞海》将其收入，仅供读者参考.

本表所收数学符号并非仅限于《数学辞海》的正文，有的符号虽然在本辞书的正文中（如模糊数学中的一些专用数学符号）未曾出现，但由于这些符号已经广泛应用于国内外的教学、科研、工程技术中，因此亦作了适当的搜集，以飨读者.

数学符号表的体例：数学符号表共设五个横栏，依次为符号栏、中文名称栏、英文名称栏、意义或举例栏、备注栏.

数学符号的编排分类：《数学辞海》共六卷，包含数学科学的 100 多个分支学科或专题项目，所涉及的数学符号种类繁多. 为便于读者查找而采取分类编排. 因此，本表将数学符号按学科类型分为以下 7 类：

1. 算术与数论：算术中包括最常用的数学符号，如 $+$，$-$，$\times$，$\div$，$=$，$\neq$ 等，它的应用范围遍及所有分支学科. 数论则包括初等数论、代数数论、解析数论、几何数论等.

2. 逻辑与集合：包括数学基础、形式逻辑、数理逻辑、集合论、公理集合论、序与格等.

3. 几何与拓扑：包括平面几何、立体几何、平面三角、球面三角、解析几何、高等几何、微分几何、凸集几何、距离几何、一般拓扑学、代数拓扑学与流形拓扑学等.

4. 代数学：包括初等代数、高等代数、布尔代数、线性代数与多重线性代数、环与代数、模与同调代数、群及其推广、域与伽罗瓦理论、李群与李代数、范畴论与代数 K 理论、代数几何、奇点理论与突变理论等.

5. 分析学：包括数学分析、实变函数论、复变函数论、多复变与复空间、测度论、泛函分析、变分法、函数逼近论、调和分析、流形上的分析、位势论、凸分析、非标准分析、小波分析、分形几何、常微分方程、偏微分方程、积分方程与函数方程、动力系统、特殊函数等.

6. 概率统计：包括组合学、概率论、随机过程、统计学等.

7. 应用数学：包括计算数学、模糊数学、生物数学、经济数学、数学物理与理论物理、运筹学、系统理论、控制理论、通信与信息理论、测绘学、力学、天文学、数理语言学等.

数学符号表的编排顺序：本表所列数学符号，大体上按它们在《数学辞海》中出现的先后顺序编排. 由于很多数学符号的含义及使用范围比较复杂，若要准确地归入哪一类，实际上是很困难的，因而制订下列编排原则：

1. 多学科共用符号，将其编入最先出现的分支学科中. 例如，运算符号 $+$，$-$，$\times$，$\div$ 等，是所有学科共用的，就编入本表最前面的学科——算术中.

2. 同形同义的符号，就只在某一分支学科符号表内出现一次. 例如，符号“R”在集合论中表示实数集，而在代数学和分析学中也表示实数集，其意义是相同的，就将符号“R”只列入集合论的符号表，而在代数学和分析学的符号表中不再出现.

3. 同形而不同义的符号，则分别列入相应分支学科. 如“Im”在初等代数中表示复数的虚部，而在集合论和代数学中则表示映射的像，就将其分别列入各个学科的符号表中；又如“k”在应用数学中表示高斯常数，在微分几何中表示曲率，而在特殊函数中则表示贝克函数，这样便分别将其列入应用数学、微分几何、特殊函数的符号表中.

4. 异形同义的符号，首先将《数学物理符号表》中核定的符号列入符号栏，而将其异形符号列入备注栏，如几何中将 Rt∠列于符号栏，而将曾用符号 rt∠和 R∠列入备注栏；其次，凡目前国际国内用法尚未统一的异形同义符号，如代数中的“A^T”，“A'”都表示矩阵 A 的转置矩阵，则一同列于符号栏.

5. 过去用过，而现在少用或不用的数学符号，本表将其列入备注栏，以利读者阅读古旧数学资料时参考.

算术和数论(Arithmetic & Number theory)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$+$	加号;正号	plus ;positive	例如,$+2$ 即正 2;$a+b$ 即 a 与 b 相加	正号常可略去不写
$-$	减号;负号	minus ;negative	例如,-1 即负 1;$a-b$ 即 a 与 b 的差	
$\pm$	正或负;加或减	positive or negative;plus or minus	例如,± 2,即正 2 或负 2;$a\pm b$ 即 a 加或减 b	
$\mp$	负或正;减或加	negative or positive;minus or plus	例如,∓ 2 即负 2 或正 2;$a\mp b$ 即 a 减或加 b	
$\times$, $\cdot$	乘号	multiple sign	例如,2×3 即 2 乘 3;$a\cdot b$ 即 a 乘 b	乘号在括号前或字母间常可略去
$\div$, $-$, $/$	除号;分数(式)线	sign of division, fraction stroke	$a\div b$, $\frac{a}{b}$, a/b,即 a 除以 b, b 分之 a	
$:$	比	ration	$a:b$ 即 a 比 b	
$\mid$	整除	exact division	$a\mid b$ 即整数 a 整除整数 b	
$\nmid$	不能整除	nonaliquot	$a\nmid b$ 即整数 a 不能整除整数 b	
$\parallel$	限界整除	bound exact division	$a^k\parallel b$ 即 a^k 能整除 b,但 a^{k+1} 不能整除 b	$a^k\mid b$,且 $a^{k+1}\nmid b$
$[,\cdots,]$	最小公倍数	least common multiple	$[a_1,a_2,\cdots,a_n]$表示整数 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的最小公倍数	亦可用 LCM 表示
$(,\cdots,)$	最大公约数	greatest common divisor	$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$表示整数 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的最大公约数	亦可用 GCD 表示
a^n	a 的 n 次方(幂)	a to the power n	例如,5^4 即 5 的 4 次方(幂)	当 $n=2,3$ 时,分别称平方、立方
$\sqrt{\ }$	平方根号	square root sign	$\sqrt{a}$ 即 a 开平方	
$\sqrt[n]{\ }$	n 次根号	n-th root sign	$\sqrt[n]{a}$ $(n\geqslant 2)$即 a 开 n 次方	当 $n=3$ 时,称 a 开立方
$\mid\ \mid$	绝对值;模	absolute value;modules	$\mid a\mid$表示 a 的绝对值或模	亦可用 abs a 表示
$=$	等号	equal sign	$2+3=5$	
$\neq$	不等号	inequality sign	$2+3\neq 4$	
$\equiv$	恒等号	identity symbol	$a\equiv b$ 即 a 恒等于 b	
$<$	小于	less than	$a<b$ 即 a 小于 b	
$>$	大于	greater than	$a>b$ 即 a 大于 b	
$\gtrless$	大于或小于	greater than or less than	$a\gtrless b$ 即 $a>b$ 或 $a<b$	
$\lessgtr$	小于或大于	less than or greater than	$a\lessgtr b$ 即 $a<b$ 或 $a>b$	
$\leqslant$	小于或等于;不大于	less than or equal to	$a\leqslant b$ 即 a 小于或等于 b,或 a 不大于 b	一般不用符号"$\leqq$"
$\geqslant$	大于或等于;不小于	greater than or equal to	$a\geqslant b$ 即 a 大于或等于 b,或 a 不小于 b	一般不用符号"$\geqq$"
$\ll$	远小于	much less than	$a\ll b$ 即 a 远小于 b	
$\gg$	远大于	much greater than	$a\gg b$ 即 a 远大于 b	
$\approx$	约等于	approximately equal	$a\approx b$ 即 a 约等于 b	曾用$\doteq$,现已不用
$\triangleq$	相当于	equivalent to	1 cm$\triangleq$10 km 表示图上 1 cm 相当于实际距离 10 km	曾用$\circeq$,现已不用
$\propto$	成正比	is direct ratio to	$a\propto b$ 表示 a 与 b 成正比	
$\sim$	数值范围	numerical range	例如,$5\sim 10$ 即由 5 至 10	现已不用"—"
$.$	小数点	decimal point	例如,8.59 即 8 又 100 分之 59	小数点记于个位数字后的下足
$\cdot\ \cdot$	循环小数	recurring decimal	$2.4\dot{2}3\dot{1}$ 即 2.423 123 123 1…	记于循环节的首末位数字上方

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
%	百分号	sign of percent	例如，5%即百分之五，亦即 5/100	
‰	千分号	sign of permillage	例如，5‰即千分之五，亦即 5/1000	
( )	圆括号	parenthesis	例如，$5-(2+1)$	亦称小括号
[ ]	方括号	square brackets	例如，$3[5-(2+1)]$	亦称中括号
{ }	花括号	brace	例如，$2\{3[5-(2+1)]-2\}$	亦称大括号
——	括线	vinculum	例如，$(\overline{8-2}\times 3)\div 2$，以 8－2 的差乘 3…	相当于小括号
∞	无穷大	infinity	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}=\infty$ 即函数$\frac{1}{x}$当 x 趋近于 0 时无限地增大	亦称无限或无限大
$a\overset{\text{def}}{=}b$	a 以 b 为定义	a is definition equal to b	例如，$a\overset{\text{def}}{=}b^n$ 即用 b^n 代表 a	亦可用 $a\overset{\text{d}}{=}b$ 或 $a:=b$ 表示
d	公差	common difference	等差数列任相邻两项之差（后项减前项）均相等，这个共同的差 d 称为此数列的公差	
q	公比	common ratio	等比数列任相邻两项之比（后项比前项）均相等，这个共同的比 q 称为此数列的公比	
S_n	数列前 n 项和	sum of the first n terms	例如，等差数列 $a,a+d,\cdots,a+(n-1)d,\cdots$，前 n 项之和 $S_n=na+\frac{n(n-1)}{2}d$	
Δ	判别式	discriminant	例如，实系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的判别式 $\Delta=b^2-4ac$	利用 Δ 可判别该方程根的状况
$E(x)$，$[x]$	整数部分记号	symbol of integral part	表示不超过 x 的最大整数. 例如，$[1.2]=1$，$[-1.2]=-2$	亦记为 ent(x)，来自法文 entier
$\{x\}$	小数部分记号	symbol of decimal part	$\{x\}$只能是 0 或正的纯小数，它满足：$0\leqslant\{x\}<1$，例如，$\{1.2\}=0.2$，$\{-1.2\}=0.8$	亦称分数部分记号，亦记为$\langle x\rangle$
$\sum\limits_{n\leqslant x}$	整数求和号	sign of integers summation	对不超过 x 的正整数 n 求和. 例如，$\sum\limits_{n\leqslant 6}n=1+2+3+4+5+6=21$	
$\sum\limits_{n<x}$	整数求和号	sign of integers summation	对小于 x 的正整数 n 求和. 例如，$\sum\limits_{n<6}n=1+2+3+4+5=15$	
$\sum\limits_{p\leqslant x}$	素数求和号	sign of prime number summation	对不超过 x 的素数 p 求和. 例如，$\sum\limits_{p\leqslant 7}p=2+3+5+7=17$	
$\sum\limits_{p<x}$	素数求和号	sign of prime number summation	对小于 x 的素数 p 求和. 例如，$\sum\limits_{p<7}p=2+3+5=10$	
$\sum\limits_{d\mid n}$	除数求和号	sign of divisor summation	对 n 的所有不同因子 d 求和. 例如，$\sum\limits_{d\mid 6}d=1+2+3+6=12$	
$\prod\limits_{d\mid n}$	除数求积号	sign of divisor mensuration	对 n 的所有不同因子 d 求积. 例如，$\prod\limits_{d\mid 6}=1\cdot 2\cdot 3\cdot 6=36$	
$\sum\limits_{p\mid n}$	素除数求和号	sign of prime divisor summation	对 n 的所有不同素因子 p 求和. 例如，$\sum\limits_{p\mid 6}=2+3=5$	
$\prod\limits_{p\mid n}$	素除数求积号	sign of prime divisor mensuration	对 n 的所有不同素因子 p 求积. 例如，$\prod\limits_{p\mid 6}=2\cdot 3=6$	
$\sum\limits_{i=1}^{n}$	总和号	sign of grand sum	求对 x_i 从 x_1 连加到 x_n 的总和，即 $\sum\limits_{i=1}^{n}x_i=x_1+x_2+\cdots+x_n$	
$\prod\limits_{i=1}^{n}$	连乘号	sign of continued product	求对 x_i 从 x_1 连乘到 x_n 的积，即 $\prod\limits_{i=1}^{n}x_i=x_1x_2\cdots x_n$	
$a\equiv b(\bmod n)$	模 n 同余	congruence modulo-n	用 n 除 a 及 b 所得余数相同	
$a\not\equiv b(\bmod n)$	模 n 不同余	non-congruence modulo-n	用 n 除 a 及 b 所得余数不同	
$\equiv$	恒等同余	identity congruence	$f(x)\equiv g(x)\ (\bmod p)$，即整系数多项式 f 与 g 的对应系数均模 p 同余	亦可记为 $f(x)\equiv_x g(x)(\bmod p)$
$\not\equiv$	不恒等同余	non-identity congruence	$f(x)\not\equiv g(x)\ (\bmod p)$，即 $f(x)$与 $g(x)$的对应系数均模 p 不同余的	亦可记为 $f(x)\not\equiv_x g(x)(\bmod p)$

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$a^{-1}(\mathrm{mod}n)$	模 n 的逆	inverse of modulo-n	与 a 相乘后用 n 除余数是 1 的整数. 例如, $2^{-1}(\mathrm{mod}\ 5)=3,\ 3^{-1}(\mathrm{mod}\ 4)=3$	这是一个同余类
$r \bmod n$	模 n 的同余类	congruence class of modulo-n	包含 r 的模 n 的同余类. 例如, $2(\mathrm{mod}\ 5)=\{\cdots,-8,-3,2,7,12,\cdots\}$	亦称剩余类
$\mathbf{Z}_n$	剩余类环	residue class ring	模 n 的全体剩余类对类的加法和乘法组成的环	
$\left(\frac{a}{p}\right)$	勒让德符号	Legendre's symbol	$\left(\frac{a}{p}\right)=\begin{cases}1, & p\nmid a,\text{且 } a \text{ 是二次剩余}(\mathrm{mod}p)\\ -1, & p\nmid a,\text{且 } a \text{ 是二次非剩余}(\mathrm{mod}p)\\ 0, & p\mid a\end{cases}$	p 为奇素数, a 为整数
$\left(\frac{a}{m}\right)$	雅可比符号	Jacobi's symbol	$\left(\frac{a}{m}\right)=\prod_{i=1}^{k}\left(\frac{a}{p_i}\right)$ ($m=p_1p_2\cdots p_k$, p_i 为素数, $(m,a)=1$)	当 m 为奇素数时即勒让德符号
$\left(\frac{d}{m}\right)$	克罗内克符号	Kronecker's symbol	$\left(\frac{d}{m}\right)=\prod_{r=1}^{v}\left(\frac{d}{p_r}\right)$ (d 为非平方数, p_r 为素数, $m=\prod_{r=1}^{v}p_r$)	
$d(n)$	除数函数	divisor function	$d(n)$ 表示 n 的正因子的个数. 例如, $d(12)=6$	亦可用 $\tau(n)$ 或 $T(n)$ 表示
$d_k(n)$	广义除数函数	generalized divisor function	$d_k(n)=\sum_{n_1n_2\cdots n_k=n}1=\sum_{m\mid n}d_{k-1}(m)$	
$\sigma(n)$	除数和	sum of divisor	表示正整数 n 的所有正因数的和. 例如, $\sigma(6)=1+2+3+6=12$	亦可用 $S(n)$ 表示
$\sigma_\lambda(n)$	广义除数和	generalized sum of divisor	$\sigma_\lambda(n)=\sum_{d\mid n}d^\lambda$. 例如, $\sigma_3(4)=1^3+2^3+4^3$	$\sigma_0(n)=d(n)$ 为除数函数; $\sigma_1(n)=\sigma(n)$ 为除数和
$P(n)$	正因数之积	product of positive divisors	$P(n)=\prod_{d\mid n}d$. 例如, $P(6)=1\cdot2\cdot3\cdot6=36$	
$\Phi(n)$	欧拉函数	Euler's function	表示小于正整数 n, 且与 n 互素的正整数的个数. 例如, $\Phi(6)=2$	亦可记为 $\varphi(n)$
$\mu(n)$	默比乌斯函数	Möbius function	$\mu(n)=\begin{cases}1, & \text{当 } n=1 \text{ 时},\\ 0, & \text{当 } n \text{ 能被素数的平方整除时},\\ (-1)^r, & \text{当 } n \text{ 为 } r \text{ 个相异素数之积时}\end{cases}$	
$\Lambda(n)$	曼戈尔特函数	Von Mangoldt function	$\Lambda(n)=\begin{cases}\ln p, & n \text{ 为素数 } p \text{ 的正乘方};\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$	
$\Lambda_1(n)$	曼戈尔特函数 I	Von Mangoldt function I	$\Lambda_1(n)=\begin{cases}\frac{1}{m}, & \text{若 } n \text{ 是一素数的 } m(>0) \text{ 次乘方},\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$	
$\omega(n)$	相异素因数个数	different prime factor numbers	例如, $\omega(24)=\omega(2^3\cdot3)=1+1=2$, 即 24 有 2 个不同的素因数	
$\Omega(n)$	素因数个数	prime factor numbers	表示正整数 n 的所有素因数的个数. 例如, $\Omega(24)=\Omega(2^3\cdot3)=3+1=4$	
$\lambda(n)$	刘维尔函数	Liouville's function	$\lambda(n)=(-1)^{\Omega(n)}$	
$\pi(x)$	素数个数符号	symbol of the prime numbers	表示不超过正实数 x 的素数个数. 例如, $\pi(10)=4$	
$\chi(n)$	特征函数	characteristic function	对模 m 之一特征 $\chi(n)$ 仅在 $(n,m)=1$ 时有定义, 且 $\chi(1)\neq0$; 若 $a\equiv b(\mathrm{mod}m)$, 则 $\chi(a)=\chi(b)$; $\chi(ab)=\chi(a)\chi(b)$	若 $(n,m)>1$ 时, 则 $\chi(n)=0$
$p(n)$	整数分拆函数	integral partition function	把正整数 n 分成若干个正整数的和, 称为 n 的一种分拆, 以 $p(n)$ 表示分拆的种数. 例如, $p(4)=5$. 若限定分拆中的加数不超过 r, 则这类分拆数以 $p_r(n)$ 表示	
$\bar{U}(n)$	奇分拆	odd partition	$\bar{U}(n)$ 为把 n 分为奇数个互异数之和的分拆数	
$E(n)$	偶分拆	even partition	$E(n)$ 为把 n 分为偶数个互异数之和的分拆数	
$N(\mathrm{m})$	模 m 的矩	moment of module m	将所有线性型依 mod m 分类, 则分类的个数称为模 m 的矩. 若模 m 对应于方阵 A, 则 $N(\mathrm{m})=\det A$	
$\vartheta(x)$	切比雪夫函数	Chebyshev function	$\vartheta(x)$ 表示对不大于 x 的素数的对数求和	
$\psi(x)$	切比雪夫函数	Chebyshev function	$\psi(x)=\sum_{n\leqslant x}\Lambda(n)=\sum_{p^m\leqslant x}\ln p$, 而 $\Lambda(n)$ 为曼戈尔特函数	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\zeta(s)$	黎曼 ζ 函数	Riemann ζ-function	$\zeta(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}$，其中 s 为实部大于 1 的复数	
$\partial\,^\circ$	多项式的次数	degree of a polynomial	$\partial\,^\circ f=n$，表示多项式 $f(x)$ 的次数为 n	亦可表示成 $\deg f=n$
max( )	最大数	maximum number	$\max(a,b,\cdots,c)$ 即 $a,b,\cdots,c$ 中的最大数	
min( )	最小数	minimum number	$\min(a,b,\cdots,c)$ 即 $a,b,\cdots,c$ 中的最小数	
$\overset{L}{=}$	左结合	left association	$A\overset{L}{=}B$ 表示存在模方阵 U，使 $A=UB$，并称方阵 B 左结合于方阵 A	
$[,\cdots,]$	有限连分数	finite continued fraction	$[a_0,a_1,\cdots,a_N]=a_0+\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_N}$，即有理数化成的连分数	无理数化成的连分数为无限连分数
Δ	判别式	discriminant	$\Delta(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$ 表示 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 的判别式；$\Delta=\Delta(R(\theta))$ 表示代数数域 $R(\theta)$ 的判别式	
ind n	指数	index	如果 $n\equiv g^a(\mathrm{mod}\ m)$，则称 a 为 n 对于模 m 且以 g 为底的指数，记为 $a=\mathrm{ind}_g n$，简记为 ind n	亦可用 $\delta_m(a)$ 表示 a 对模 m 的指数
$x^k\equiv n(\mathrm{mod}\,p)$	k 次剩余	residue of degree-k	$x^k\equiv n(\mathrm{mod}\,p)(p\times n)$ 有解，则 n 称为 p 的 k 次剩余	
$d(A)$	A 的密率	density of A	$d(A)=\inf_{n\geqslant 1}\frac{A(n)}{n}$，即集 A 的密率为 $A(n)/n$（一切 $n\geqslant 1$）的下确界	$A(n)$ 表示 A 中不大于 n 的正整数的个数
$\delta^*(A)$	A 的渐近密率	asymptotic density of A	$\delta^*(A)=\lim_{n\to\infty}\frac{A(n)}{n}$，即集 A 的渐近密率为 $A(n)/n$ 当 $n\to\infty$ 的极限值	
$\left(\frac{a,b}{m}\right)$	和数符号	sum symbol	设 $m>1$，a,b 都是整数，令 $\left(\frac{a,b}{m}\right)=\sum_x e^{2\pi i\frac{ax+bx'}{m}}\left(x'\equiv\frac{1}{x}(\mathrm{mod}\ m)\right)$，其中 x 是通过与模 m 简化的剩余系	
$(a,b)=\pm 1$	希尔伯特符号	Hilbert symbol	设 k^* 表示域 k 的单位群，又 $a,b\in k^*$，则 $(a,b)=\begin{cases}1, & 若\ z^2-ax^2-by^2=0\ 在\ k^3\ 中有非零解,\\ -1, & 其他情形\end{cases}$	
$\{a,b,c\}$	二元二次型	2-ary quadratic form	用 $\{a,b,c\}$ 表示二元二次型 $ax^2+bxy+cy^2$，其中 a,b,c 为整数	
$g(k)$	小 $g(k)$	small $g(k)$	设 k 为一固定正整数，对任意正整数 n，不定方程 $n=x_1^k+x_2^k+\cdots+x_s^k$ 总有解的最小正整数 s	
$G(k)$	大 $G(k)$	large $G(k)$	设 k 为一固定正整数，对充分大的正整数 n，不定方程 $n=x_1^k+x_2^k+\cdots+x_s^k$ 总有解的最小正整数 s	
$S(\alpha)$	α 的迹	trace of α	设 $R(\theta)$ 为 n 次代数域，$\alpha^{(1)}=\alpha\in R(\theta)$，$\alpha^{(k)}(k=2,3,\cdots,n)$ 为 α 的共轭数，则 $S(\alpha)=\sum_{k=1}^{n}\alpha^{(k)}$ 称为 α 的迹	
$N(\alpha)$	α 的范数	norm of α	$N(\alpha)=\prod_{k=1}^{n}\alpha^{(k)}$ 为 α 的范数	亦称矩
$N(k)$	等幂和	sum of equal powers	使 $x_1+x_2+\cdots+x_s=y_1+y_2+\cdots+y_s,\cdots,x_1^k+x_2^k+\cdots+x_s^k=y_1^k+y_2^k+\cdots+y_s^k$ 的最小正整数 s 记为 $N(k)$，其中 $y_1,y_2,\cdots,y_s$ 不是 $x_1,x_2,\cdots,x_s$ 的重组	
$M(k)$	强等幂和	strong sum of equal powers	使 $x_1+x_2+\cdots+x_s=y_1+y_2+\cdots+y_s,\cdots,x_1^k+x_2^k+\cdots+x_s^k=y_1^k+y_2^k+\cdots+y_s^k$，并使 $x_1^{k+1}+x_2^{k+1}+\cdots+x_s^{k+1}\neq y_1^{k+1}+y_2^{k+1}+\cdots+y_s^{k+1}$ 的最小正整数 s 用 $M(k)$ 表示	
$S(a,\chi)$	特征和	character sum	$S(a,\chi)=\sum_{n=1}^{m}\chi(n)e^{2\pi i an/m}$	
$S(n,m)$	高斯和	Gauss sum	$S(n,m)=\sum_{x=0}^{m-1}e^{2\pi i x^2 n/m}$，其中 $(n,m)=1$	
$F(s)$	狄利克雷级数	Dirichlet series	$F(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{f(n)}{n^s}$	亦称 $F(s)$ 为 $f(n)$ 的演成函数
M_p	梅森数	Mersenne number	形如 2^p-1（p 为素数）的素数称为梅森数，记为 M_p. 例如，$M_2=3$，$M_3=7$	
F_n	费马数	Fermat number	形如 $2^{2^n}+1$ 的数称为费马数，例如，$F_2=17$	F_5 不是素数

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\equiv$	重模同余式	double module congruence expression	$f(x) \equiv g(x) \pmod{p, \varphi(x)}$ 表示系数以素数 p 为模，又 $\varphi(x)$ 整除 $f(x)-g(x)$，称为重模同余式	亦称重模为双模
$Q(x)$	无平方因子数	number of noninclusion square divisor	不超过 x 的无平方因子数的个数. 例如，$Q(10)=6$	
$V(n)$	同余式的解数	number of solutions of congruence expression	同余式 $x^2 \equiv -1 \pmod{n}$ 之解数	
$R(x)$	圆内整点数	number of circle lattice point	表示圆 $u^2+v^2 \leqslant x$ 内的整点数	
$F(x)$	朗伯级数	lambert series	$F(x)=\sum_{n=1}^{\infty} f(n) \frac{x^n}{1-x^n}$ 称为朗伯级数	
$[\alpha_1, \cdots, \alpha_q]$	理想数	ideal number	$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_q$ 为 $R(\vartheta)$ 中之整数，$R(\vartheta)$ 中形如 $\eta_1\alpha_1+\eta_2\alpha_2+\cdots+\eta_q\alpha_q$（$\eta_i$ 为 $R(\vartheta)$ 中之整数）的整数所成之集合为理想数	
$[1]$	单位理想数	unit ideal number	表示单扩域 $R(\vartheta)$ 中全体整数组成之集合	
$\tau(n)$	拉马努金函数	Ramanujan function	表示 cus$p$ 型 $F(s)=(2\pi)^{-12}\triangle(Z)$ 的第 n 个系数. 称 $n \mapsto \tau(n)$ 为拉马努金函数	
$L(s,\chi)$	狄利克雷级数	Dirichlet series	表示狄利克雷级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\chi(m)n^{-s}$，其中 $m \geqslant 1$ 为整数，χ 为 mod m 特征	
$G_k(\Gamma)$	艾森斯坦级数	Eisenstein series	设 Γ 是 C 格，则称 $G_k(\Gamma)=\sum_{\gamma\in\Gamma}{}' \frac{1}{\gamma^{2k}}$ 为指标是 k 的艾森斯坦级数，其中 $\sum'$ 表示对 Γ 的非零元素求和	
$\theta_\Gamma(Z)$	塞他函数	theta function	$\theta_\Gamma(Z)=\sum_{x\in\Gamma} e^{\pi i Z(x\cdot x)}$ 称为二次模 Γ 的塞他函数	

逻辑与集合(Logic & Sets)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\forall$	全称量词	universal quantifier	$\forall x \in A$, $p(x)$，表示命题 $p(x)$ 对于每一个属于 A 的 x 为真	亦可简记为 $\forall x$, $p(x)$
$\exists$	存在量词	existential quantifier	$\exists x \in A$, $p(x)$，表示存在 A 中的元素 x 使 $p(x)$ 为真	$\exists^1$（或 $\exists!$）表示存在一个且只有一个元素使 $p(x)$ 为真
$\wedge$	合取符号	conjunction sign	$p \wedge q$ 即 p 和 q	
$\vee$	析取符号	disjunction sign	$p \vee q$ 即 p 或 q	
$\neg$	否定符号	negation sign	$\neg p$ 即 p 的否定，非 p	
$\rightarrow, \Rightarrow$	推断符号	implication sign	$p \rightarrow q$, $p \Rightarrow q$ 表示：若 p 则 q，p 蕴含 q	亦可用 $q \leftarrow p$, $q \Leftarrow p$
$\leftrightarrow, \Leftrightarrow$	等价符号	equivalence sign	$p \leftrightarrow q$, $p \Leftrightarrow q$ 表示 $p \Rightarrow q$，且 $q \Rightarrow p$，即 p 等价于 q	亦称充分必要条件
$\models$	真值符号	truth sign	$\models A \rightarrow B$ 表示由命题 A 推出命题 B 为真	
$\models\!\!\!\dashv$	可逆真值符号	invertible truth sign	$A \models\!\!\!\dashv B$（或 $\models A \leftrightarrow B$）表示 $A \models B$，且 $B \models A$，意即 A 真则 B 真，且 B 真则 A 真	亦即 A，B 具有相同的真值
$\vdash$	断定符号	predicative sign	$p \vdash q$ 表示 q 随 p 来，p 是或从一公理而来，或 p 是同语反复	
$\in$	属于	belongs to	$x \in A$ 表示 x 属于 A，即 x 是集 A 的一个元（素）	集合 A 可简称为集 A
$\not\ni$	不包含	noninclusion	$A \not\ni x$ 表示集合 A 不包含元素 x	
$\overline{\in}$, $\notin$	不属于	nonmembership	$y \notin A$, $y \overline{\in} A$ 表示 y 不属于 A，y 不是集 A 的一个元（素）	亦可记为 $A \overline{\ni} y$，或 $A \not\ni y$
$\{,\cdots,\}$	集合号	sign of set	$\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 表示由诸元素 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 构成的集	亦可用 $\{x_i, i \in I\}$，这里 I 表示指标集
$\{\mid\}$	集合号	sign of set	$\{x \in A \mid p(x)\}$ 即使命题 $p(x)$ 为真的 A 中诸元（素）组成的集	亦可用 $\{x \in A: p(x)\}$ 表示集

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\varnothing$	空集	the empty set	$\varnothing$表示没有元(素)的集	$\varnothing$是丹麦文字母,读"欧"
$\mathbf{N}$	非负整数集	nonnegative integers set	$\mathbf{N}=\{0,1,2,\cdots\}$	$\mathbf{N}_t=\{1,2,3,\cdots\}$
$\mathbf{Z}$	整数集	integers set	$\mathbf{Z}=\{\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots\}$	$\mathbf{Z}_+$表示正整数集合
$\mathbf{Q}$	有理数集	rational numbers set	由全体有理数组成的集合	$\mathbf{Q}_+$表示正有理数集合
$\mathbf{R}$	实数集	real numbers set	由全体实数组成的集合	$\mathbf{R}^n$表示n维实空间
$\mathbf{C}$	复数集	complex numbers set	由全体复数组成的集合	$\mathbf{C}^n$表示n维复空间
$\mathbf{R}^+$	正实数集	positive real numbers set	由全体正实数组成的集合	$\mathbf{R}^-$表示负实数集
$\mathbf{R}^*$	扩张的实数集	expanding system of the real numbers	把两个理想点$+\infty,-\infty$加进实数系所得的集	亦称扩张的实数系
$\subsetneqq$	真包含于	proper inclusion	$B\subsetneqq A$表示A的子集B真包含于A	亦可用$\subset$表示
$\subseteq$	包含于	inclusion	$B\subseteq A$表示B是A的子集,即B的每一个元素均属于A	
$\not\subseteq$	不包含于	noninclusion	$C\not\subseteq A$表示C不是A的子集	亦可用$\not\subseteq$表示
$\supsetneqq$	真包含	proper inclusion	$A\supsetneqq B$表示A真包含B	
$\supseteq$	包含	inclusion	$A\supseteq B$表示B是A的子集	亦可用$\supset$表示
$\not\supseteq$	不包含	noninclusion	$A\not\supseteq C$表示A不包含C	亦可用$\not\supseteq$表示
$\cup$	并集,和集	union	$A\cup B=\{x\mid x\in A\vee x\in B\}$,称为$A$与$B$的并集,或称为$A$与$B$的和集	
$\bigcup\limits_{i=1}^{n}$	诸并集	unions	$\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i=A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$,即诸集$A_1,A_2,\cdots,A_n$的并集	亦可用$\bigcup_{i=1}^{n}$,$\bigcup\limits_{i\in I}$或$\bigcup_{i\in I}$等记法,其中I表示指标集
$\cap$	交集	intersection	$A\cap B=\{x\mid x\in A\wedge x\in B\}$,称为$A$与$B$的交集	
$\bigcap\limits_{i=1}^{n}$	诸交集	intersections	$\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i=A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$,即诸集$A_1,A_2,\cdots,A_n$的交集	亦可用$\bigcap_{i=1}^{n}$,$\bigcap_{i\in I}$或$\bigcap\limits_{i\in I}$等记法,其中I为指标集
$\dot{+}$	集合的直和	direct sum of sets	若集合A与B不相交,则A与B的并集$A\cup B$称为A与B的直和,记为$A\dot{+}B$	亦称不交并
$\dot{\sum}$	广义直和	generalized direct sum	若f是标号集A到集族$\{X\}$的一一对应$(f:a\to X_a)$,且当$a\neq b$时,总有$X_a\cap X_b=\varnothing$,则记为$\dot{\sum\limits_{a\in A}}X_a$,并称为集族$\{X\}$的广义直和	
$\backslash$	差集	difference	$A\backslash B$表示所有属于A但不属于B的元的集,称为A与B的差集	
$\triangle$	对称差	symmetric difference	$A\triangle B=(A\backslash B)\cup(B\backslash A)$称为$A,B$的对称差	亦可记为$A\dot{-}B$或$A\ominus B$
U	全集	total set	$A=U$表示A为全集,即全集中所有元素x都属于A	亦可用IΩV表示
$\complement$	余集,补集	complementary set	$\complement_U A=\{x\mid x\in U\wedge x\notin A\}$,即全集$U$中子集$A$的余集或补集	亦可用$\complement A$表示.曾用A^c表示
$\langle\ ,\ \rangle$	有序偶,偶	ordered pair	$\langle a,b\rangle$表示a,b的有序偶	亦可记为(a,b)
$\langle,\cdots,\rangle$	有序元组	elements of ordered	$\langle a_1,a_2,\cdots,a_n\rangle$称为有序$n$元组	亦可记为$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$
$\times$	笛卡儿积	Cartesian product	$A\times B=\{(a,b)\mid a\in A,b\in B\}$称为$A$与$B$的笛卡儿积或卡氏积,	$\overbrace{A\times A\times A\times\cdots\times A}^{n个}$记为$A^n$.亦称直积
card	基数,势	cardinal number	card(A)表示集A中诸元的个数,称为A的基数或势	亦可记为$\overline{A}$或$\lvert A\rvert$
$\aleph_0$	基数,势	cardinal number	$\aleph_0$表示无限可数集的基数	是希伯来文第一个字母,读Alef
$\sim$	对等	equivalent	$A\sim B$表示集A与集B对等	

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\mapsto$	元素间的对应	correspond between to elements	在映射下元素间的对应符号，例如，整数集的映射 $\varphi(x)=x^2$ 可表示成 $\varphi: x\mapsto x^2$	
$\rightarrow$	映射	mapping	$f: A\rightarrow B$ 或 $A\xrightarrow{f}B$ 表示 f 是集 A 到集 B 的映射	
f^{-1}	逆映射	inverse mapping	设 f 是集 A 到 B 的一个双射，则用 f^{-1} 表示 B 到 A 的 f 的逆映射. $f^{-1}f$ 是 A 的恒等映射	亦可用 f_l^{-1}，f_r^{-1} 表示左、右逆映射
R	关系	relation	aRb 表示 a 与 b 有关系 R	
$\not R$	无关系	non-relation	$a\not R\, b$ 表示 a 与 b 没有关系 R	亦称关系补
$\bar{R}$	反关系	anti-relation	对于二元关系 $R\subseteq X\times Y$，称 $\bar{R}=X\times Y-R$ 为 R 的反关系	亦称否定关系、补关系
R^{-1}	逆关系	inverse relation	对于二元关系 $R\subseteq X\times Y$，称 $R^{-1}\subseteq Y\times X$ 为 R 的逆关系	当且仅当 xRy 时有 $yR^{-1}x$
[ ]	等价类	equivalent class	设 R 是集合 A 上的等价关系，$x\in A$，则称 $[x]_R$ 为 R 的等价类，它是由 A 中那些能使 xRy 成立的所有元素 y 组成的子集	
/	商集	quotient set	设 R 为集 A 的一个等价关系，则商集 A/R 即由一切等价类组成的集合	
$\mathscr{P}$ 或 $\mathfrak{P}$	幂集	power set	用 $\mathscr{P}A$ 或 $\mathfrak{P}A$ 表示集 A 的所有子集组成的集，称为 A 的幂集	
$f\vert_B$	收缩，限制	restriction	设 f 是集合 A 上的一个映射，$B\subseteq A$，则 f 也可看成 B 上的一个映射称为 f 在 B 上的限制或收缩	
$\circ$	合成，复合	composite	$g\circ f$ 表示映射 f 和 g 的合成或复合	
limsup	上极限	superior limit	limsup A_n 表示序列 A_n 的上极限	亦可记为 $\overline{\lim}$
liminf	下极限	inferior limit	liminf A_n 表示序列 A_n 的下极限	亦可记为 $\underline{\lim}$
lim	极限	limit	$\lim A_n$ 表示序列 A_n 的极限	
$\varinjlim$	归纳极限	inductive limit	$\varinjlim A_\lambda$ 表示 A_λ 的归纳极限	
$\varprojlim$	射影极限	projective limit	$\varprojlim A_\lambda$ 表示 A_λ 的射影极限	
dom	定义域	domain of definition	若 f 为从 A 到 B 的一个映射，则称 A 为映射 f 的定义域，记为 dom f	亦可记为 $\mathrm{D}(f)$
ran f	值域	range	$f(A)=\mathrm{ran}f$. 若 f 为从 A 到 B 的一个映射，则 $f(A)$ 为映射 f 的值域	亦可记为 $\mathrm{R}(f)$ 或记为 $\mathrm{ran}(f)$
fld	关系域	domain of a relation	$\mathrm{fld}R=\mathrm{dom}R\cup\mathrm{ran}R$，即关系 R 的域等于 R 的定义域和值域的并集	
codom	陪域	co-domain	若 f 是从集 A 到集 B 的一个映射，则称集 B 是映射 f 的陪域，记为 $B=\mathrm{codom}f$	亦称上域
Imf	像	image	设 f 是集 A 到集 B 的一个映射，用 Imf 表示 A 中所有元素的像构成的集，称为 f 的像集	
$f^{-1}(\ )$	全原像	all inverse image	设 f 是集 A 到集 B 的一个映射，B 中元素 b 的全体逆像组成的集合 $f^{-1}(b)$，称为 b 的全原像	亦称原像
$\preccurlyeq$	弱序关系	weak order relation	$a\preccurlyeq b$，$a,b\in A$ 即集 A 存在弱序关系	
$\prec$	强序关系	strong order relation	$a\prec b$，$a,b\in A$ 即集 A 存在强序关系	
I_A	恒等映射	identity mapping	表示集 A 的每个元素都对应到自身的映射，称为恒等映射	亦称恒等对应. 亦可记为 e_A 或 id A
$\hookrightarrow$; em	嵌入映射	embedding	$A\hookrightarrow B$ 或 $\mathrm{em}AB$ 表示 $A\rightarrow B$ 的嵌入映射	
n_R	自然映射	natural mapping	n_R 把 A 的一个元素 a 映射成它的等价类 $[a]_R$	亦称正规映射，典则映射
$ub_R(B)$	B 的上界	upper bound of B	$a=ub_R(B)$ 表示 a 是 B 的上界，B 是半序集的子集	
$Lb_R(B)$	B 的下界	lower bound of B	$a=Lb_R(B)$ 表示 a 是 B 的下界，B 是半序集的子集	
ord	一切序数的类	class of every ordinals	表示一切序数构成的类	
cf	共尾度	cofinality	cf α 表示 α 的共尾度	
$K^{<k}$	强极限基数	strong cardinal number of the limit	$K^{<k}=\lim\limits_{\alpha\rightarrow K}K^\alpha$，其中 K 为正则的强极限基数	

几何与拓扑(Geometry & Topology)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\overline{AB}$, AB	[直]线段 AB	segment	表示自点 A 到点 B 的直线段	"直"常略去不写
$\angle$	角	angle	$\angle AOB$ 表示角 AOB	
$\measuredangle$	有向角	directed angle	$\measuredangle AOB$ 表示有向角 AOB	
°	度	degree	21°表示 21 度	
′	分	minute	21°13′表示 21 度 13 分	
″	秒	second	21°13′23″表示 21 度 13 分 23 秒	
$\frown$	弧	arc	$\overset{\frown}{AB}$表示弧 AB. 当$\overset{\frown}{AB}$ 为圆弧时,可用$\overset{\frown}{AB}°$ 表示圆弧 AB 对应的度数	
rad	弧度	radian	rad1, radπ 分别表示 1 弧度、π 弧度	rad1≈57°17′45″; radπ=180°
—	密位	mil	例如,25⁻, 274⁻表示 25 密位,274 密位	常用在军事数学中度量角的单位符号
π	圆周率	ratio of the circumference of a circle to its diameter	$\pi\approx3.141\ 592\ 6\cdots$表示圆周长与直径的比	英文名称亦可简记为 number π
Rt$\angle$	直角	right angle	等于 90°的角称为直角,记为 Rt$\angle$=90°	曾经记为 rt$\angle$或R$\angle$
$\triangle$	三角形	triangle	$\triangle ABC$ 表示 A、B、C 三点连线构成的三角形	
$\measuredangle$	直角三角形	right angle triangle	$\measuredangle ABC$ 表示直角三角形 ABC	亦可记为 Rt$\triangle ABC$
▱	平行四边形	parallelogram	▱$ABCD$ 表示平行四边形 $ABCD$	
▭	矩形	rectangle	▭$ABCD$ 表示矩形 $ABCD$	
□	正方形	square	□$ABCD$ 表示正方形 $ABCD$	
⏢	四边形	tetragon	⏢ $ABCD$ 表示任意四边形 $ABCD$	任意二字常略去
◇	菱形	rhombus	◇$ABCD$ 表示菱形 $ABCD$	又名 diamond
⊙	圆	circle	⊙O 表示圆 O	
r,R	半径	radius	从圆心到圆周上任一点的线段称圆的半径,常用 r 或 R 表示	
d,D	直径	diameter	过圆心作任意一条直线,圆内部分的线段称该圆的直径,常用 d 或 D 表示	
C	周长	perimeter	若圆的半径为 r,则周长 $C=2\pi r$	
//	平行	parallel	AB//CD 表示线段 AB 平行于 CD	
∦	不平行	non-parallel	AB∦CD 表示直线 AB 与 CD 不平行	
⫽	平行且相等	parallel and equal	AB⫽CD 表示线段 AB 与 CD 平行且相等	
⊥	垂直	perpendicular	$AB\perp CD$ 表示线段 AB 垂直于 CD	
≌	全等	congruence	$\triangle ABC\cong\triangle DEF$ 表示$\triangle ABC$ 全等于$\triangle DEF$	
∽	相似	similar	$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$ 表示$\triangle ABC$ 相似于$\triangle DEF$	
∵	因为	because	∵代表"因为"二字	
∴	所以	therefore	∴代表"所以"二字	
⊻	等角多边形	equiangular polygon	⊻$AB\cdots E$ 表示等角多边形 $AB\cdots E$	多边两字可被省略
⊥	等边多边形	equilateral polygon	⊥$AB\cdots E$ 表示等边多边形 $AB\cdots E$	多边两字可被省略
α-MN-β	二面角	dihedral angle	平面 α 和平面 β 相交于直线 MN 所成的角	
P-$AB\cdots E$	棱锥	pyramid	顶点是 P、底面多边形是 $AB\cdots E$ 的棱锥	
$AB\cdots E$-$A'B'\cdots E'$	棱柱	prism	上底面是多边形 $AB\cdots E$,下底面是多边形 $A'B'\cdots E'$ 的棱柱	长方体、棱台的记法和此记法类似

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
S	面积	area	$S_{\triangle ABC}$ 表示 $\triangle ABC$ 的面积；$S_{球冠}$ 表示某个球冠的面积	
V	体积	volume	$V_{P\text{-}ABC}$ 表示三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的体积；$V_{拟柱体}$ 表示某个拟柱体的体积	
$\lvert\ \rvert$	距离	distance	$\lvert AB\rvert$ 表示 A,B 两点间的距离或 AB 线段的长	亦可用 AB 或小写的拉丁字母表示
sin	正弦	sine	$\sin x$ 为 x 的正弦函数	
cos	余弦	cosine	$\cos x$ 为 x 的余弦函数	
tan	正切	tangent	$\tan x$ 为 x 的正切函数	亦可用 $\mathrm{tg}\ x$ 表示
cot	余切	cotangent	$\cot x$ 为 x 的余切函数	亦可用 $\mathrm{ctg}\ x$ 表示
sec	正割	secant	$\sec x$ 为 x 的正割函数	
csc	余割	cosecant	$\csc x$ 为 x 的余割函数	曾用 $\mathrm{cosec}\ x$ 表示
vers	正矢	versedsine	$\mathrm{vers}\ x$ 为 x 的正矢函数	$\mathrm{vers}\ x=1-\cos x$，现已不用
covers	余矢	coversedsine, versedcosine	$\mathrm{covers}\ x$ 为 x 的余矢函数	$\mathrm{covers}\ x=1-\sin x$，现已不用
$\sin^m x$	正弦函数的 m 次方	sine function to the m-th power	$\sin^3 x$ 为 $\sin x$ 的立方	其他三角函数和双曲函数的 m 次方的表示法类似
$\arcsin x$	反正弦主值	principal value of inverse sine	$y=\arcsin x\left(-\frac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$	一般值表示成 $\mathrm{Arcsin}\,x$
$\arccos x$	反余弦主值	principal value of inverse cosine	$y=\arccos x\ (0\leqslant y\leqslant\pi)$	一般值表示成 $\mathrm{Arccos}\ x$
$\arctan x$	反正切主值	principal value of inverse tangent	$y=\arctan x\left(-\frac{\pi}{2}<y<\frac{\pi}{2}\right)$	一般值表示成 $\mathrm{Arctan}\,x$
$\mathrm{arccot}\ x$	反余切主值	principal value of inverse cotangent	$y=\mathrm{arccot}\ x\ (0<y<\pi)$	一般值表示成 $\mathrm{Arccot}\,x$
$\sec x$	反正割主值	principal value of inverse secant	$y=\sec x\left(0\leqslant y\leqslant\pi,\ 且\ y\neq\frac{\pi}{2}\right)$	一般值表示成 $\mathrm{Arcsec}\,x$
$\csc x$	反余割主值	principal value of inverse cosecant	$y=\csc x\left(-\frac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\pi}{2},\ 且\ y\neq 0\right)$	一般值表示成 $\mathrm{Arccsc}\,x$
T	周期	periodic	$f(x+T)=f(x)$，T 为最小正周期. $T=\pi$ 表示以 π 为周期	
x,y,z	笛卡儿坐标	Cartesian coordinates	$\boldsymbol{e}_x$，$\boldsymbol{e}_y$ 与 $\boldsymbol{e}_z$ 及 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z$ 组成范化正交右手坐标系	
ρ,φ,z	圆柱坐标	cylindrical coordinates	圆柱坐标与笛卡儿坐标的关系为 $x=\rho\cos\varphi, y=\rho\sin\varphi, z=z$	
r,θ,φ	球面坐标	spherical coordinates	球面坐标与笛卡儿坐标的关系为 $x=r\sin\theta\cos\varphi, y=r\sin\theta\sin\varphi, z=r\cos\theta$	
$\boldsymbol{a},\vec{a}$	向量或矢量 $\boldsymbol{a}$	vector $\boldsymbol{a}$	常用 x,y,z 或 x_1,x_2,x_3 表示笛卡儿坐标，则 $\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z$，简记为 $\boldsymbol{a}=x_i\boldsymbol{e}_i$	印刷常用黑体 $\boldsymbol{a}$，书写常用 $\vec{a}$ 表示
$\lvert\boldsymbol{a}\rvert$	向量的模（绝对值，长度）	module of a vector (absolute value, length)	向量 $\overrightarrow{M_1M_2}$，$\boldsymbol{a}$，$\vec{a}$ 的模依次记为 $\lvert\overrightarrow{M_1M_2}\rvert$，$\lvert\boldsymbol{a}\rvert$，$\lvert\vec{a}\rvert$. 向量的大小称为向量的模	
$\overrightarrow{AB}$	向量 AB	vector AB	表示始点为 A，终点为 B 的向量或有向线段	
$\boldsymbol{e}_a$	单位向量	unit vector	$\boldsymbol{e}_a=a/\lvert a\rvert$ 表示 a 方向的单位向量	亦称幺向量
$\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{e}_z$ $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$	在笛卡儿坐标轴方向的单位向量	unit vector on the Cartesian axial coordinates	$[O;\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}]$ 表示直角标架；$[O;\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{e}_z]$ 表示仿射标架，其中 O 为坐标原点，$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k},\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{e}_z$ 为基向量	
$\boldsymbol{a}_x,\boldsymbol{a}_y,\boldsymbol{a}_z$	向量 $\boldsymbol{a}$ 的笛卡儿分量	Cartesian component of a vector $\boldsymbol{a}$	设 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_x+\boldsymbol{a}_y+\boldsymbol{a}_z$，其中 $\boldsymbol{a}_x=x\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{a}_y=y\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{a}_z=z\boldsymbol{e}_z$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 的笛卡儿分量	
$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 或 $\boldsymbol{ab}$	标量积或数量积、内积、点积	scalar product, inner product, dot product	$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}_x\boldsymbol{b}_x+\boldsymbol{a}_y\boldsymbol{b}_y+\boldsymbol{a}_z\boldsymbol{b}_z$；$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}_i\boldsymbol{b}_i\overset{\text{def}}{=\!=}\sum\boldsymbol{a}_i\boldsymbol{b}_i$；$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}^2=\lvert\boldsymbol{a}\rvert^2$	亦可表示成 $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$，$[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$	向量积、外积、叉积	vector product, exterior product, cross product	$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ 是垂直于 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 所决定平面的向量，且 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}\}$ 三矢量成右手系. $\lvert\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}\rvert=\lvert\boldsymbol{a}\rvert\lvert\boldsymbol{b}\rvert\sin(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})$，其中 $(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})$ 表示 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角	
$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c})$ $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})$	混合积	mixed product	向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 的混合积定义为由 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 三向量为邻边组成的平行六面体的有向体积	亦可表示成 $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}$
k	斜率	gradient	直线 $y=kx+b$ 中，k 称为斜率	
e	离心率	eccentricity	在圆锥曲线的极坐标方程中，$r=\dfrac{p}{1-e\cos\varphi}$，$e$ 称为离心率	亦称偏心率.
a	半长轴	semimajor axis	椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b)$ 中，a 称为半长轴	
b	半短轴	semiminor axis	椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b)$ 中，b 称为半短轴	
$\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{W}$	向量空间的张量积	tensor product of vector spaces	若 $\boldsymbol{V}$ 是 n 维向量空间，$\boldsymbol{W}$ 是 m 维向量空间，则 $\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{W}$ 是 $n\times m$ 维向量空间的二阶张量	
$\boldsymbol{T}^r_s$	张量	tensor	设 $\boldsymbol{V}$ 是 n 维向量空间，其对偶空间的二阶张量为 $\boldsymbol{V}^*$，张量积 $\boldsymbol{V}^r_s=\underbrace{\boldsymbol{V}\otimes\cdots\otimes\boldsymbol{V}}_{r个}\otimes\underbrace{\boldsymbol{V}^*\otimes\cdots\otimes\boldsymbol{V}^*}_{s个}$ 的元素称为 (r,s) 型张量	
$\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{W}$	群的张量积	tensor product of groups	设 $\boldsymbol{V},\boldsymbol{W}$ 是群，$\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{W}=F(\boldsymbol{V},\boldsymbol{W})/R(\boldsymbol{V},\boldsymbol{W})$ 称为 $\boldsymbol{V},\boldsymbol{W}$ 的张量积	
$T_{xx},T_{xy},\cdots,T_{zz}$; T_{ij}	二阶张量 $\boldsymbol{T}$ 的笛卡儿分量	Cartesian component of tensor $\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}=T_{xx}\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x+T_{xy}\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_y+\cdots,T_{xx}\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x$ 为分张量，	
$\boldsymbol{T}\otimes\boldsymbol{S}$	二阶张量积或并矢积	tensor product dyadic product	两个二阶张量 T 与 S 的张量积 $T\otimes S$ 是具有分量 $T_{ij}S_{kl}$ 的四阶张量	
$\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{S}$	两个二阶张量的内积	inner product	$\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{S}$ 表示两个二阶张量 $\boldsymbol{T}$ 与 $\boldsymbol{S}$ 的内积. 它是具有分量 $(\boldsymbol{T},\boldsymbol{S})_{ik}\overset{\text{def}}{=\!=}\sum\limits_j\boldsymbol{T}_{ij}\boldsymbol{S}_{jk}$ 的二阶张量	
$\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{a}$	矢量对张量的内积	inner product	$\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{a}$ 表示二阶张量 $\boldsymbol{T}$ 与矢量 $\boldsymbol{a}$ 的内积. 它是具有分量 $(\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{a})_i\overset{\text{def}}{=\!=}\sum\limits_j\boldsymbol{T}_{ij}\boldsymbol{a}_j$ 的矢量	
$\boldsymbol{T}:\boldsymbol{S}$	标量积	scalar product	$\boldsymbol{T}:\boldsymbol{S}$ 表示两个二阶张量 $\boldsymbol{T}$ 与 $\boldsymbol{S}$ 的标量积. 它具有标量 $(\boldsymbol{T}:\boldsymbol{S})\overset{\text{def}}{=\!=}\sum\limits_i\sum\limits_j T_{ij}S_{ji}$	
$\overline{\overline{\wedge}}$	透视对应	perspective correspondence	点列 $s(A,B,C,\cdots)$ 与线束 $S(a,b,c,\cdots)$ 是透视的，记为 $s(A,B,C,\cdots)\overline{\overline{\wedge}}S(a,b,c,\cdots)$	
$\overline{\wedge}$	射影对应	projective correspondence	若 $[\pi]$ 与 $[\pi']$ 是两个一维基本形，则它们之间的射影对应记为 $[\pi]\overline{\wedge}[\pi']$	
$\div$	分离	separation	点 A,B 与点 C,D 是分离的，记为 $A,B\div C,D$	
$\overline{\cdot\cdot}$	不分离	nonseparation	点 A,B 与点 C,D 是不分离的，记为 $A,B\ \overline{\cdot\cdot}\ C,D$	
$J,*$	联	join	设 $s=v_0\cdots v_m$ 是 K 的生成复形，$t=w_0\cdots w_n$ 是 L 的生成复形，令 $s*t=v_0\cdots v_m w_0\cdots w_n$，则所有单形 $s*t$ 和它们的面组成的集合是一个单纯复形，称为 K 和 L 的联，记为 $K*L$	亦可记为 $J(K,L)$ 或 KJL
$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$	向量函数	vector function	曲线或曲面的参数方程写成向量的形式.	亦称矢函数
$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 或 $r'(t)$	导向量	derived vector	$\boldsymbol{r}'(t)=(\boldsymbol{x}'(t),\boldsymbol{y}'(t),\boldsymbol{z}'(t))$ 是向量函数 $\boldsymbol{r}(t)$ 的导向量，有时以弧长 s 为参数的导向量表示成 $\dot{\boldsymbol{r}}(s)$	亦称微商或导矢
$\mathrm{d}\boldsymbol{r}$	微分	differential	设 $\boldsymbol{r}(t)$ 同上，若 $\boldsymbol{r}(t)$ 在 t 处的改变量 $\Delta r=A\Delta t+o(\Delta t)$（$A$ 为固定向量），则称 A 为 $\boldsymbol{r}(t)$ 在 t 点的微分	
$\boldsymbol{r}^{(n)}(t)$	n 阶导向量	n-th derivative	$\boldsymbol{r}^{(n-1)}(t)$ 在 t 点的导向量称为 $\boldsymbol{r}(t)$ 在 t 点的 n 阶导向量	
$\mathrm{d}^n\boldsymbol{r}$	n 阶微分	n-th differential	$\mathrm{d}^{n-1}r$ 在 t 点的微分称为 $r(t)$ 在 t 点的 n 阶微分	
$\dfrac{\partial\boldsymbol{r}}{\partial x_i}$	偏导向量	partial derived vector	若 $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})=(\boldsymbol{x}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{y}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{z}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}))$，则 $\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})=\left(\dfrac{\partial\boldsymbol{x}}{\partial\boldsymbol{u}},\dfrac{\partial\boldsymbol{y}}{\partial\boldsymbol{u}},\dfrac{\partial\boldsymbol{z}}{\partial\boldsymbol{u}}\right)$ 是 $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ 关于 $\boldsymbol{u}$ 的偏导向量	亦称偏导矢

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\boldsymbol{T}(s)$	单位切向量	unit tangent vector	$\boldsymbol{T}(s)=\dot{\boldsymbol{r}}(s)$表示曲线 C 在一点处的单位切向量，其中 s 为曲线 C 的弧长参数	亦可表示成 $\boldsymbol{\alpha}(s)$
$\boldsymbol{N}(s)$	主法向量	principal normal vector	$\boldsymbol{N}(s)=\frac{\ddot{\boldsymbol{r}}(s)}{\lvert\ddot{\boldsymbol{r}}(s)\rvert}$表示曲线 C 在一点处的主法向量，$\boldsymbol{N}(s)$指向曲线 C 凹入的方向	亦可表示成 $\boldsymbol{\beta}(s)$
$\boldsymbol{B}(s)$	副法向量	binormal vector	$\boldsymbol{B}(s)=\boldsymbol{T}(s)\times\boldsymbol{N}(s)$表示曲线 C 在一点处的副法向量	亦称从法向量. 表示成 $\boldsymbol{\gamma}(s)$
$\{P;\boldsymbol{T};\boldsymbol{N},\boldsymbol{B}\}$	活动标架	Frenet frame	$\boldsymbol{T},\boldsymbol{N},\boldsymbol{B}$ 依次构成右手系，它们构成一个标架，称为曲线 C 在 P 点的活动标架或弗雷内标架	
k	曲率	curvature	曲率 k 是表示曲线弯曲程度的量. 曲率 k 越大，曲线弯曲程度越大，曲率小，曲线弯曲程度小	直线的曲率为 0
τ	挠率	torsion	挠率是表示空间曲线扭翘程度的量. 挠率的绝对值大，曲线扭翘程度大，挠率的绝对值小，曲线扭翘程度小. 平面曲线的挠率为 0	
$k_r(s)$	相对曲率	relative curvature	表示平面曲线弯曲程度和弯曲方向的量	
i_r	旋转指标	rotation index	$i_r=\frac{1}{2\pi}\int_0^l k_r(s)\mathrm{d}s$ 表示平面闭曲线 C 的旋转指标，它是曲线 C 的切线像($r=\boldsymbol{T}(s)$) 在单位圆周上环绕的圈数	若 C 是平面简单闭曲线，则 $i_r=\pm 1$
$\boldsymbol{n}$	单位法向量	unit normal vector	曲面 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(a,v)$ 上一点 $P(u,v)$ 处的单位法向量 $\boldsymbol{n}=\frac{\boldsymbol{r}_u\times\boldsymbol{r}_v}{\lvert\boldsymbol{r}_u\times\boldsymbol{r}_v\rvert}$	式中各量均在(u,v)取值. $\boldsymbol{r}_u,\boldsymbol{r}_v,\boldsymbol{n}$ 依序构成右手系
E,F,G,g_{ij}	曲面的第一类基本量	fundamental quantities of first kind for surfaces	对曲面 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(u,v)$，其第一类基本量分别为 $E=\boldsymbol{r}_u\cdot\boldsymbol{r}_u,F=\boldsymbol{r}_u\cdot\boldsymbol{r}_v,G=\boldsymbol{r}_v\cdot\boldsymbol{r}_v.$ $g_{ij}=\boldsymbol{r}_i\cdot\boldsymbol{r}_j\quad(i,j=1,2)$	$E>0,\quad G>0,$ $EG-F^2>0$
I	曲面的第一基本形式	first fundamental form of a surface	$\mathrm{I}=E\mathrm{d}u^2+2F\mathrm{d}u\mathrm{d}v+G\mathrm{d}v^2$	第一基本形式是正定的，它决定曲面的内蕴性质
L,M,N,L_{ij}	曲面的第二类基本量	fundamental quantities of second kind for surfaces	对曲面 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(u,v)$，其第二类基本量分别为 $L=\boldsymbol{r}_{uu}\cdot\boldsymbol{n},M=\boldsymbol{r}_{uv}\cdot\boldsymbol{n},N=\boldsymbol{r}_{uv}\cdot\boldsymbol{n}.$ $L_{ij}=\boldsymbol{r}_{ij}\cdot\boldsymbol{n}\ (\boldsymbol{i},\boldsymbol{j}=1,2)$	
II	曲面的第二基本形式	second fundamental form of a surface	$\mathrm{II}=L\mathrm{d}u^2+2M\mathrm{d}u\mathrm{d}v+N\mathrm{d}v^2$	
k_n	法曲率	normal curvature	曲面 S 在 P 点沿方向 $\boldsymbol{a}$ 的法截线曲率可作为曲面在该点的法曲率 k_n	其绝对值相等
K_c	全曲率	total curvature	$K_c=\int_o^l k(s)\mathrm{d}s$ 表示曲线 C 的全曲率	
K_r	相对全曲率	relative total curvature	$K_r=\int_0^l k_r(s)\mathrm{d}s$ 表示曲线 C 的相对全曲率	
K	总曲率	Gaussian curvature	$K=k_1k_2$ 表示曲面 S 在点 P 的弯曲情况. 曲面上的点可按总曲率的符号进行分类. $K>0$ 的点是椭圆点，$K<0$ 的点是双曲点，$K=0$ 的点是抛物点	亦称高斯曲率. 式中 k_1,k_2 为其对应的主曲率
H	平均曲率	mean curvature	表示曲面 S 在点 P 的平均曲率	亦称中曲率
e,f,g	曲面的第三类基本量	fundamental quantities of third kind for surfaces	对曲面 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(u,v)$，其第三类基本量分别为 $e=\boldsymbol{n}_u\cdot\boldsymbol{n}_u,f=\boldsymbol{n}_u\cdot\boldsymbol{n}_v,g=\boldsymbol{n}_v\cdot\boldsymbol{n}_v$	
III	曲面的第三基本形式	third fundamental form of a surface	$\mathrm{III}=\mathrm{d}\boldsymbol{n}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{n}=e\mathrm{d}u^2+2f\mathrm{d}u\mathrm{d}v+g\mathrm{d}v^2$	
$[jk,i]$	第一类克里斯托费尔符号	Christoffel symbol of the lst kind	$[jk,i]=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k}+\frac{\partial g_{ki}}{\partial x^j}-\frac{\partial g_{jk}}{\partial x^i}\right)$	亦可表示成 Γ_{jki}
$\left\{\begin{matrix}k\\ij\end{matrix}\right\}$	第二类克里斯托费尔符号	Christoffel symbol of the 2nd kind	$\left\{\begin{matrix}k\\ij\end{matrix}\right\}=\frac{1}{2}g^{kl}\left(\frac{\partial g_{lj}}{\partial x^i}+\frac{\partial g_{il}}{\partial x^j}-\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^l}\right)$	亦可表示成 $\Gamma^k_{ij}=g^{kl}\Gamma_{ijl}\Gamma^k_{ij}$，也称为联络系数
k_g	测地曲率	geodesic curvature	曲面 S 上的曲线 C 在某一点 P 的切平面上的投影线的曲率可作为曲线 C 的测地曲率	其绝对值相等
exp	指数映射	exponential map	指数映射 $\exp:T_P\to S$ 是曲面 S 上 P 的切平面 T_P 的切向量与曲面 S 上点的对应关系. 若 $\boldsymbol{v}\in T_P$，过 P 沿 $\boldsymbol{v}$ 的方向作测地线 C，在 C 上取点 M，使$\widehat{PM}=\lvert\boldsymbol{v}\rvert$，则 $\exp\boldsymbol{v}=M$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
τ_g	测地挠率	geodesic torsion	在曲面S上过一点P作以单位切向量α为初始方向的测地线C:$u=u(s)$,$v=v(s)$,测地线C在P点的挠率称为曲面S在P点关于α方向的测地挠率	$\tau_g=\left(\alpha,n,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}s}\right)$
$\mathscr{N}$	高斯映射	Gauss map	以曲面S的单位法向量$\boldsymbol{n}(u,v)$作为向量函数,表示单位球面S^2,高斯映射$\mathscr{N}:S\to S^2$是曲面S与相应的球面S^2之间的对应关系	亦称曲面的球面表示
$\deg\mathscr{N}$	高斯映射度	Gauss mapping degree	$\deg\mathscr{N}=\frac{1}{2}\chi(S)$表示高斯映射度,它由曲面拓扑所决定,其中$\chi(S)$表示欧拉示性数	
$\{U_\alpha,\varphi_\alpha\}$	坐标邻域	coordinate neighborhoods	U_α是微分流形M的开集,φ_α是微分流形U_α到R^n的开子集的同胚	
C^∞	C^∞相容	C^∞ compatible	$U\cap V\neq\varnothing$,$\varphi\circ\psi^{-1}$和$\psi\circ\varphi^{-1}$是R^n的开子集$\varphi(U\cap V)$和$\psi(U\cap V)$的C^∞微分同胚.称(U,φ)和(V,ψ)是C^∞相容的	
L_XY	李导数	Lie derivative	$(L_XY)_p=\lim\limits_{t\to0}\frac{1}{t}((\varphi_{-t})_*Y_{\varphi_t(p)}-Y_p)$ $=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\varphi_{-t})_*Y_{\varphi_t(p)}\mid_{t=0}$	
R^l_{ijk}	黎曼曲率张量	Riemannian curvature tensor	$R^l_{ijk}=\frac{\partial}{\partial x^i}\Gamma^l_{jk}-\frac{\partial}{\partial x^j}\Gamma^l_{ik}+\Gamma^l_{ih}\Gamma^h_{jk}-\Gamma^l_{jh}\Gamma^h_{ik}$和$R_{ijkl}=R^h_{ikl}g_{hj}$均称为黎曼曲率张量	亦称第二类克里斯托费尔符号
Ric	里奇曲率张量	Ricci curvature tensor	$\mathrm{Ric}(X,Y)=\sum\limits_i R(e_i,X,Y,e_i)$,即里奇曲率张量是一个(0,2)型张量场.由对称性知 $\mathrm{Ric}(X,Y)=\mathrm{Ric}(Y,X)$	
C_{ijkl}	共形曲率张量	conformal curvature tensor	$C_{ijkl}=R_{ijkl}-\frac{1}{n-2}\{R_{ik}g_{jl}-R_{il}g_{jl}+R_{jl}g_{ik}-R_{jk}g_{il}\}+\frac{s}{(n-1)(n-2)}(g_{ik}g_{jl}-g_{il}g_{jk})$	亦称外尔张量
P^l_{ijk}	射影曲率张量	projective curvature tensor	$P^l_{ijk}=R^l_{ijk}-\frac{1}{n-1}(\delta^l_kR_{ij}-\delta^l_jR_{ik})$称为射影曲率张量	
d	外微分算子	exterior differential operator	对于任意$\omega_1,\omega_2\in A^p(M)$:1. $\mathrm{d}(\omega_1+\omega_2)=\mathrm{d}\omega_1+\mathrm{d}\omega_2$;2. $\mathrm{d}(\omega_1\wedge\omega_2)=\mathrm{d}\omega_1\wedge\omega_2+(-1)^p\omega_1\wedge\mathrm{d}\omega_2$;3.若$f\in A^0(M)$.则$\mathrm{d}(\mathrm{d}f)=0$	若$f\in A^0(M)$,则$\mathrm{d}f$恰是f的微分
$Z^p(M,R)$	光滑p次闭形式空间	space of smooth p-closed differential form	$Z^p(M,R)=\{\omega\mid\omega$是流形$M$上的光滑$p$次闭形式$\}$表示光滑$p$次闭形式空间	
$B^p(M,R)$	光滑p次恰当形式空间	space of smooth p-exact differential form	$B^p(M,R)=\{\omega\mid\omega$是流形$M$上的光滑$p$次恰当形式$\}$表示光滑$p$次恰当形式空间	
$H^p(M,R)$	德·拉姆上同调群	de Rham cohomology group	表示流形M的第p个德·拉姆上同调群.$H^p(M,R)$中的元素称为同调类	亦称第p个德·拉姆上同调空间
$\int_M\omega$	形式积分	integral of forms	$\int_M\omega=\sum\limits_i\int_M f_i\circ\omega$	
∇	仿射联络	affine connection	设M是n维C^∞流形,$\Gamma(TM)$为M上的C^∞向量场空间.M上的仿射联络是指映射$\nabla:\Gamma(TM)\times\Gamma(TM)\to\Gamma(TM)$,满足四条公理	
$\nabla_{X_p}Y$	共变导数	covariant derivative	令$P\in M$,$X_P\in T_P(M)$.Y为M上的C^∞向量场.定义$\nabla_{X_P}Y=(\nabla_XY)_P$	亦称协变微商
$K(X,Y)$	截面曲率	sectional curvature	对任意两个不共线的切向量$X,Y\in T_PM$, $K(X,Y)=-\frac{R(X,Y,X,Y)}{g(X,X)g(Y,Y)-[g(X,Y)]^2}$	当$\dim M=2$时,$K(X,Y)$恰好是M在P点的高斯曲率
$R(X,Y)$	曲率算子	curvature operator	$R(X,Y)Z=\nabla_X(\nabla_YZ)-\nabla_Y(\nabla_XZ)-\nabla_{[X,Y]}Z$ $(X,Y,Z\in\Gamma(TM))$	
$\triangle$	拉普拉斯-贝尔脱拉米算子	Laplace-Bertrami operator	$\triangle f=\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sqrt{g}\,g^{ij}\frac{\partial f}{\partial x^j}\right)$	
$S_p(2n)$	辛群	symplectic group	设(V,ω)是一个辛空间,(V,ω)的自同构的全体构成群$\mathrm{GL}(V)$的一个子群记为$\mathrm{SP}(V,\omega)$,特别地,标准辛空间(K^{2n},ω)的自同构群记为$S_p(2n,K)$.若$K=R$,则把$S_p(2n,K)$简记为$S_p(2n)$,并称为$2n$维辛群	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$E(f)$	能量	energy	设 M,N 为黎曼流形，$f:M\to N$ 为光滑映射，f 的能量定义为：$E(f)=\frac{1}{2}\int_M \lvert df\rvert^2 * 1$，其中 $*1$ 为 M 的体积元	
$e(f)$	能量密度	energy density	符号条件同上，$e(f)=\frac{1}{2}\lvert df\rvert^2$	
∂M	流形的边界	boundary of a manifold	带边流形 M 中全体边界点的集	
T_PM	切空间	tangent space	微分流形 M 在 P 点处的全体切向量的集记为 T_PM，称为 M 在 P 处的切空间	T_PM 是实 $\dim M$ 维向量空间
f_{*P}，T_Pf	在一点处的切映射	tangent map at a point	$f:M\to N$ 是可微映射，$f_{*P}:T_PM\to T_{f(P)}N$ 称为可微映射 f 在 $P\in M$ 处的切映射	若 f 是微分同胚，则 $\forall P\in M$，f_{*P} 是同构
TM	流形的切丛	tangent bundle of manifold	(TM,π,M) 称为微分流形 M 的切丛，简称 TM 为 M 的切丛	
Tf	切映射	tangent map	设 $f:M\to N$ 是流形 M 到 N 的可微映射，$Tf:TM\to TN$ 称为 f 的切映射	若 $f:M\to N$ 是微分同胚，则 $Tf:TM\to TN$ 亦然
$\xi\oplus\eta$	向量丛的惠特尼和	Whitney sum of vector bundles	ξ,η 分别是 n 维，k 维向量丛，$\tilde{\pi}:E(\xi)\oplus E(\eta)\to B$ 为自然投射. $(E(\xi)\oplus E(\eta),\tilde{\pi},B)$ 是 $n+k$ 维向量丛，称为 ξ 与 η 的惠特尼和	亦可看成积丛 $\xi\times\eta$ 由对角映射 $f:B\to B\times B$ 决定的诱导丛
$\chi(\xi)$	欧拉数	Euler number	设 $\xi=(E,\pi,M)$ 是 n 维定向向量丛，则零截面的自交数称为向量丛 ξ 的欧拉数	当 $\xi=TM$ 时，$\chi(\xi)$ 就是 M 的欧拉示性数
$U^{\perp}(t)$	正交分量	orthogonal component	表示分向量场 $U(t)$ 与测地线 γ 正交的分量	
$T_x^{\perp}M$	法空间	normal space	表示 M 在 x 处的法空间，正交于切空间 T_xM	
$\nabla^{\perp}$	法联络	normal connection	若 M 是黎曼流形，则 $\nabla^{\perp}$ 表示 M 上的法联络	
$(\tilde{R}(X,Y)Z)^{\perp}$	正交投影	orthogonal projection	表示 $\tilde{R}(X,Y)Z$ 在 M 的法丛 $N(M)$ 上的投影. 式中 $\tilde{R}$ 是 $\tilde{M}$ 的曲率张量	
(X,d)	度量空间	metric space	赋予度量 d 的集合 X 称为度量空间	亦称距离空间
$(X,\mathscr{T})$	拓扑空间	topological space	确定了拓扑 $\mathscr{T}$ 的集合 X 称为拓扑空间	
$\bar{A}$，$\mathrm{cl}A$	闭包	closure	包含 A 的所有闭集的交集称为 A 的闭包，它是包含 A 的最小闭集	
$b(A)$，$\mathrm{Bd}A$	边界	boundary	A 的全体边界点组成的集合称为 A 的边界	亦可记为 A^b，∂A
$\mathrm{Int}\ A$，A^i	内部	interior	集 A 的全部内点组成的集合称为 A 的内部	亦可记为 $\mathring{A}$ 或 A°
$U(a,\delta)$	邻域	neighborhood	$U(a,\delta)=\{x\mid a-\delta<x<a+\delta\}$ 称为点 a 的 δ 邻域点 a 称为邻域的中心，δ 称为邻域的半径	
$\mathring{U}(a,\delta)$	去心邻域	deleted neighborhood	$\mathring{U}(a,\delta)=\{x\mid 0<\lvert x-a\rvert<\delta\}$ 称为点 a 的去心的 δ 邻域	
$\mathscr{U}(x)$	邻域系	neighborhood system	点 x 的邻域的全体称为 x 的邻域系	
$X\vee Y$	拓扑空间的楔和	wedge sum of topological spaces	设 X,Y 为两个带有基点的拓扑空间. x_0,y_0 分别为 X,Y 的基点. 子空间 $X\times\{y_0\}\cup\{x_0\}\times Y\subset X\times Y$ 称为 X 和 Y 的楔和	
$X\wedge Y$	拓扑空间的碎积	smash product of topological spaces	商空间 $X\times Y/X\vee Y$ 称为 X,Y 的碎积	
$V_{n,k}$	斯蒂弗尔流形	Stiefel manifold	$V_{n,k}=\{(e_1,e_2,\cdots,e_k)\mid e_i\in R^n,e_i\cdot e_j=\delta_{ij},1\leqslant i,j\leqslant k\}$ 在 $R^n\times\cdots\times R^n$（$k$ 个）的诱导拓扑之下，$V_{n,k}$ 为一个紧致流形，称为斯蒂弗尔流形	
$B_\varepsilon(a)$	开球	open ball	设 (X,d) 为度量空间，$a\in X,\varepsilon>0$，$B_\varepsilon(a)=\{x\in X\mid d(a,x)<\varepsilon\}$ 称为以 a 为中心的 ε 开球	亦可记为 $B(a,\varepsilon)$
$B_\varepsilon(a)$	闭球	closed ball	设 (X,d) 为度量空间，$a\in X,\varepsilon>0$，$\bar{B}_\varepsilon(a)=\{x\in X\mid d(a,x)\leqslant\varepsilon\}$ 称为以 a 为中心的 ε 闭球	亦可记为 $\bar{B}(a,\varepsilon)$
$\delta(M)$	直径	diameter	设 M 为度量空间 (X,d) 的子集，定义 $\delta(M)=\sup\{d(x,y)\mid x,y\in M\}$，称为集 M 的直径	亦可记为 $\mathrm{diam}M$
A^d，$d(A)$	导集	derived set	集 A 的一切聚点的集称为 A 的导集	
A^e，$\mathrm{ext}(A)$	外部	exterior	集 A 的全体外点组成的集合称为 A 的外部，记为 A^e 或 $\mathrm{ext}(A)$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
Ind$X$	大归纳维数	large inductive dimension	这是在正则空间中利用归纳法定义的维数，若空间 X,Y 同胚，则 Ind$X$ = Ind$Y$	亦称布劳威尔 - 切赫维数
ind X	小归纳维数	small inductive dimension	这是在正则空间中利用归纳法定义的维数，若空间 X,Y 同胚，则 ind$X$ = ind$Y$	亦称门杰 - 乌雷松维数
$\varprojlim\{X_\alpha,\pi_\alpha^\beta,A\}$	逆极限	inverse limit	逆系 $\{X_\alpha,\pi_\alpha^\beta,A\}$ 的逆极限	亦可记为 $\varprojlim X_\alpha$
$\varepsilon(A)$	凸包络	convex envelope	X 内所有包含 A 的凸集之交称为 A 的凸包络	
$\simeq$	同伦	homotopy	若 $f,g:X\to Y$ 都是连续映射，$I=[0,1]$，且存在连续映射 $H:X\times I\to Y$，使得对所有 $x\in X$，$H(x,0)=f(x)$，$H(x,1)=g(x)$，则 f,g 称为同伦映射，记为 $f\simeq g:X\to Y$	这里 H 称为从 f 到 g 的一个同伦或伦移
$\approx$	同胚	homeomorphism	$f:X\to Y$ 是连续映射，且 f 的逆映射连续，则称 f 为同胚，亦称空间 X 与 Y 同胚，记为 $X\approx Y$	亦称拓扑映射、拓扑变换
$\|\ \|$	范数	norm	$\|x\|$ 表示赋范空间中 x 的范数或实空间中向量 α 的赋值. 记为 $\|\alpha\|$	欧氏空间的向量 x 的长度概念的推广
E^n	n 维欧氏空间	n-dimensional Euclidean space	$E^n=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\mid x_i\in\mathbf{R}\}$，规定度量 $d=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)^2}$	亦可记为 R^n
P^n	n 维射影空间	n-dimensional projective space	域 F 上的 n 维射影空间常记为 FP^n，简记为 P^n，当 F 是实数域时记为 $\mathbf{R}P^n$；当 F 是复数域时记为 $\mathbf{C}P^n$. 若 F 是四元数域 H. 记为 $\mathbf{H}P^n$	
S^n	n 维球面	n-dimensional sphere	$S^n=\{x\in\mathbf{R}^{n+1}:\|x\|=r\}$	
T^n	n 维环面	n-dimensional torus	圆 S^1 自身的 n 次拓扑乘积. 记为 $T^n=S^1\times S^1\times\cdots\times S^1$	
$C_q(\ ,\ )$	链群	chain group	K 是复形，$C_q(K,Z)$ 称为 K 的 q 维链群	亦可简记为 $C_q(K)$
H_n	n 维同调群	n-dimensional homology group	$H_n(K,A)=Z_n(K,A)/B_n(K,A)$ 表示复形 K 的以 A 为系数群的 n 维同调群	
H^n	n 维上同调群	n-dimensional cohomology group	$H^n(X,A)=Z^n(K,A)/B^n(K,A)$ 表示复形 K 以 A 为系数群的 n 维上同调群	
$\check{H}^n$	n 维切赫上同调群	n-dimensional Čech cohomology group	$\check{H}^n(X)=\varinjlim H^n(N_\lambda)$ 表示 X 的 n 维切赫上同调群	
$\check{H}_n$	n 维切赫同调群	n-dimensional Čech homology group	$\check{H}_n(X)=\varprojlim H_n(N_\lambda)$ 表示 X 的 n 维切赫同调群	
π_n	n 维同伦群	n-dimensional homotopy group	$\pi_n(X)$ 是映射 $(S^n,s_0)\to(X,x_0)$ 的同伦类集合	
$\pi_{n+k}(S^n)$	稳定同伦群	stable homotopy group	悬垂同态 $E:\pi_{n+k}(S^n)\to\pi_{n+k+1}(S^{n+1})$，当 $n>k+1$ 时为同构，称为球面的第 k 个稳定同伦群	悬垂同态亦称同纬像同态
∂	边缘算子	boundary operator	∂c 表示 c 的边缘	
δ	上边缘算子	coboundary operator	δf 表示 f 的上边缘	
sq	斯廷罗德方形运算	Steenrod square	$Sq^i(x,y)=\sum_{j+k=i}Sq^j(x)Sq^k(y)$ 即 x 的斯廷罗德方形运算	
$\mathscr{P}$	斯廷罗德幂运算	Steenrod power	$\mathscr{P}^r_p(xy)=\sum_{i+j=r}\mathscr{P}^i_p(x)\mathscr{P}^j_p(y)$ 即 x 的斯廷罗德 p 次幂运算	亦可记为 St^r_p
$\smile$	上积	cup product	$z_1\smile z_2$ 表示 z_1 和 z_2 的上积	
$\frown$	卡积	cap product	$z_1\frown z_2$ 表示 z_1 和 z_2 的卡积	
$\omega\wedge\eta$	外积	exterior product	表示微分形式 ω,η 的外积. $\omega\wedge\eta=A_{k+l}(\omega\otimes\eta)$. 其中 A_{k+1} 是反对称化算子，ω 是 k 次矢量，η 是 l 次矢量，$\omega\wedge\eta$ 是 $(k+l)$ 次外矢量	
mesh	复形的网径	mesh diameter of a complex	单纯复形 K 中诸单形直径的最大值称为复形的网径，即 mesh$=\max_{\sigma\in K}\{\|x-y\|\mid x,y\in\sigma\}$	
deg	映射度	degree of mapping	设 $f:S^n\to S^n$ 是映射，α 是 $H_n(S^n)$ 的生成元，则 $f_*(\alpha)=\rho\alpha$. 其中整数 ρ 称为 f 的映射度. 记为 $\rho=\deg(f)$	亦称拓扑度，又称布劳威尔度
rel	相对于	relative	rel A 表示相对于 A	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
C	连续函数空间	continuous function space	$C[a,b]$表示$[a,b]$上连续函数的全体	
L^p	p次可积函数空间	integrable function space of order p	$L^p(\Omega,\mathscr{B},\mu)(\infty>p\geqslant 1)$是测度空间$(\Omega,\mathscr{B},\mu)$上可测而且$p$次可积函数的全体	
C^n	C^n类函数空间	C^n class function space	$C^n[a,b](\infty>n\geqslant 1)$是$[a,b]$上$n$阶连续可微函数的全体	
C^∞	C^∞类函数	function of class C^∞	对于所有r,函数f是C^r类的.亦称f是光滑的	
C^∞	C^∞映射	C^∞ mapping	W,N是微分流形,$F:W\to N,\psi\circ F\circ\varphi^{-1}P:\varphi(U)\to\psi(V)$是$C^\infty$的.$U,V$分别是$W,N$的坐标邻域	
L^∞	本性有界可测函数	essentially bounded function space	$L^\infty(\Omega,\mathscr{B},\mu)$表示$\Omega$上(关于$\mu$)本性有界可测函数全体	
T_2	豪斯多夫空间	Hausdorff space	设X为拓扑空间,若X的任意两个不相同的点都有不相交的开邻域则称X为豪斯多夫空间	亦称T_2空间
R^∞	希尔伯特空间	Hilbert space	设$x=(x_1,x_2,\cdots),y=(y_1,y_2,\cdots).x,y\in R^\infty$,定义$d=\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty}(x_i-y_i)^2}$,则$(R^\infty,d)$称为希尔伯特空间	
Y^X	函数空间	functional space	表示所有连续函数$f:X\to Y$的集合	
$N_{K,U}$	紧致开拓扑	compact open topology	$N_{K,U}=\{f:f(K)\subset U\}$,其中$K\subset X$紧致,$U\subset Y$为开集	
e_α^n	n维胞腔	cell of dimension n	e_α^n是空间X的子集	
CW	CW复形	CW-complex	一个空间X中的CW复形是满足闭包有限和诱导弱拓扑两项条件的胞腔复形	
$L(p,q)$	透镜空间	lens spaces	$L(p,q)=s^3/Zp$	
WHE	弱同伦等价公理	weak homotopy equivalence axiom	若$f:X\to Y$是弱同伦等价关系,则$f_*:k_n(X,x_0)\to k_n(Y,f(x_0))$是同构	
$\widetilde{KO}(X)$	$\widetilde{KO}$群	$\widetilde{KO}$-group	表示X上实向量丛的所有稳定等价类集合	
$\widetilde{K}(X)$	$\widetilde{K}$群	$\widetilde{K}$-group	表示X上复向量丛的所有稳定等价类集合	
$\widetilde{KS}_p(X)$	$\widetilde{KS}_p$群	$\widetilde{KS}_p$-group	表示X上四元向量丛的所有稳定等价类集合	
$K(s)$	K群	K-group	表示由半群的同态$\varnothing:S\to K(s)$诱导的abelian群	
$KO(X)$	KO群	KO-group	$KO(X)\cong\widetilde{KO}(X)\oplus KO(\{x_0\})$	
$K(X)$	K群	K-group	$K(X)\cong\widetilde{K}(X)\oplus K(\{x_0\})$	
$KS_p(X)$	KS_p群	KS_p-group	$KS_p(X)\cong\widetilde{KS}_p(X)\oplus KS_p(\{x_0\})$	
$M_1\sim M_2$	流形的协边	cobordism of manifolds	设M_1,M_2都是紧致(无边)微分流形,若存在紧致带边流形W与微分同胚$\partial W\cong M_1\times(0)\cup M_2\times(1)$,则称$M_1$与$M_2$协边	
MSO_n	定向协边群	oriented bordism group	表示所有定向协边类的集合	亦称Thom群
MO_n	非定向协边群	unoriented bordism group	表示所有非定向协边类的集合	亦称Thom群
MSO_*	分次交换环	graded commutative ring	$MSO_*=\sum MSO_n$	
MO_*	分次交换代数	graded commutative algebra	$MO_*=\sum MO_n$	
$MSO_n(X,A)$	定向奇异协边群	oriented singular bordism group	表示(X,A)中定向奇异协边类的集合	
$MSO_*(X,A)$	分次右模	graded right module	$MSO_*(X,A)=\sum MSO_n(X,A)$	
$MSO_n(Pt)$	一点的协边群	bordism group of a point	$MSO_n(Pt)=MSO_n$	
$\widetilde{MSO}_n(X)$	约化群	reduced group	表示增广同态$\varepsilon_*:MSO_n(X)\to MSO_n(pt)$的核	
$MO_n(X,A)$	非定向奇异协边群	unoriented bordism group	表示(X,A)中非定向奇异协边类的集合	
$MO_*(X,A)$	分次模	graded module	$MO_*(X,A)=\sum MO_n(X,A)$	

代数学(Algebra)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
max	最大或极大	maximum	$y_{\max}=a$ 表示 y 的最大(极大)值等于 a	
min	最小或极小	minimum	$y_{\min}=b$ 表示 y 的最小(极小)值等于 b	
!	阶乘	factorial	$n!=1\cdot2\cdot3\cdot\cdots\cdot n$	规定 $0!=1$
!!	双阶乘	double factorial	$(2n)!!=2\cdot4\cdot6\cdot\cdots\cdot(2n)$; $(2n+1)!!=1\cdot3\cdot5\cdot\cdots\cdot(2n+1)$	
$(a)_n$	始于 a 的 n 个实数之积	product of the n-real numbers by the beginning at a	例如, $(\sqrt{2})_4=\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}+3)$	a 为实数,n 为自然数
C_n^p 或 $\binom{n}{p}$	二项式系数,组合数	binomial coefficient, combinatorial numbers	表示从 n 个元素中每次取出 p 个元素的所有不同组合的总数	
P_m^n 或 A_m^n	选排列	selections permutation	$P_m^n=\frac{m!}{(m-n)!}=m(m-1)\cdots(m-n+1)$	
P_m 或 A_m	全排列	all permutation	$P_m=m!$	
H_m^n	重复组合	combination with repetition	$H_m^n=C_{m+n-1}^n=\frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$	
U_m^n	有重复的排列	permutation with repetition	$U_m^n=m^n$,即从 m 个相异元素中每次取出 n 个元素允许重复排列的排列总数	亦可记为 $\Pi_m^n=m^n$
R_m^n	环排列	circular permutation	$R_m^n=\frac{P_m^n}{n}=C_m^n(n-1)!\ (m\leqslant n)$. 当 $m=n$ 时,$R_m^m=(m-1)!$	亦可用 $R_{m平}^n$ 和 $R_{m立}^n$ 分别表示平面环排列与空间环排列
i	虚数单位	imaginary unit	$i=\sqrt{-1}\ (i^2=-1)$	电工技术中常用 j
z	复数记号	symbol of complex number	$z=a+bi$ 即实部为 a,虚部为 b 的复数	
$\mathrm{Re}\,z$	z 的实部	real part of z	$z=a+bi\ (\mathrm{Re}\,z=a)$	
$\mathrm{Im}\,z$	z 的虚部	imaginary part of z	$z=a+bi\ (\mathrm{Im}\,z=b)$	
$\lvert z\rvert$	z 的模	modulus of z	$z=a+bi\ (\lvert z\rvert=\sqrt{a^2+b^2})$	亦可用 $\mathrm{mod}\,z$ 表示
$\arg z$	z 的辐角	argument of z	$\varphi=\arg z$ 即复数 z 的辐角为 φ,$0<\varphi\leqslant2\pi$	
$\bar{z}$	z 的共轭复数	conjugate complex number of z	设 $z=a+bi$,则 $\bar{z}=a-bi$ 称为 z 的共轭复数	亦可用 z^* 表示
$\mathrm{sgn}\,z$	z 的单位模函数	signum z	$\mathrm{sgn}\,z=\begin{cases}z/\lvert z\rvert & (z\neq0),\\ 0 & (z=0)\end{cases}$	
$\det A$	方阵的行列式	determinant of a square matrix	设 A 为方阵,则 $\det A$ 表示 A 的行列式	A 的行列式亦可用 $\lvert A\rvert$ 表示
$\lVert A\rVert$	范数	norm	矩阵 A 的范数为 $\lVert A\rVert=(\mathrm{Tr}(AA^{\dagger}))^{\frac{1}{2}}$	范数有各种定义
$A_{m\times n}$ 或 $(a_{ij})_{m\times n}$	矩阵	matrix	$A_{m\times n}$ 表示一个 m 行 n 列的矩阵,$(a_{ij})_{m\times n}$ 表示 (i,j) 元素是 a_{ij} 的 m 行 n 列矩阵	
$\mathrm{diag}\{\cdots\}$ 或 $[\cdots]$	对角矩阵	diagonal matrix	表示主对角线上元素为 $d_{11},d_{12},\cdots,d_{nn}$,其余元素全为零的方阵	
I 或 E	单位矩阵	unit matrix	表示主对角线上的元素都是 1,其他元素都是零的方阵,用 I 或 E 表示,称为单位矩阵	
A^{-1}	方阵 A 的逆	inverse of the square matrix A	设方阵 A 的行列式 $\lvert A\rvert\neq0$,则 $AA^{-1}=A^{-1}A=I$,其中 I 为单位方阵	
A^{T} 或 A'	A 的转置矩阵	transposed matrix of A	把矩阵 A 的行换成同序数的列,得到的新矩阵,称为 A 的转置矩阵	亦可表示成 $\tilde{A}$
$A\geqslant0$	非负矩阵	nonnegative matrix	实矩阵 A 中每个元素都是非负的	
$A>0$	正矩阵	positive matrix	实矩阵 A 中每个元素都是正的	
α^*	不增向量	nonincreasing vector	设 $\alpha=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 是一个实向量. 若 $a_1^*,a_2^*,\cdots,a_n^*$ 是 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的一个排列且满足 $a_1^*\geqslant a_2^*\geqslant\cdots\geqslant a_n^*$,则称 $\alpha^*=(a_1^*,a_2^*,\cdots,a_n^*)$ 是 α 的不增向量	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\prec$	优于	major than	设 $\boldsymbol{\alpha}=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，$\boldsymbol{\beta}=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$ 是两个非负实向量，如果 $a_1^* \leqslant b_1^*,\cdots,a_1^*+a_2^*+\cdots+a_{n-1}^* \leqslant b_1^*+b_2^*+\cdots+b_{n-1}^*$，$a_1+a_2+\cdots+a_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$，则称 $\boldsymbol{\beta}$ 优于 $\boldsymbol{\alpha}$，记为 $\boldsymbol{\alpha}\prec\boldsymbol{\beta}$	
Per A	积和式	formula of sum of products	A 是 $m\times n$ 复矩阵，$m\leqslant n$，$\mathrm{Per}\,A=\sum\limits_{\sigma}\prod\limits_{i=1}^{m}a_{i\sigma(i)}$ 称为 A 的积和式，其中 $\sum$ 是对 $\{1,2,\cdots,m\}$ 到 $\{1,2,\cdots,n\}$ 的一切映射 σ 求和	
$\sigma(A)$	A 的元素的和	sum of elements of A	表示矩阵 A 的所有元素之和	
$\rho(A)$	谱半径	spectral radius	设 A 为 n 阶复矩阵，$\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$ 为其全部特征根，则 $\rho(A)=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\lvert\lambda_i\rvert$ 称为 A 的谱半径	
(i,j)	(i,j) 元素	(i,j) element	表示矩阵或行列式第 i 行第 j 列交叉位置上的元素	亦称 (i,j) 分量
A_{ij}	代数余子式	algebraic complement minor	在一个行列式中，(i,j) 元素的代数余子式	
A^*	伴随矩阵	adjoint matrix	由 n 阶方阵 A 的所有元素的代数余子式 A_{ij} 为元素所构成的 n 阶方阵（A_{ij} 置于第 j 行第 i 列交叉位置上）	亦可用 $\tilde{A}$ 或 adj A 表示
$\bar{A}$	增广矩阵	augmented matrix	在一个线性方程组的系数矩阵中，再在最后增加由常数项构成的列，所得到的矩阵	亦可用 $\tilde{A}$ 表示
E_{ij}	矩阵单位	matrix unit	(i,j) 元素是 1，其余元素全是零的矩阵. 其中，$i=1,2,\cdots,m$；$j=1,2,\cdots,n$	多指方阵
TrA	方阵的迹	trace of a square matrix	方阵 A 的主对角线上所有元素之和	亦称追迹
rank (A)	矩阵的秩	rank of matrix	矩阵（不一定是方阵）A 中不等于零的子式的最大阶数称为 A 的秩，零矩阵的秩规定是零	亦可用 $r(A)$、"秩 A"或"A 秩"表示
$M_n(F)$，$F^{n\times n}$ $F_{n\times n}$，F_n	n 阶全阵环	total matrix ring of order n	域 F 上全体 n 阶方阵对方阵的加法和乘法组成的环	更一般地，可把域 F 换成任意环 R
$A\otimes B$	矩阵的直积	direct product of matrices	设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{r\times s}$，则 $mr\times ns$ 矩阵称为 A 与 B 的直积，记为 $A\otimes B$	亦称 Kronecker 积.
$\dotplus$	方阵的直和	direct sum of a square matrix	设 A 为 nk 阶方阵. 若 A 中表示成主对角线是 k 个 n 阶方阵 $A_1,A_2,\cdots,A_k$，而其余块全为零的分块，则称 A 为 $A_1,A_2,\cdots,A_k$ 的直和，记为 $A=A_1\dotplus A_2\dotplus\cdots\dotplus A_k$	
$\bar{A}$	A 的复共轭矩阵	complex conjugate matrix of A	将复矩阵 A 的每个元素换成共轭复数所得矩阵记为 $\bar{A}$，称为矩阵 A 的复共轭矩阵	
$\overline{A^+}$，$\overline{A^H}$	埃尔米特共轭矩阵	Hermitian conjugate matrix	矩阵 A 的复共轭矩阵 $\bar{A}$ 的转置矩阵 $\overline{A'}$，称为 A 的埃尔米特共轭矩阵	
A^+，A^H	埃尔米特矩阵	Hermitian matrix	若 n 阶矩阵 A 与它的转置共轭矩阵 $\overline{A'}$ 相等，则 A 称为埃尔米特矩阵	
δ_{ik}	克罗内克 δ	Kronecker's delta	$\delta_{ik}=\begin{cases}1 & (i=k),\\ 0 & (i\neq k)\end{cases}\quad(i,k=1,2,\cdots,n)$	
$R[x]$	多项式环	polynomial ring	系数属于环 R、未知量（不定元）为 x 的全体多项式，对于多项式的普通加法和乘法组成的环	如果 R 有单位元 1，则规定 $x^0=1$
$R[x_1,x_2,\cdots,x_n]$	n 元多项式环	n-ary polynomial ring	系数属于环 R，未知量为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$（不相关不定元）的全体多项式，对于多元多项式的普通加法和乘法组成的环	如果环 R 有单位元 1，则规定 $x_i^0=1$，且 $x_ix_j=x_jx_i$
deg $f(x)$	多项式的次数	degree of a polynomial	表示多项式 $f(x)\neq 0$ 中系数不为零的项中最高次项的次数	亦可用 $\partial^\circ f(x)$ 表示
$\Phi_n(x)$	分圆多项式	cyclotomic polynomial	$\Phi_n(x)=\prod\limits_{i=1}^{\varphi(n)}(x-\xi_i)$ 称为 n 次分圆多项式，其中 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_{\varphi(n)}$ 为 n 次原根	
$\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_n$	初等对称多项式	elementary symmetrical polynomials	例如，x_1,x_2,x_3 的初等对称多项式为：$\sigma_1=x_1+x_2+x_3$，$\sigma_2=x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3$，$\sigma_3=x_1x_2x_3$	
$(f_1(x),\cdots,f_n(x))$	最高公因式	highest common factor	首系数为 1 且次数最高的公因式	亦称最大公因式
$[f_1(x),\cdots,f_n(x)]$	最低公倍式	least common multiple	首系数为 1 且次数最低的公倍式	亦称最小公倍式

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$(f(x),g(x))=1$	互素	coprime	多项式 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的最高公因式是 1	
$(f_1(x),\cdots,f_n(x))=1$	两两互素	mutually prime	多项式 $f_1(x),f_2(x),\cdots,f_n(x)$ 中每两个都是互素的	
$F(x)$	有理分式域	rational traction field	域 F 上所有有理分式 $f(x)/g(x)(g(x)\neq 0)$ 关于有理分式的加法和乘法所组成的域	
$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$	行向量	row vector	分量是 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 并排成一横行的 n 元向量	
$\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_n\end{pmatrix}$	列向量	column vector	分量是 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 并排成一纵列的 n 元向量	
$\tau(i_1,i_2,\cdots,i_n)$	反序数	inverted sequence number	n 个数 $1,2,\cdots,n$ 的一个全排列 $i_1,i_2,\cdots,i_n$ 中反序个数的总和. 例如 $\tau(231)=2,\tau(321)=3$	亦称逆序数
$(i_1,i_2,\cdots,i_k)$	k 循环	k-cyclic(permutation)	即将 i_1 变为 i_2,i_2 变为 i_3,$\cdots$,i_k 变为 i_1,而别的元素不动的置换	
$\operatorname{sgn}\sigma$	置换的符号数	symbol number of permutation	设 σ 是一个置换,令 $\operatorname{sgn}\sigma=\begin{cases}+1 & (\sigma\text{是偶置换}),\\-1 & (\sigma\text{是奇置换})\end{cases}$	
(i,j)	对换	transposition	即将数码 i 变为 j,j 变为 i,而别的数码不动的置换	
K^n	向量空间	vector space	以 K 为基域的 n 元向量的集合 K^n. 称为 K 上的向量空间或线性空间	当 $K=R$ 时记为 R^n,当 $K=\mathrm{C}$ 时记为 C^n,有时表示成 V
$\alpha\perp\beta$	正交向量	orthogonal vectors	内积为零的两个向量	
$\alpha\perp W$	向量与子空间正交	a vector cut a subspace orthogonally	欧氏空间中向量 α 与子空间 W 中每个向量都正交	亦可表示成 $(\alpha,W)=0$
$V_1\perp V_2$	正交子空间	orthogonal subspaces	V_1 与 V_2 是欧氏空间的两个子空间,若 V_1 中每个向量与 V_2 中每个向量都正交,则称 V_1 与 V_2 为正交子空间	
$W^\perp$	正交补	orthogonal complement	W 是欧氏空间 V 的一个子空间,$W^\perp$ 表示 V 中与 W 正交的一切向量所构成的子空间	
$\varphi\mid W$	诱导变换	induced transformation	φ 是线性空间 V 的一个线性变换,子空间 W 对 φ 不变,则 φ 在 W 上的限制称为 φ 在 W 中的诱导变换	
$\leqslant$	子群	subgroup	$H\leqslant G$ 即 H 是群 G 的子群	亦可用 $<$ 表示子群或真子群
$\trianglelefteq$	正规子群	normal subgroup	$N\trianglelefteq G$ 即 N 是群 G 的正规子群	亦可用 $\triangleleft$ 表示正规子群或正规真子群
$\exp(G)$	有限群的指数	exponent of a finite group	设 G 是有限群,使 $a^n=1\ (\forall\ a\in G)$ 的最小正整数 n,称为 G 的方次数	
$O_p(G)$	极大正规 p 子群	maximal normal p-subgroup	群 G 的极大正规子群且为 p 子群	
M^G	正规闭包	normal closure	群 G 的包含子集 M 的最小正规子群	
M_G	子集的核	core of subset	设 M 是群 G 的子集,则 G 的包含在 M 中的所有正规子群生成的子群称为 M 的核	
$\mathrm{Hchar}G$	特征子群	characteristic subgroup	群 G 的在 G 的任意自同构下不变的子群	
$\mathrm{Syl}_p(G)$	西洛 p 子群	sylow p-subgroup	表示有限群 G 的一个西洛 p 子群,其中 p 是素数	
$S(G)$	基座	socle	群 G 的所有极小正规子群之积	
$\mathrm{Fit}(G)$	菲廷子群	Fitting subgroup	群 G 的所有幂零正规子群之积	
$R_u(G)$	幂幺根基	unipotent radical	代数群 G 的最大连通正规幂幺子群	
$R(G)$	代数群的根基	radical of an algebraic group	代数群 G 的最大连通正规可解子群	
$\otimes,\times$	群的直积	direct product of groups	$G=G_1\times G_2\times\cdots\times G_n$ 或 $G=G_1\otimes G_2\otimes\cdots\otimes G_n$ 表示群 G 是群 $G_1,G_2,\cdots,G_n$ 的直积	群的直积有内外之分. 但在同构意义下可互相转化
$[X,Y]$	李括号	Lie bracket	$[X,Y]_p(f)=X_p(Yf)-Y_p(Xf)$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$H \ltimes K$	半直积	semidirect product	$G/\overline{N} \cong F$，其中 $\overline{N}$ 是与 N 同构的正规子群，$G=\overline{F}\overline{N}$，其中 $\overline{F}$ 是与 F 同构的子群. $\overline{F} \cap \overline{N}=\{e\}$ 此时 G 称为 N 与 F 的半直积	
$N_G(H)$	正规化子	normalizer	群 G 中所有可与子群 H 交换的元素组成的集合	定义子集 S 的正规化子为 $N_G(S)$
$C_G(H)$	中心化子	centralizer	群 G 中所有与子群 H 的每个元素可交换的元素组成的集合	亦可表成 $Z_G(H)$
C_a	元素的中心化子	centralizer of an element	设 a 是群 G 的一个元素，则 G 中所有与 a 可交换的元素组成的集合	亦可记为 $C(a)$
$C(G)$	群的中心	center of a group	群 G 中与 G 的每个元素都可换的元素组成的集合	$C(G)$ 即 $C_G(G)$. 亦可用 $Z(G)$ 表示
$[a,b]$	换位子	commutator	群 G 中二元素 a 与 b 的换位子是指 G 中元素 $a^{-1}b^{-1}ab$，即 $[a,b]=a^{-1}b^{-1}ab$	换位子亦可定义为 $[a,b]=aba^{-1}b^{-1}$
G'，(G,G)	换位子群	commutator group	由群 G 的一切换位子所生成的子群	亦称 G 的导出群或导群，并记为 $D(G)$
$[A,B]$	A 与 B 的换位子群	commutator subgroup of A and B	A,B 是群 G 的两个子集. 由所有换位子 $[a,b](a \in A, b \in B)$ 所生成的子群	
$(G:H)$，$[G:H]$ 或 $\lvert G:H \rvert$	子群的指数	index of a subgroup	子群 H 在群 G 中左(或右)陪集的个数. 例如，$H=\{(1),(12)\} \subset S_3$，$(S_3:H)=3$	$(G:H)$ 可能有限，也可能无限
$\Phi(G)$	弗拉蒂尼子群	Frattini subgroup	群 G 的所有极大子群的交	
$S(M)$，S_M	对称群	symmetric group	集合 M 的全体双射变换对变换乘法所组成的群，M 可以是无限集	亦可表成 $\mathrm{sym}(M)$
S_n	n 次对称群	symmetric group of degree n	设 $\lvert M \rvert=n$，则 M 上的对称群即 M 的全体双射变换对变换乘法组成的群，称为 n 次对称群	一般取 $M=\{1,2,\cdots,n\}$
A_n	交错群	alternating group	n 次对称群 S_n 中全体偶置换组成的群，称为 n 次交错群，简称交错群	亦称交代群
p^∞	p^∞ 型群	group of p^∞-type	$G=\bigcup_{n=1}^{\infty} G_n$，其中 G_n 为所有 p^n(p 是素数)次单位根对乘法组成的群. 凡与 G 同构的群均称为 p^∞ 型群	亦称半循环群
$C(p^\infty)$	普吕费尔加群	prûfer additive group	设 p 是一固定素数，则所有形如 a/p^n(n 为任意正整数，a 为任意整数)的有理数组成加群，它对于其子群 $\mathbf{Z}$(整数加群)的商群(或称差群)称为普吕费尔加群	
$\lvert a \rvert$	元素的阶	order of the element	设 a 是群的元素. 使 $a^n=e$ 的最小正整数 n，称为 a 的阶或周期. 若这样的 n 不存在，则称 a 的阶是 ∞ 或 0	亦可用 $\circ(a)$ 表示
$\lvert G \rvert$	群的阶	order of a group	群 G 中所包含的元素的个数. 例如，$\lvert S_3 \rvert=6$；整数加群 $\mathbf{Z}$ 的阶为 ∞，即 $\lvert \mathbf{Z} \rvert=\infty$	群 G 的阶也可记为 $\mathrm{Ord}(G)$，而有限群 G 的阶也记为 $[G:1]$
$\langle S \rangle$	由 S 生成的子群	generated subgroup by S	$\langle S \rangle$ 是群 G 中包含子集 S 的最小的子群，亦即 G 中包含 S 的所有子群的交. 亦用 (S) 表示	当 $S=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 时，常记为 $\langle a_1,a_2,\cdots,a_n \rangle$ 或 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$
$\mathrm{Tor}G$	扭子群	torsion subgroup	群 G 的所有有限阶元素组成的子群，称为 G 的扭子群	亦称周期子群或挠子群
$\langle a \rangle$	循环群	cyclic group	由一个元素生成的群称为循环群. 即 $\langle a \rangle=\{\cdots a^{-2},a^{-1},e,a,a^2,\cdots\}$	亦可用 (a) 表示循环群
C_n	n 阶循环群	cyclic group of order n	由一个阶为 n 的元素生成的循环群	
C_∞	无限循环群	infinite cyclic group	由一个阶为无限的元素生成的循环群记为 C_∞	
$\rightarrowtail$	单同态	monomorphism	若 φ 是模 A 到 B 同态映射，而且又是单射时，记为 $A \overset{\varphi}{\rightarrowtail} B$ 或 $\varphi: A \rightarrowtail B$	多用在同调代数中模的同态上
$\twoheadrightarrow$	满同态	surjective homomorphism	若 φ 是模 A 到 B 的同态映射，而且又是满射时，记为 $A \overset{\varphi}{\twoheadrightarrow} B$ 或 $\varphi: A \twoheadrightarrow B$	多用在同调代数中模的同态上
$\leftrightarrow$，$\rightleftharpoons$	双射	bijection	表示集合 M 与 $\overline{M}$ 间一个双射. 例如，设 $M=\{1,2,3,\cdots\}$，$\overline{M}=\{2,4,6,\cdots\}$，则 $\varphi: n \leftrightarrow 2n$ 是双射	
$\simeq$	同态	homomorphism	$G \overset{\varphi}{\simeq} \overline{G}$ 表示 φ 是群 G 到群 $\overline{G}$ 的一个同态. 有时也简记为 $G \simeq \overline{G}$	在环或其他代数系也有类似说法

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\cong$	同构	isomorphism	$G \cong \overline{G}$,表示群 G 与群 $\overline{G}$ 同构,即群 G 到群 $\overline{G}$ 存在一个保持运算的双射	对环、域、模等代数系的同构,亦用符号 $\cong$, $\backsim$ 或 $\simeq$ 表示同构
a^{φ}	元素的像	image of an element	φ 是集合 A 到 B 的一个映射,$a \in A$. 元素 a 在映射 φ 之下的像,一般用 $\varphi(a)$ 表示. 亦用 a^{φ} 或 $a\varphi$ 表示	
G_{α}	稳定子群	stable subgroup	设 G 是 n 元集 $\Omega = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n\}$ 上的置换群,$\alpha \in \Omega$,则 $G_{\alpha} = \{g \mid g \in G, \alpha^g = \alpha\}$,即 G 中一切使 α 不动的置换组成的集合	G_{α} 是群 G 的一个子群
α^G	像的集合	set of image	设 G 是 n 元集 $\Omega = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n\}$ 上的置换群,$\alpha \in \Omega$,则 $\alpha^G = \{\alpha^g \mid g \in G\}$	α^G 是 Ω 的一个子集,且 $\lvert G \rvert = \lvert G_{\alpha} \rvert \cdot \lvert \alpha^G \rvert$
End G	自同态半群	endomorphism semigroup	群 G 的全体自同态对变换的乘法组成的半群	亦可记为 $E(G)$
Aut G	自同构群	automorphism group	群 G 的全体自同构对变换乘法组成的群	亦可简记为 $A(G)$
Inn$G$	内自同构群	inner automorphism group	G 是群,$a \in G$,$\tau_a: x \to axa^{-1}$ 是 G 的一个内自同构. G 的全体内自同构组成一个群,称为 G 的内自同构群	亦可简记为 $I(G)$. 也把 axa^{-1} 写成 $a^{-1}xa$
Out(G)	外自同构群	group of outer automorphisms	群 G 的自同构群 Aut(G) 对于 G 的内自同构群 Inn(G) 的商群,称为 G 的外自同构群	
$R(G)$	右正则表示	right regular representation	G 为群,G 上一切置换 $\tau_g = \begin{pmatrix} x \\ xg \end{pmatrix}$ $(g \in G)$ 组成的集合,称为群 G 的右正则表示	$R(G)$ 是 G 上对称群的子群
Hol$G$	全形	holomorph	$S(G)$ 为群 G 上的对称群,$R(G)$ 为 G 的右正则表示,$R(G)$ 在 $S(G)$ 中的正规化子称为群 G 的全形	
$\mathrm{GL}_n(F)$, $\mathrm{GL}(n,F)$	一般线性群	general linear group	域 F 上全体 n 阶可逆方阵对乘法组成的群,称为域 F 上的一般线性群,它与域 F 上的 n 维空间 V 的全体可逆线性变换组成的乘群 GL(V) 同构,故 GL(V) 亦称一般线性群	
$\mathrm{PGL}_n(F)$	射影一般线性群	projective general linear group	域 F 上 n 次一般线性群 $\mathrm{GL}_n(F)$ 关于其中心所得的商群,称为 F 上射影一般线性群	
$\mathrm{SL}_n(F)$, $\mathrm{SL}(n,F)$	特殊线性群	special linear group	表示域 F 上行列式等于 1 的全体 n 阶方阵对乘法组成的群	$\mathrm{SL}_n(F)$ 是 $\mathrm{GL}_n(F)$ 的正规子群
$\mathrm{PSL}_n(F)$	射影特殊线性群	projective special linear group	特殊线性群 $\mathrm{SL}_n(F)$ 关于其中心所得的商群,称为域 F 上的射影特殊线性群	
$O_n(F,S)$	正交群	orthogonal group	F 是特征不为 2 的域,S 是 F 上任意一个固定的 n 阶可逆对称矩阵,$O_n(F,S) = \{A \mid A \in F_{n\times n}$ 且 $A'SA = S\}$ 是一个群,称为 F 上(由 S 定义的)n 次正交群	
$O(n)$,O_n	实正交群	real orthogonal	由实数域上所有 n 阶正交方阵($A' = A^{-1}$)对乘法组成的群,称为 n 次实正交群	
SO(n)	旋转群	rotation group	由实数域上所有行列式等于 1 的 n 阶正交方阵对乘法组成的群,称为 n 次旋转群	
$\mathrm{PO}_n(F,S)$	射影正交群	projective orthogonal group	正交群 $O_n(F,S)$ 关于其中心的商群	
$\mathrm{SP}_{2n}(F,J)$	辛群	symplectic group	J 是域 F 上 $2n$ 阶可逆交错矩阵 $F_{2n\times 2n}$ 中满足 $A'JA = J$ 的一切 A 组成的群,称为 F 上的 $2n$ 次辛群	
$\mathrm{PSP}_{2n}(F,J)$	射影辛群	projective symplectic group	辛群 $\mathrm{SP}_{2n}(F,J)$ 关于其中心的商群	
$U_n(F,K)$	酉群	unitary group	元素为复数的 n 阶酉矩阵的全体关于矩阵的乘法组成群,称为 n 维酉群	
SU	特殊酉群	special unitary group	$U(u)$ 中行列式等于 1 的所有矩阵形成 $U(u)$ 的正规子群,称为特殊酉群	
Spin	旋量群	spinor group	与 SO(n) 局部同构的单连通李群称为旋量群	
$\langle R, +, \cdot \rangle$	环	ring	非空集合 R 关于运算"+"与"·"组成的环记为$\langle R, +\cdot \rangle$,也常简记为 R	
$\leqslant$	子环	subring	$S \leqslant R$ 表示 S 是环 R 的子环	亦可用 $<$ 表示子环或真子环
Char R	特征(数)	character	R 为任意环. 使 $na = 0(\forall\, a \in R)$ 的最小正整数 n,称为 R 的特征. 若这样的 n 不存在,称 R 的特征为 ∞ 或 0,例如,Char$Z_n = n$, Char$Z = \infty$	亦称特征数,环 R 的特征亦用 ch$R$ 表示

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$U(R)$,R^*	单位群	unit group	R是有单位元的环,R的全体单位(即可逆元)对R的乘法组成群,称为R的单位群.例如,整数环$\mathbf{Z}$的单位群为$U(\mathbf{Z})=\{1,-1\}$	R的单位群亦称R的乘群
R^0	逆环	inverse ring	R为环.如果保持R的加法不变,而乘法改为$a\circ b=ba$,则R对于原加法和新乘法$\circ$也组成环,称为R的逆环	亦称反环,并记为R^{op}
$\mathbf{Z}[i]$	高斯整环	Gaussian integral domain	由一切复数$a+bi$ $(a,b\in\mathbf{Z})$所组成的数环	
$R[G]$	群环	group ring	设R是有单位元的环,G为群,一切有限和$\sum a_ix_i(a_i\in R,x_i\in G)$关于其(类似于多项式的)加法与乘法组成的环	亦可记为$R(G)$,RG或GR
$F(G)$	群代数	group algebra	域F和群G构成的群环$F[G]$,再加上F中元素与有限和$\sum a_ix_i(a_i\in F,x_i\in G)$的乘法而得到的$F$上的代数	
$J(R)$	雅各布森根	Jacobson radical	环R的所有本原理想的交,称为R的雅各布森根.当R无本原理想时,规定:$J(R)=R$	亦简称J根,有多种定义方法
$\triangleq$	理想	ideal	$I\triangleq R$表示I是环R的理想	亦可用$\triangle$表示理想或真理想
$\langle a\rangle$	主理想	principal ideal	环中包含元素a的最小理想	亦可用(a)表示
$\oplus$或$\dotplus$	环的直和	direct sum of rings	$R=R_1\oplus R_2\oplus\cdots\oplus R_n$或$R=R_1\dotplus R_2\dotplus\cdots\dotplus R_n$,即环$R$是$R_1,R_2,\cdots,R_n$的直和	对于加群的直积也常称为直和;又子空间的直积,都常用$\oplus$或$\dotplus$表示
$\sqrt{A}$	理想的根	radical of an ideal	A为交换环R的理想.$\sqrt{A}=\{a\mid a\in R,\exists\ n$使$a^n\in A\}$($n$与$a$有关),称为理想$A$的根	亦称理想A的根基
$\langle S\rangle$	由S生成的理想	generated ideal by S	S是环R的一个子集,$\langle S\rangle$是R中包含S的最小理想,亦即R中包含S的所有理想的交	当$S=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$时,常记为$\langle a_1,a_2,\cdots,a_n\rangle$或$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$
AB	理想的积	product of ideals	A,B是环R的理想,则一切有限和$\sum a_ib_i(a_i\in A,b_i\in B)$组成$R$的一个理想,称为理想$A$与$B$的积	AB是由一切元素$ab(a\in A,b\in B)$生成的理想
$A:B$	理想的商	quotient of ideals	设A,B是交换环R的理想,则R中满足$xB\subseteq A$的一切元素x组成R的理想,称为A与B的商	
$O:B$	零化理想	annihilating ideal	设B是交换环R的理想,则R中满足$xB=0$的一切元素x组成的理想,称为B的零化理想	当R为非交换时,$O:B$是R的左理想
$l(S)$,ann S_l	左零化子	left annihilator	环R中使$rS=0$的一切r组成的集合	$l(S)$是R的左理想
$r(S)$,ann S_r	右零化子	right annihilator	环R中使$Sr=0$的一切r组成的集合	$r(S)$是R的右理想
N_K	克德根	Köthe radical	环R的最大幂零元理想,称为R的克德根,简称K根	
N_Q	近似诣零根	quasi-nil radical	环R的全部近似诣零单边理想之和,称为R的近似诣零根	
N_L	林文茨基根	Livitzki radical	环R的惟一最大局部幂零理想称为R的林文茨基根	
N_{BM}	布朗-麦柯根	Brown-Mccoy radical	环R的最大g正则理想,称为R的布朗-麦柯根	
$F(\alpha)$	单扩张	simple extension	包含域F和元素α的最小扩域	亦称单扩域
$F(S)$	域的扩张	extension of a field	E是域F的扩域,S是E的一个子集,E中包含F和S的最小域记为$F(S)$,它是域F的扩张	当$S=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n\}$时,则$F(S)$记为$F(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$
$(E:F)$,$[E:F]$	扩域次数	degree of an extended field	E是域F的扩域,则E是域F上的向量空间.E在F上的维数称为扩域的次数或扩张次数	$(E:F)$可能有限,也可能无限
$A(E\mid F)$	E在F上的伽罗瓦群	Galois group of E over F	F是域E的子域,$A(E\mid F)$是E的使F的每个元素不动的全体自同构组成的群	
$E(G_1)$	子群G_1所属的域	field belong to subgroup	E是域F的扩域,又$G=A(E\mid F)\geqslant G_1$,$E$中所有对于$G_1$中任一元都不动的元是$E$的子域,称为子群$G_1$所属的域	$F\subseteq E(G_1)\leqslant E$
$G(E_1)$	子域E_1所属的群	group belong to subfield	假设同上,又E_1是E的子域且$F\subseteq E_1\subseteq E$.则$G$中所有不使$E_1$中任意元变动的元素之集是$G$的子群,称为子域$E_1$所属的群	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
F_q, $\mathrm{GF}(q)$	有限域	finite field	F_q 或 $\mathrm{GF}(q)$ 表示元素个数为 q 的有限域	元素个数相同的有限域都同构
$\mathbf{Q}_p$	p 进数域	p-adic number field	表示有理数域在 p 进赋值下的完备化域	p 为素数
$\mathbf{Z}_p$	p 进整数环	ring of p-adic integers	全体 p 进整数组成的环，称为 p 进整数环	p 为素数
$K[[\ \ ]]$	形式幂级数环	formal power series ring	$K[[x_1, x_2, \cdots, x_n]]$ 表示系数在域 K 中的形式幂级数环	亦可表示成 $R\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$
$G_rU(A)$	分次单位群	graded unit group	G 为群，$U(A)$ 是 G 分次代数 $A=\bigoplus_{g\in G}A_g$ 的单位群. A 的一切分次单位组成 $U(A)$ 的一个子群	
$\mathrm{GS}(V)$	半线性变换群	semilinear transformation group	V 是域 F 上的向量空间，V 的一切非奇异半线性变换组成群，称为半线性变换群	
$J_G(M)$	雅各布森分次根	Jacobson graded radical	R 为 G 分次环，M 为分次 R 模. M 的一切分次极大模的交，称为 M 的雅各布森分次根	
δ	导子	derivation	环 R 的导子，即 R 的满足 $\delta(a+b)=\delta a+\delta b$ 与 $\delta(ab)=(\delta a)b+a(\delta b)$ 的变换 δ	
$D(A)$	A 上微分算子环	ring of differential operators over A	称 $\bigcup_{i=0}^{\infty}D^i(A)$ 为 A 上线性微分算子环	
$\deg A$	代数 A 的次数	degree of algebra A	设 A 是域 F 上中心单代数，且 $(A:F)=m^2$，则称 m 为 A 的次数	
$\mathrm{Ind}A$	舒尔指数	Schur index	A 是域 F 上有限维中心单代数，且 $A\cong M_n(D)$，其中 D 是 F 上可除代数，称 $\deg D$ 为 A 的舒尔指数	
$\mathrm{Bsi}A$	次理想	subideal	设 B 是代数 A 的一个子代数，若有 $B=B_0\subseteq\cdots\subseteq B_n=A$，其中 B_i 是 B_{i+1} 的理想，则称 B 是 A 的次理想	
$\triangle_T$	T 理想	T-ideal	设 I 是代数 A 的一个理想. 如果对 A 的每个自同态 φ 均有 $\varphi(I)\subseteq I$，则称 I 为 A 的 T 理想	
$S^{-1}R$	分式环	ring of fractions	设 R 是有单位元的交换环，S 是 R 的乘闭子集. 则一切 $a/s(\forall\ a\in R, s\in S)$ 关于分式的加法和乘法组成环，称为 R 关于 S 的分式环	
$P^{(n)}$	符号幂	symbolic power	设 P 是有单位元的交换环 R 的素理想，$S_P=R\backslash P$. 称 $S_P^{-1}P^n$ 在 R 中的收缩理想为 P 的 n 次符号幂	
(x,y,z)	结合子	associator	称 $(xy)z-x(yz)$ 为非结合代数中三个元素 x,y,z 的结合子	
$\mathrm{Der}(R)$	导子李环	Lie ring of derivations	结合环 R 的导子在加法与乘法 $[\delta_1,\delta_2]=\delta_1\delta_2-\delta_2\delta_1$ 之下组成的李环，称为导子李环	
$\mathrm{Corad}(C)$	余代数的余根	coradical of coalgebra	余代数 C 的所有单子余代数的和，称为 C 的余根	
$l(K\|F)$	F 共轭映射数	number of F-conjugate mapping	设 Ω 是域 F 的扩域 K 的代数闭包，则 K 到 Ω 的一切 F 共轭映射的个数记为 $l(K\|F)$	
$\mathrm{tr.deg}_F K$	超越次数	transcendence degree	域 F 的扩域 K 的超越基的基数称为 K 在 F 上的超越次数	
$N_F^K(\alpha)$	α 的范	norm of α	K 是域 F 的有限次扩域，Ω 是 F 的含 K 的代数闭包；又 $\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_m$ 为 K 到 Ω 的一切互异的 F 共轭映射，则 $N_F^K(\alpha)=(\prod_{j=1}^{m}\sigma_j(\alpha))^{[K:F]_i}$ 称为 K 中元 α 的范	
$T_F^K(\alpha)$	α 的迹	trace of α	K 是域 F 的有限次扩域，Ω 是 F 的含 K 的代数闭包；又 $\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_m$ 为 K 到 Ω 的一切互异的 F 共轭映射，则 $T_F^K(\alpha)=[K:F]_i\cdot\sum_{j=1}^{m}\sigma_j(\alpha)$ 称为 K 中元 α 的迹	
X_F	正锥集	set of positive cone	X_F 表示实域 F 的全部正锥组成的集合	
$X_F(T)$	序空间	space of orderings	T 是实域 F 的一个亚正锥，$X_F(T)$ 表示 F 上所有包含 T 的正锥所组成的集合，称为亚序域 (F,T) 的序空间	
$H(F)$	实全纯环	real holomorphic ring	实域 F 的所有实赋值环的交是 F 的一个子环，称为 F 的实全纯环	
(F,φ)	赋值域	valued field	带有赋值 φ 的域 F，称为赋值域	带有赋值环 B 的域 F 记为 (F,B)
M_R	右 R 模	right R-module	R 是有单位元的环，M_R 是右 R 模，即作用乘法为 $ar(a\in M, r\in R)$	类似地有左 R 模 ${}_RM$

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\hookrightarrow$	子模	submodule	$A \hookrightarrow M$ 表示 A 是模 M 的一个子模	
$\hookrightarrow$	小子模	small submodule	设 A 是模 M 的一个子模. 如果对 M 的任意子模 Z 有 $A+Z=M$ 必有 $Z=M$,则称 A 为 M 的小子模,记为 $A \hookrightarrow M$	即只有 M 才使 $A+M=M$ 的子模 A 称为小子模
$\overset{*}{\hookrightarrow}$	大子模	large submodule	设 A 为模 M 的子模,若对 M 的任意子模 Z 有 $A \cap Z=0$ 必有 $Z=0$,则称 A 为 M 的大子模,记为 $A \overset{*}{\hookrightarrow} M$	即只有 $\{0\}$ 使 $A \cap \{0\}=0$ 的子模 A 称为大子模
$\mathrm{Si}(M)$	奇异子模	singular submodule	设 M 为右 R 模,M 中所有使 $r_r(m) \overset{*}{\hookrightarrow} R_R$ 的 m 组成的集是 M 的子模,称为奇异子模,其中 $r_R(m)=\{r \mid r \in R, mr=0\}$	
$\mathrm{ann}_R\, x$	阶理想	order ideal	设 R 是有 1 环,M 是左 R 模,$x \in M$,记 $\mathrm{ann}_R x=\{a \in R \mid ax=0\}$,称为 x 在 R 中的阶理想	亦称为 x 在 R 中的零化子. 记为 $(0:x)$
M^+	特征模	character module	M 是左 R 模,$M^+=\mathrm{Hom}_Z(M,Q/Z)$ 对于 $(f \circ r)(x)=f(rx)(f \in M^+, r \in R, x \in M)$ 组成右 R 模,称为 M 的特征模	
$\mathrm{G.dim}(M)$	戈迪维数	Goldie dimension	若 R 模 M 有子模 $U_1,U_2,\cdots,U_n$ 使 $\sum_{i=1}^{n} U_i$ 为直和且为 M 的本质子模,则称 n 为 M 的戈迪维数	
R-Mod	R 模范畴	category of R-modules	所有左 R 模构成的范畴,称为左 R 模范畴	
$H^n(X)$	上同调模	cohomology modules	令 $X:\cdots \to X^{n-1} \xrightarrow{d^{n-1}} X^n \xrightarrow{d^n} X^{n+1} \to \cdots$ 是环 R 上的复形,$H^n(X)=\ker d^n/\mathrm{Im}d^{n-1}$,称为 X 的上同调模	
$\mathrm{Ext}_R^n(M,-)$	函子 Ext	functor Ext	设 M 是右 R 模,用 $\mathrm{Ext}_R^n(M,-)$ 表示 $\mathrm{Hom}_R(M,-)$ 的右导出函子	
$\mathrm{Tor}_n^R(M,-)$	函子 Tor	functor Tor	设 M 是右 R 模,用 $\mathrm{Tor}_n^R(M,-)$ 表示 $M \otimes_R -$ 的左导出函子	
$\mathrm{l} \cdot \mathrm{Pd}_R M$	左投射维数	left projective dimension	表示 M 为左 R 模,M 的左投射维数	亦称左同调维数,记为 $\mathrm{l} \cdot \mathrm{dh}_R N$
$\mathrm{r} \cdot \mathrm{pd}_R N$	右投射维数	right projective dimension	表示 N 为右 R 模,N 的右投射维数	亦称右同调维数,记为 $\mathrm{r.dh}_R N$
$\mathrm{l.}\,gl.\,\mathrm{dim}\ R$	左整体维数	left global dimension	环 R 的左整体维数 $\mathrm{l.}\,gl.\,\mathrm{dim}\ R=\sup\{\mathrm{l.pd}_R M \mid M \in \mu_R\}$	
$\mathrm{r.gl.dim}\ R$	右整体维数	right global dimension	环 R 的右整体维数 $\mathrm{r.}\,gl.\,\mathrm{dim}\ R=\sup\{\mathrm{r.pd}_R M \mid M \in \mu_R\}$	
$\mathrm{l.Id}_R M$	左内射维数	left injective dimension	表示左 R 模 M 的左内射维数	
$\mathrm{r.Id}_R N$	右内射维数	right injective dimension	表示右 R 模 N 的右内射维数	
$\mathrm{l.Fd}_R M$	左平坦维数	left flat dimension	表示左 R 模 $M \neq 0$ 的左平坦维数	亦称弱左同调维数,记为 $\mathrm{w.l.dh}_R M$
$\mathrm{r.Fd}_r N$	右平坦维数	right flat dimension	表示右 R 模 $N \neq 0$ 的右平坦维数	亦称弱右同调维数记为 $\mathrm{w.r.dh}_R N$
$M_1 * M_2 * \cdots * M_n$	双积	biproduct	设 M 及 $M_1,M_2,\cdots,M_n$ 为 R 模. 若有模同态 $\sigma_i:M_i \to M$ 与 $\pi_j:M \to M_j$ 满足 $\pi_j\sigma_i=\delta_{ji}$ 与 $\sum \sigma_i\pi_i=1_M$,则称 $\pi_j M$ 是模 $M_1,M_2,\cdots,M_n$ 的双积	
$\mathrm{Obj}(K)$	对象类	class of objects	K 是一个范畴,K 的所有对象构成的类称为 K 的对象类	
$\mathrm{Mor}_K(A,B)$	(态)射集	set of morphisms	A,B 是范畴 K 的两个对象. 由 A 与 B 所决定的一个集合称为 A 与 B 的(态)射集	亦称为由 A 到 B 的射或态射
$\mathrm{Dom}(\alpha)$	(态)射的域	domain of a morphism	表示在范畴中,设 $\alpha \in \mathrm{Mor}_K(A,B)$,则称 A 为(态)射 α 的域	
$\mathrm{Cod}(\alpha)$	(态)射的上域	codomain of a morphism	在范畴中,当 $\alpha \in \mathrm{Mor}_K(A,B)$ 时,称 B 为(态)射 α 的上域	
$\mathrm{rad}(M)$	模的根	radical of a module	表示模 M 的所有极大子模的交	亦即 M 的所有小子模的和
$Soc\,(M)$	模的基座	socle of module	表示模 M 的所有极小子模的和	亦即 M 的所有大子模的交
$\ker \varphi$	核	kernel	φ 是环 R 模 A 到 B 的一个同态映射,称 B 中零元素的全体逆象 $\varphi^{-1}(0)$ 为 φ 的核	对群、环等代数系也有类似概念

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
Coker φ	上核	cokernel	φ是环R模A到B的一个同态映射，商模$B/\mathrm{Im}\varphi$称为φ的上核	亦称余核
Coim φ	上象	coimage	φ是环R模A到B的一个同态映射，商模$A/\mathrm{Ker}\varphi$称为φ的上像	亦称余像
M/N	商空间	quotient space	表示两代数系M,N的商空间	
dim V	维数	dimension	表示线性空间V的维数	
V^*	对偶空间	dual space	域F上线性空间V的所有线性函数组成F上的线性空间，称为V的对偶空间	V^*即$\mathrm{Hom}_F(V,F)$
$W(A)$	矩阵的数值域	numerical range of a matrix	$A\in C^{n\times n}$，称$W(A)=\{x^*Ax\mid x\in C^n, x^*x=1\}$为$A$的数值域	
$r(A)$	矩阵的数值半径	numerical radius of a matrix	$A\in C^{n\times n}$，称$\max\limits_{Z\in W(A)}\lvert Z\rvert$为$A$的数值半径	
V_{λ_0}	特征子空间	characteristic subspace	设σ是线性空间V的一个线性变换，λ_0是σ的一个特征值，则对应于λ_0的全体特征向量和零向量组成的子空间称为特征子空间	
$T(G,x)$	对称化算子	symmetrization operator	张量空间$T_\delta^p(E)$或$T_p^\circ(E)$的线性变换$S_p=\sum\limits_{\sigma\in G_p}\sigma$称为对称化算子，其中$G_p$为置换群	
$V_x(G)$	张量对称类	symmetric class of tensors	设$\overset{m}{\otimes}V$是张量空间，x是群G的不可约特征标，$T(G,x)$是对称化算子，则称$\mathrm{Im}T(G,x)$为关于G和x的张量对称类	
Inex $V_\chi(G)$	张量对称类的指标	index of symmetric class of tensor	表示张量对称类$V_\chi(G)$的指标	
$d_G^f(A)$	广义矩阵函数	generalized matrix function	设$A=(a_{ij})$为m阶复方阵，G为S_m的子群，f是G到$\boldsymbol{C}$的任一函数，则称$d_G^f(A)=\sum\limits_{\sigma\in G}f(\sigma)\prod\limits_{t=1}^{m}a_{t\sigma(t)}$为广义矩阵函数	
$E(V)$	外代数	exterior algebra	设V为域$K(\mathrm{char}K\neq 2)$上向量空间，$\overset{m}{\wedge}V$为K上的格拉斯曼空间，则直和$\overset{0}{\wedge}V\oplus\overset{1}{\wedge}V\oplus\cdots\oplus\overset{n}{\wedge}V$可组成$K$上代数，称为$V$上的外代数	亦称格拉斯曼代数
$\vee E$	对称代数	symmetric algebra	设E是域$K(\mathrm{char}k=0)$上的向量空间，$\vee^p$是E的p次对称幂，则$\vee E=\bigoplus\limits_{p=0}^{\infty}\vee^pE$可组成$K$上交换代数，称为$E$上的对称代数	
S_V	对合S_V	involution S_V	设V是域K上向量空间，则包含映射$j:V\to C\mathcal{V}^P$在$C_V\to C\mathcal{V}^P$的代数开拓是一个对合，其中$C\mathcal{V}^P$是V的克利福德代数C_V的反代数	
$\widehat{\oplus}$	正交直和	orthogonal direct sum	设$U_1,U_2,\cdots,U_m$是V的向量子空间，若它们两两正交且V为其直和，则记为$V=U_1\widehat{\oplus}\cdots\widehat{\oplus}U_m$，称$V$为$U_i$的正交直和	
$\uplus$	格-并	lattice-union	A$\uplus$B表示两个理想A,B的格-并	
$\boldsymbol{C}^0$	对偶范畴	dual category	由范畴$\boldsymbol{C}$作出的新范畴$\boldsymbol{C}^0$：$\boldsymbol{C}^0$的对象类即$\boldsymbol{C}$的对象类，定义$\mathrm{Hom}_{C^0}(A^0B^0)=\mathrm{Hom}_C(B,A)$，并规定$f^0g^0=(gf)^0$，称$\boldsymbol{C}^0$为$\boldsymbol{C}$之对偶范畴	
Set	集范畴	category of sets	以一切集合为对象，以集合映射为态射的范畴	
Top	拓扑空间范畴	category of topological spaces	以一切拓扑空间为对象，以连续映射为态射的范畴	亦可表示成$\mathscr{T}$
Group	群范畴	category of groups	以一切群作对象，以群同态作态射的范畴	亦可表示成$\mathscr{G}$
AG	阿贝尔群范畴	category of Abelian groups	以一切阿贝尔群作对象，以阿贝尔群同态作态射的范畴	
Ring	环范畴	category of rings	以一切环作对象，以环同态作态射的范畴	亦可表示成μ_R
$\prod\limits_{\lambda\in\Lambda}\boldsymbol{C}_\lambda$	积范畴	product category	$\{\boldsymbol{C}_\lambda\}(\lambda\in\Lambda)$为一个范畴集合. 由它们所作出的新范畴$\prod\limits_{\lambda\in\Lambda}\boldsymbol{C}_\lambda$为$\{\boldsymbol{C}_\lambda\}$的积范畴	
$\prod\limits_{\lambda\in\Lambda}A_\lambda$	上积	coproduct	$\{A_\lambda\}(\lambda\in A)$为范畴$\boldsymbol{C}$的一个对象集. 若对象$B\in\boldsymbol{C}$与一态射集具有泛性质，则称$B$为$\{A_\lambda\}$的上积	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
IBN	IBN 环	IBN ring	R 为环. 如果每个有限生成的 R 模的任二基中元素个数必相等,则称 R 为 IBN 环	
$(\mathscr{C},\perp)$	带积范畴	category with product	规定映射 $\perp:\mathscr{C}\times\mathscr{C}\to\mathscr{C}$ 的范畴 $\mathscr{C}$ 称为带积范畴	
ΦF	纤维范畴	fibre category	$(\mathscr{C},\perp)$ 与 $(\mathscr{D},T)$ 为带积范畴, $F:\mathscr{C}\to\mathscr{D}$ 为保积函子. 由此定义的新范畴 ΦF(对象类为 $\{(M,N,\alpha)\mid M,N\in\mathscr{C},\alpha:F(M)\cong F(N)\}$ 称为 $\mathscr{C}$ 与 $\mathscr{D}$ 的纤维范畴)	
$\mathrm{gl}(V)$	一般线性李代数	general linear lie algebra	$\mathrm{gl}(V)$ 表示域上 n 维空间 V 的所有线性变换在运算 $[A,B]=AB-BA$ 下组成的 n^2 维李代数,称为一般线性李代数	
$n(P)$	偏序集的阶	order of poset	偏序集 P 的基数称为 P 的阶	
$l(P)$	偏序集的长	length of poset	偏序集 P 中链的长的最小上界称为 P 的长	
Sup X	上确界	supremum	偏序集的子集 X 的上确界	亦称最小上界. 记为 $\vee X$ 或 l. u. b. X
inf$X$	下确界	infimum	偏序集的子集 X 的下确界	亦称最大下界. 记为 $\wedge X$ 或 g. l. b. X
$(L;\leqslant)$	格	lattice	若偏序集 L 的任二元素均有上确界和下确界,则称 L 为格	
$\Phi(L)$	弗拉梯尼子格	Frattini sublattice	表示格 L 的弗拉梯尼子格	
a^+	a 的正部	positive part of a	a 是格群的一个元素, $a^+=a\vee 0$ 称为 a 的正部	
a^-	a 的负部	negative part of a	a 是格群的一个元素, $a^-=(-a)\vee 0$ 称为 a 的负部	
$X^\perp$	极	polar	X 是格群 G 的子集, $X^\perp=\{y\in G\mid\lvert y\rvert\wedge\lvert x\rvert=0,\forall x\in X\}$,称为 X 的极	
$J\perp K$	独立 l 理想	independent l-ideal	格序群的 l 理想 J,K 若有 $J\wedge K=0$,则称 J 和 K 是独立的	
$R(G)$	康莱德根	Conrad radical	格序群 G 的一切本质性值的交是一个 l 理想,称为 G 的康莱德根	
R^+	偏序环的序	order of po-ring	R 是偏序环, $R^+=\{r\in R\mid r\geqslant 0\}$,称为 R 的序	亦称 R 的正锥
BCK	BCK 代数	BCK-algebra	一种有序代数系统	
BCI	BCI 代数	BCI-algebra	一种较 BCK 代数广泛的代数结构	
$\langle X;*,0\rangle$	双 B 代数	two B-algebra	表示 BCK 代数或 BCI 代数,二者合称双 B 代数	
A^*	稳定子	stabilizer	A 是 BCK 代数 X 的子集, $A^*=\{x\in X\mid x*a=x$ 且 $a*x=a,\forall a\in A\}$,称为 A 的稳定子	
(X,O_X)	环式空间	ringed space	带有一个环层 O_X 的拓扑空间 X,称为环式空间	
$\chi(O_X)$	欧拉-庞加莱特征标	Euler-Poincaré characteristic	n 维完备簇 X 的欧拉-庞加莱的特征标定义为 $\chi(O_X)=\sum_{i=0}^{n}(-1)^i\dim_k H^i(X,O_Z)$	
$K(X)$	小平维数	Kodaira dimension	X 是 n 维完备代数簇. 在 X 利用归纳法定义的维数 $K(X)$ 称为小平维数	
$R(X)$	典范环	canonical ring	X 为光滑射影族, ω_E 为其典范层, X 的典范环为 $R(X)=\bigoplus_{n\geqslant 0}H^0(X,\omega_X^{\otimes n})$	
$\mathrm{Pic}(X)$	皮卡群	Picard group	环式空间 (X,O_X) 的可逆层的同构类组成的群(运算由可逆层的张量积所诱导),称为 X 的皮卡群	
$\mathrm{Pic}^0(X)$	皮卡簇	Picard variety	X 是代数闭域 K 上的射影光滑代数簇, $\mathrm{Pic}(X)$ 中包含 O 的分支是一个射影概形,它的既约结构是一个阿贝尔族,称为 X 的皮卡簇	
$\mathrm{Alb}(Z)$	阿尔班尼斯簇	Albanese variety	X 是射影光滑代数簇. X 的皮卡簇的对偶阿贝尔簇称为 X 的阿尔班尼斯簇	
$G_{n,m}$	格拉斯曼簇	Grassmannian variety	一个 n 维线性空间的所有 m 维线性子空间的集合称为一个格拉斯曼簇	亦称格拉斯曼流形或格拉斯曼空间
$\mathrm{Flag}(n_1,n_2,\cdots,n_r)$	旗簇	flag variety	V 是 n 维向量空间, $n=n_1>n_2>\cdots>n_r>0$. 则 V 的所有由子空间组成的指标为 $(n_1,n_2,\cdots,n_r)$ 的旗的集合,称为一个旗簇	
$\bar{\times}$	叉积	cross product	a,b 的叉积等于 a,b 的对称差的补运算,即 $a\bar{\times}b=(a\triangle b)'$	这里 $a,b\in B$, B 称为布尔集

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
c	胞腔度	cellularity	$c\mathrm{A}=\sup\{\lvert x\rvert \mid x$ 是其中的一个两两不相交的族$\}$. 称为布尔代数 A 的胞腔度	
sat A	浸润度	saturation	$\mathrm{sat}A=\min\{u \mid u$ 是基数且对 A 的每个两两不相交的族 x 有 $\lvert x\rvert<u\}$表示 A 的浸润度，它是一个正则基数，式中$\lvert x\rvert$表示 x 的基数	
π	稠密度	density	$\pi B=\min\{\lvert x\rvert \mid x\subseteq B$ 在 B 中稠密$\}$表示 X 在布尔代数 B 中的稠密度	
Id	理想	ideal	$\mathrm{Id}(B)$表示布尔代数 B 中的全体理想	布尔代数 B 中的每个理想记为 I，有限集的理想记为 fin
Sub	子代数	subalgebra	$\mathrm{Sub}A$ 表示无限布尔代数 A 的一切子代数所构成的集合	$\mathrm{sub}(B)$表示布尔代数 B 的子代数所构成的格
Ult	超滤子	ultrafilter	$\mathrm{Ult}A$ 表示无限布尔代数 A 的超滤子的全体	
Filt	滤子	filter	$\mathrm{Filt}A$ 表示无限布尔代数 A 的一切滤子所构成的集合	
$\sum$	最小上界	least upper bound	$\sum^B M$ 表示 M 在布尔代数 B 中的最小上界，其中 M 是 B 的子集	
clop	闭开代数	clopen algebra	拓扑空间 X 的所有闭开集，用 $\mathrm{clop}X$ 表示，构成 X 上的集合代数称为 X 的闭开代数	
RO( )	正则开代数	regular open algebra	$\mathrm{RO}(x)=\{u \mid u\subseteq X$ 且 $r(u)=u\}$， 其中 $r(u)=\mathrm{int}(\mathrm{cl}(u))$是 u 的正则化	
Bai	贝尔代数	Baire algebra	$\mathrm{Bai}X=\{a\subseteq X \mid a$ 有贝尔性质$\}$，其中 a 是拓扑空间 X 的子集，存在 X 的一个开集 u，使对称差 $a\triangle u$ 是贫集	
A↾a	相对代数	relative algebra	$A\upharpoonright a=\{x \mid x\in A$ 且 $x\leqslant a\}$表示 A 关于 a 的相对代数. 式中 A 是布尔代数，且 $a\in A$	亦称因子代数
pred(t)	前趋集合	predecessor set	偏序集$(T,\leqslant_T)$是一棵树，且所有的 $t\in T$，集合 $\mathrm{pred}(t)$是由$<_T$ 决定的一个良序集合	
Tor	挠积	torsion product	$\mathrm{Tor}_n(M,N)$是 M 和 N 的挠积	
Ext	扩张	extension	$\mathrm{Ext}^n(M,N)$是 M,N 的扩张	

分析学(analysis)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
(a,b)	开区间	open interval	表示 a 与 b 之间(不包括端点 a 与端点 b)的一切实数组成的集合	亦可用$]a,b[$表示
$[a,b]$	闭区间	closed interval	表示 a 与 b 之间(包括端点 a 与端点 b)的一切实数组成的集合	
$(a,b]$	左半开区间	left half open interval	表示 a 与 b 之间(不包括端点 a 但包括端点 b)的一切实数组成的集合	亦可用$]a,b]$表示
$[a,b)$	右半开区间	right half open interval	表示 a 与 b 之间(包括端点 a 但不包括端点 b)的一切实数组成的集合	亦可用$[a,b[$表示
e^x 或 $\exp x$	指数函数	exponential function	表示以 e 为底，以 x 为指数的函数，可写成 $y=\mathrm{e}^x$ 或 $y=\exp x$	在同一场合中，只用其中一种符号
e	超越数	transcendental number	$\mathrm{e}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=2.718\ 281\ 828\ 459\cdots$	通常作为自然对数的底
$\log_a x$	对数函数	logarithmic function	表示以 a 为底，自变量为 x 的对数函数，可写成 $y=\log_a x$	
$\ln x$	自然对数	natural logarithm	表示 以 e 为底，自变量为 x 的对数函数	
$\lg x$	常用对数	common logarithm	表示 以 10 为底，自变量为 x 的对数函数	
$\mathrm{lb}\ x$	2 为底的对数	logarithm to the base 2	表示以 2 为底，自变量为 x 的对数函数	亦可记为 $\log_2 x$
$\mathrm{sh}\ x$ 或 $\sinh x$	双曲正弦	hyperbolic sine	$\mathrm{sh}\ x=\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{2}$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\mathrm{ch}\,x$ 或 $\cosh x$	双曲余弦	hyperbolic cosine	$\mathrm{ch}\,x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$	
$\mathrm{th}\,x$ 或 $\tanh x$	双曲正切	hyperbolic tangent	$\mathrm{th}\,x=\frac{\mathrm{sh}\,x}{\mathrm{ch}\,x}=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$	
$\coth x$	双曲余切	hyperbolic cotangent	$\coth x=\frac{\mathrm{ch}\,x}{\mathrm{sh}\,x}=\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$	
$\mathrm{sech}\,x$	双曲正割	hyperbolic secant	$\mathrm{sech}\,x=\frac{1}{\mathrm{ch}\,x}=\frac{2}{e^x+e^{-x}}$	
$\mathrm{csch}\,x$ 或 $\mathrm{cosech}\,x$	双曲余割	hyperbolic cosecant	$\mathrm{csch}\,x=\frac{1}{\mathrm{sh}\,x}=\frac{2}{e^x-e^{-x}}$	
$\mathrm{arsh}\,x$	反双曲正弦	inverse hyperbolic sine	$\mathrm{arsh}\,x=\ln(x+\sqrt{x^2+1})(-\infty<x<+\infty)$	亦可用 $\mathrm{arsinh}\,x$ 表示
$\mathrm{arch}\,x$	反双曲余弦	inverse hyperbolic cosine	$\mathrm{arch}\,x=\pm\ln(x+\sqrt{x^2-1})\ (x\geqslant 1)$	亦可用 $\mathrm{arcosh}\,x$ 表示
$\mathrm{arth}\,x$	反双曲正切	inverse hyperbolic tangent	$\mathrm{arth}\,x=\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}\ (-1<x<1)$	亦可用 $\mathrm{artanh}\,x$ 表示
$\mathrm{arcoth}\,x$	反双曲余切	inverse hyperbolic cotangent	$\mathrm{arcoth}\,x=\frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}\ (\lvert x\rvert>1)$	
$\mathrm{arsech}\,x$	反双曲正割	inverse hyperbolic secant	$\mathrm{arsech}\,x=\ln(1\pm\sqrt{1-x^2})-\ln x(0<x\leqslant 1)$	
$\mathrm{arcsch}\,x$	反双曲余割	inverse hyperbolic cosecant	$\mathrm{arcsch}\,x=\ln(1+\sqrt{1+x^2})-\ln x$	亦可用 $\mathrm{arcosech}\,x$ 表示
$f(x)$	函数	function	如 $y=f(x)$ 表示以 x 为自变量的一元函数	
$f(x_1,\cdots,x_n)$	n 元函数	n-ary function	表示以 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为自变量的 n 元函数	
$\mathrm{Gr}f$	图像	graph	表示函数 f 的图像	
$f(x)\mid_{x=a}$	函数值	function value	表示函数 $f(x)$ 在点 a 处的函数值，即 $f(x)\mid_{x=a}=f(a)$	
$f(x)\mid_a^b$ 或 $[f(x)]_a^b$	函数值的差	difference of the function value	表示函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 端点处函数值的差，即 $f(x)\mid_a^b=f(b)-f(a)$ 或 $[f(x)]_a^b=f(b)-f(a)$	这种表示法常用于定积分的计算
const	常值函数	constant function	若 $f(x)=c$，则称 $f(x)$ 是常值函数，记为 $\mathrm{const}f$	亦简记为 $f(x)=c$
$I(x)$	恒等函数	identity function	表示对 D 中一切 x 都有 $I(x)=x$	
$g\circ f$	复合函数	composite function	表示由函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 复合而成的函数，即 $(g\circ f)(x)=g(f(x))$	亦称合成函数
$\to$	趋于或收敛于	converges to	$x\to a$ 表示 x 无限接近 a；$x_n\to a$ 表示序列 $\{x_n\}$ 收敛于 a	$x\not\to a$ 表示 x 不趋于 a，$x_n\not\to a$ 表示序列 $\{x_n\}$ 不收敛于 a
$\rightrightarrows$	一致收敛	uniformly convergent	$f_n\rightrightarrows f$ 表示 f_n 在 D 内一致收敛于 f，即 $\lim\limits_{n\to\infty}\sup\limits_{x\in D}\lvert f_n(x)-f(x)\rvert=0$	
$\downarrow,\searrow$	单调递减	monotone decreasing	随自变量 x 的增加，函数值 $f(x)$ 逐渐减少	
$\uparrow,\nearrow$	单调增加	monotone increasing	随自变量 x 的增加，函数值 $f(x)$ 逐渐增加	
$\simeq$	渐近等于	asymptotically equal to	在某极限过程中，值可以无限接近的两个函数. 如当 $x\to a$ 时，$\frac{1}{\mathrm{sim}(x-a)}\simeq\frac{1}{x-a}$	在无穷小量比较时，表示等价无穷小，记为 $\sim$
$\lim\limits_{x\to a}f(x)$	极限	limit	$\lim\limits_{x\to a}f(x)=b$ 表示当 x 趋于 a 时，$f(x)$ 无限接近于 b. 右极限和左极限分别记为：$\lim\limits_{x\to a^+}f(x)$ 和 $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)$	亦可记为：当 $x\to a$ 时，$f(x)\to b$
$O(g(x))$	兰道记号	Landau's notation	$f(x)=O(g(x))$ 意为 $\lvert f(x)/g(x)\rvert$ 在行文所述的极限中有上界	比较无穷小量时，表示同阶无穷小
$o(g(x))$	兰道记号	Landau's notation	$f(x)=o(g(x))$ 表示在行文所述的极限中 $f(x)/g(x)\to 0$	比较无穷小量时，表示高阶无穷小
Δx	增量	increment	$\Delta x=x-x_0$ 表示自变量 x 的增量	亦称 x 的改变量

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	导函数或微商	derived function	函数 f 的改变量与自变量 x 的改变量之比，当自变量改变量 Δx 趋于零时的极限表示为 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ 或 $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	亦可用 f' 或 $\mathrm{D}f$ 来表示. 简称导数
$\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)_{x=a}$	导函数值	value of derived function	函数 $f(x)$ 在某点 a 的导数值. 记为 $\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}\right)_{x=a}$ 或 $\left(\frac{\mathrm{d}f'}{\mathrm{d}x}\right)_{x=a}$	亦可用 $f'(a)$ 或 $\mathrm{D}f(a)$ 来表示
$\frac{\mathrm{d}^n f}{\mathrm{d}x^n}$	n 阶导数	derivative of n-order	对 $f(x)$ 连续求 n 次一阶导数. 记为 $\frac{\mathrm{d}^n f}{\mathrm{d}x^n}$ 或 $f^{(n)}$. 当 $n=2,3$ 时，常用 f'',f''' 来代替，称为 2 阶、3 阶导数. 如自变量是时间 t，常用 $f''(t)$ 来代替 $\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}t^2}$	亦可用 $f^{(n)}$ 或 $\mathrm{D}^n f$ 来表示
$\frac{\partial f}{\partial x}$ 或 $\partial_x f$	偏导数或偏微商	partial derivative	对多元函数的其中一个自变量 x 求导数，其他变量暂视为常数所得的结果	亦可用 $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,\cdots}$ 或 f_x 表示
$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$ 或 f_{xy}	混合偏导数	mixed partial derivative	先对 x 求导，再对 y 求导，即 $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$，	
$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ 或 f_{xx}	二阶偏导数	partial derivative of 2-order	对 x 连续求二阶导数，其他变量视为常数	
$\frac{\partial^{n+m} f}{\partial x^n\partial y^m}$	$m+n$ 阶偏微商	partial derivative of $(m+n)$-order	函数 f 先对 x 求 n 次偏微商，再对 y 求 m 次偏微商	
$\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$	函数行列式	functional determinant	表示 u,v,w 对 x,y,z 的函数行列式，其中 $u(x,y,z),v(x,y,z),w(x,y,z)$ 都是多元函数	亦称雅可比行列式 (Jacobian 行列式)
$\mathrm{d}f$	全微分	total differential	$\mathrm{d}f(x_2,x_2,\cdots,x_n)=\frac{\partial f}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2+\cdots+\frac{\partial f}{\partial x_n}\mathrm{d}x_n$	
$^*\mathrm{R}$ 或 R^*	扩张的实数系	extended real number system	把 $+\infty$ 与 $-\infty$ 加到实数系所得的数系	亦可记为 $[-\infty,+\infty]$
$\{a_n\}$	数列	sequence of number	表示数列 $a_1,a_2,\cdots,a_n\cdots$	
$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$	无穷级数	infinite series	无穷数列的各项用加号连结而成的表达式	
$\sum\limits_{m=1}^{\infty}\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{mn}$	叠级数	iterated series	各项均为级数的级数，其中 $\{a_{mn}\}$ 称为二重序列	亦称累级数
$\sum\limits_{m,n=1}^{\infty}a_{mn}$	二重级数	double series	把二重序列的项 a_{mn} 按任意次序排列并用加号连结得到的表达式	
$\prod\limits_{n=1}^{\infty}u_n$	无穷乘积	infinite product	把无穷序列 $u_1,u_2,\cdots,u_n\cdots$ 的各项连乘	
$f(a-0)$	左极限	left limit	$f(a-0)=\lim\limits_{x\to a-0}f(x)$	
$f(a+0)$	右极限	right limit	$f(a+0)=\lim\limits_{x\to a+0}f(x)$	
$f'_-(x)$	左导数	left derivative	$f'_-(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0-}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$	
$f'_+(x)$	右导数	right derivative	$f'_+(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0+}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$	
$\overline{\int_a^b}f(x)\mathrm{d}x$	黎曼上积分	Riemann upper integral	$\overline{\int_a^b}f(x)\mathrm{d}x=\sup\limits_{P\in\mathscr{P}}S_P(f)$	
$\underline{\int_a^b}f(x)\mathrm{d}x$	黎曼下积分	Riemann lower integral	$\underline{\int_a^b}f(x)\mathrm{d}x=\inf\limits_{P\in\mathscr{P}}S_P(f)$	
$\int\limits_{D\subset\mathrm{R}^n}f(x)\mathrm{d}x$	n 重积分	n-fold integral	$\int\limits_{D\subset\mathrm{R}^n}f(x)\mathrm{d}x=\iiint\limits_D\cdots\int f(x_1,x_2,\cdots,x_n)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2\cdots\mathrm{d}x_n$	
Vf	变分	variation	$Vf=f_1(x)-f(x)$	
V 或 Var	变差	variation	$V_a^b f$ 或 $\mathrm{Var}_{[a,b]}f$ 表示函数 f 在 $[a,b]$ 上的全变差，当 $a=b$ 时，定义 $V_a^a f=0$；当 $V_a^b f<\infty$ 时，称 f 为 $[a,b]$ 上的有界变差函数	
δJ	泛函 J 的变分	variation of the functional J	泛函 $J[Y]$ 的一阶变分 $\delta J=\left(\frac{\partial J[Y]}{\partial\epsilon}\right)_{\epsilon=0}\cdot\epsilon$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
Lip 或 lip	李普希茨条件	Lipschitz condition	$f\in \mathrm{lip}\alpha$ 或 $f\in \mathrm{Lip}\alpha$ 表示函数 f 满足 α 阶李普希茨条件	
Δf	一阶向前差分	forward difference of first-order	$\Delta f(x_i)=f(x_i+h)-f(x_i)$	
$\Delta^2 f$	二阶向前差分	forward difference of second-order	$\Delta^2 f(x_i)=\Delta f(x_i+h)-\Delta f(x_i)$	
$\Delta^n f$	n 阶向前差分	forward difference of n-order	$\Delta^n f(x_i)=\Delta^{n-1}f(x_i+h)-\Delta^{n-1}f(x_i)$	
∇f	一阶向后差分	backward difference of first-order	$\nabla f(x_i)=f(x_i)-f(x_i-h)$	
$\nabla^2 f$	二阶向后差分	backward difference of second-order	$\nabla^2 f(x_i)=\nabla f(x_i)-\nabla f(x_i-h)$	
$\nabla^n f$	n 阶向后差分	backward difference of n-order	$\nabla^n f(x_i)=\nabla^{n-1}f(x_i)-\nabla^{n-1}f(x_i-h)$	
δf	一阶中心差分	centered difference of first-order	$\delta f(x_i)=f\left(x_i+\frac{h}{2}\right)-f\left(x_i-\frac{h}{2}\right)$	
$\delta^2 f$	二阶中心差分	centered difference of second-order	$\delta^2 f(x_i)=\delta f(x_i+\frac{h}{2})-\delta f(x_i-\frac{h}{2})$	
$\delta^n f$	n 阶中心差分	centered difference of n-order	$\delta^n f(x_i)=\delta^{n-1}f\left(x_i+\frac{h}{2}\right)-\delta^{n-1}f\left(x_i-\frac{h}{2}\right)$	
$\int f(x)\mathrm{d}x$	不定积分	indefinite integral	$\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$，其中 $F(x)$ 是 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的一个原函数，C 是任意常数	
$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	定积分	definite integral	$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\lim\limits_{\lambda\to 0}\sum\limits_{i=1}^{n}f(\xi_i)\Delta x_i$，其中 $\lambda=\max\limits_i\{\Delta x_i\}$	
$\mathrm{P.V.}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	柯西主值	Cauchy principal value	$P.V.\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ $=\lim\limits_{\varepsilon\to 0+}\left(\int_a^{c-\varepsilon}f(x)\mathrm{d}x+\int_{c+\varepsilon}^b f(x)\mathrm{d}x\right)$ 或 $P.V.\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\lim\limits_{M\to\infty}\int_{-M}^{M}f(x)\mathrm{d}x$	
$\int_C,\int_S,\int_V,\oint$	积分号	sign of integration	$\int_C,\int_S,\int_V,\oint$ 分别表示沿曲线 C，沿曲面 S，沿体积 V 以及沿闭曲线或闭曲面的积分	
$C(z),S(z)$	菲涅耳积分	Fresnel integral	$C(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z\frac{\cos t}{\sqrt{t}}\mathrm{d}t$，$S(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z\frac{\sin t}{\sqrt{t}}\mathrm{d}t$	
$\iint\limits_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$	二重积分	double integral	二元函数 $f(x,y)$ 在平面区域 D 上的积分	
$\mathrm{Li}(x)$ 或 $\mathrm{li}(x)$	对数积分	logarithmic integral	$\mathrm{Li}(x)=\int_0^x\frac{\mathrm{d}t}{\log t}$，高斯用函数 $\frac{1}{\log t}$ 表示在大整数 t 附近的素数分布的平均密度	
$\mathrm{Ei}(x)$	指数积分	exponential integral	$\mathrm{Ei}(x)=\int_x^\infty\frac{\mathrm{e}^{-t}}{t}\mathrm{d}t$，当 $x<0$ 时，在 $t=0$ 处取积分主值	在量子力学中有重要应用
$\mathrm{Si}(x)$	正弦积分	sine integral	$\mathrm{Si}(x)=\int_0^x\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t$	在通信工程中有重要应用
$\mathrm{Ci}(x)$	余弦积分	cosine integral	$\mathrm{Ci}(x)=-\int_x^\infty\frac{\cos t}{t}\mathrm{d}t$	在通信工程中有重要应用
$\mathrm{sgn}\ x$	符号函数	sign function	当 $x\in\mathbf{R}$ 时，$\mathrm{sgn}\ x=\begin{cases}1 & (x>0),\\ 0 & (x=0),\\ -1 & (x<0);\end{cases}$ 当 $x\in\mathbf{C}$ 时，$\mathrm{sgn}\ x=\begin{cases}\frac{x}{\lvert x\rvert} & (x\neq 0),\\ 0 & (x=0)\end{cases}$	亦称克罗内克函数
ε_{ijk}	列维-齐维塔符号	Levi-Civita symbol	$\varepsilon_{ijk}=\begin{cases}1 & (\text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的偶排列}),\\ -1 & (\text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的奇排列}),\\ 0 & (\text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的真重复排列})\end{cases}$	
$\varepsilon(x)$	单位阶跃函数或称赫维赛德函数	unit step function or Heaviside function	$\varepsilon(x)=\begin{cases}1 & (x\geqslant 0),\\ 0 & (x<0)\end{cases}$ 视作广义函数时的定义为 $\varepsilon(x)=\begin{cases}1 & (x>0),\\ 0 & (x<0)\end{cases}$	亦可用 $\mathrm{H}(x)$ 表示

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$f*g$	f 与 g 的卷积	convolution of f and g	$(f*g)(x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(y)g(x-y)\mathrm{d}y$，式中 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是 $(-\infty,\infty)$ 内的绝对可积函数	
$\mathrm{sn}\,x$ $\mathrm{cn}\,x$ $\mathrm{dn}\,x$	雅可比椭圆函数	Jacobi elliptic function	$\mathrm{sn}\,x=\sqrt{e_1-e_3}\,\frac{\sigma(u)}{\sigma_3(u)}$；$\mathrm{cn}\,x=\frac{\sigma_1(u)}{\sigma_3(u)}$； $\mathrm{dn}\,x=\frac{\sigma_2(u)}{\sigma_3(u)}$，其中 $x=u\sqrt{e_1-e_3}$	
$\wp(x)$	外尔斯特拉斯椭圆函数	Weierstrass's elliptic function	$\wp(x)=\frac{1}{x^2}+\sum_{\omega\neq0}\left(\frac{1}{(x-\omega)^2}-\frac{1}{\omega^2}\right)$	
B_n 或 b_n	伯努利数	Bernoulli's numbers	解析函数 $(\mathrm{e}^z-1)^{-1}$ 在 $z=0$ 附近的罗朗级数展开式 $\frac{1}{z}-\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{B_n}{(2n)!}z^{2n-1}$， 则称式中系数 B_n 为伯努利数	
$\mathrm{supp}\,f$ 或 $\mathrm{spt}\,f$	函数的支集	support of function	若 Ω 是局部紧空间，则 Ω 上函数 f 的支集是 Ω 中的集合 $\{x\mid f(x)\neq0\}$ 的闭包，表示成 $\mathrm{supp}f$	
$\delta(x)$	狄拉克函数	Dirac δ-function	质量分布在区域 Ω 的总量为 $\iiint_{\Omega}\delta_{M_0}(M)\mathrm{d}M=\begin{cases}1 & (M_0\in\Omega),\\0 & (M_0\overline{\in}\Omega),\end{cases}$ 称这样的函数为 $\delta(x)$ 函数，它在每一点的值 $\delta_{M_0}(M)=\begin{cases}0 & (M_0\neq M),\\\infty & (M_0=M)\end{cases}$	亦称 δ 函数
$\mathrm{am}\,x$	振幅函数	amplitude function	在形如 $I_\varphi(au)=\iint\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi(x,\theta)}a(x,\theta)u(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}\theta$ 的振荡积分中，$a(x,\theta)$ 称为振幅函数	
$\Gamma(x)$	伽马函数	gamma function	$\Gamma(x)=\int_0^{\infty}t^{x-1}\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t\ (x>0)$， $\Gamma(n+1)=n!\ (n=0,1,2,\cdots)$	亦称 Γ 函数
$\gamma(x)$	不完全伽马函数	incomplete gamma function	$\gamma(x)=\int_0^{\lambda}\mathrm{e}^{-t}t^{x-1}\mathrm{d}t$；$\gamma(x)=\int_{\lambda}^{\infty}\mathrm{e}^{-t}t^{x-1}\mathrm{d}t$，其中 $x>0$	在统计学和分子结构论中常用
$B(x,y)$	贝塔函数	beta function	$B(x,y)=\int_0^1t^{x-1}(1-t)^{y-1}\mathrm{d}t$，$(x,y\in\mathrm{R};x>0,y>0)$；$B(x,y)=\frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}$	亦称 β 函数
$\Psi(x)$	普西函数	psi function	$\Psi(x)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ln\Gamma(x))$ 是函数方程 $\Psi(x+1)-\Psi(x)=\frac{1}{x}$，$\Psi(1)=-c$，$\lim_{n\to\infty}(\Psi(x+n)-\Psi(1+n))=0$ 的解	亦称 Ψ 函数
$F(k,\varphi)$	第一类不完全椭圆积分	incomplete elliptic integral of the first kind	$F(k,\varphi)=\int_0^{\varphi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}$	
$E(k,\varphi)$	第二类不完全椭圆积分	incomplete elliptic integral of the second kind	$E(k,\varphi)=\int_0^{\varphi}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}\mathrm{d}\varphi$	
$\Pi(n,k,\varphi)$	第三类不完全椭圆积分	incomplete elliptic integral of the third kind	$\Pi(n,k,\varphi)=\int_0^{\varphi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{(1+n\sin^2\varphi)\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}$	
$K(k)$	第一类完全椭圆积分	complete elliptic integral of the first kind	$K(k)=F(k,\pi/2)=\int_0^{\pi/2}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}$	
$E(k)$	第二类完全椭圆积分	complete elliptic integral of the second kind	$E(k)=E(k,\pi/2)=\int_0^{\pi/2}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}\mathrm{d}\varphi$	
$\Pi(n,k,\pi/2)$	第三类完全椭圆积分	complete elliptic inlegral of the third kind	$\Pi(n,k,\pi/2)=\int_0^{\pi/2}\frac{\mathrm{d}\varphi}{(1+n\sin^2\varphi)\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}$	
$P_l(x)$	勒让德多项式	Legendre polynomial	方程 $(1-x^2)y''-2xy'+l(l+1)y=0$ 的特解， $P_l(x)=\sum_{r=0}^{[\frac{n}{2}]}(-1)^r\frac{(2n-2r)!}{2^nr!(n-r)!(n-2r)!}x^{n-2r}$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$P_l^m(x)$	关联勒让德函数	associated Legendre function	方程 $(1-x^2)y''-2xy'+[l(l+1)-\frac{m^2}{1-x^2}]y=0$ 的特解， $P_l^m(x)=(-1)^m(1-x^2)^{\frac{m}{2}}\frac{\mathrm{d}^m}{\mathrm{d}x^m}P_l(x)$ $(l,m=0,1,2,\cdots;m\leqslant l)$	
$T_n(x)$	第一类切比雪夫多项式	Chebyshev polynomial of the 1st kind	方程 $(1-x^2)y''-xy'+n^2y=0$ 的特解， $T_n(x)=\cos(n\arccos x)$ $(n=0,1,2,\cdots)$	
$U_n(x)$	第二类切比雪夫多项式	Chebyshev polynomial of the 2nd kind	方程 $(1-x^2)y''-3xy'+n(n+2)y=0$ 的特解， $U_n(x)=\frac{\sin[(n+1)\arccos x]}{\sin(\arccos x)}$ $(n=0,1,2,\cdots)$	
$L_n(x)$	拉盖尔多项式	Laguerre polynomial	方程 $xy''+(1-x)y'+ny=0$ 的特解， $L_n(x)=\frac{\mathrm{e}^x}{n!}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}(x^n\mathrm{e}^{-x})$ $(n=0,1,2,\cdots)$	
$H_n(x)$	埃尔米特多项式	Hermite polynomial	方程 $y''-2xy'+2ny=0$ 的特解， $H_n(x)=(-1)^n\mathrm{e}^{x^2}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}\mathrm{e}^{-x^2}$ $(n=0,1,2,\cdots)$	
H_c	超平面	hyperplane	$H_c=\{x\in\mathrm{R}^n:\langle a,x\rangle=c\}$，式中 c 为实数，a 为 R^n 中的非零元	
$F(a;b;c;x)$	超几何函数	hypergeometric function	方程 $x(1-x)y''+[c-(a+b+1)x]y'-aby=0$ 的特解， $F(a;b;c;x)=1+\frac{ab}{c}x+\frac{a(a+1)b(b+1)}{2!c(c+1)}x^2+\cdots$	亦称超比函数
$F(a;c;x)$	合流超几何函数	hypergeometric function of confluent type	方程 $xy''+(c-x)y'-ay=0$ 的特解， $F(a;c;x)=1+\frac{a}{c}x+\frac{a(a+1)}{2!c(c+1)}x^2+\cdots$	亦称汇合型超几何函数或库默尔函数
$J_l(x)$	第一类柱贝塞尔函数	cylindrical Bessel function of the 1st kind	方程 $x^2y''+xy'+(x^2-l^2)y=0$ 的特解， $J_l(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k(x/2)^{l+2k}}{k!\Gamma(l+k+1)}$	
$N_l(x)$	第二类柱贝塞尔函数	cylindrical Bessel function of the 2nd kind	$N_l(x)=\lim_{k\to l}\frac{J_k(x)\cos k\pi-J_{-k}(x)}{\sin k\pi}$. 它是贝塞尔方程的第二解，可由第一类柱贝塞尔函数定义	亦称柱汉克尔函数
$H_l^{(1)}(x)$ $H_l^{(2)}(x)$	第三类柱贝塞尔函数	cylindrical Bessel function of the 3rd kind or cylindrical Hankel function	$H_l^{(1)}(x)=J_l(x)+\mathrm{i}N_l(x)$，$H_l^{(2)}(x)=J_l(x)-\mathrm{i}N_l(x)$. 它们是第一类和第二类柱贝塞尔的线性组合，是贝塞尔方程的两个线性无关解	亦称柱汉克尔函数
$I_l(x)$ $K_l(x)$	修正的柱贝塞尔函数	modified cylindrical Bessel function	方程 $x^2y''+xy'-(x^2+l^2)y=0$ 的特解， $I_l(x)=\mathrm{i}^{-l}J_l(\mathrm{i}x)$， $K_l(x)=\left(\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{i}^{l+1}[J_l(\mathrm{i}x)+\mathrm{i}N_l(\mathrm{i}x)]$	亦称变形的柱贝塞尔函数
$j_l(x)$	第一类球贝塞尔函数	spherical Bessel function of the 1st kind	方程 $x^2y''+2xy'+[x^2-l(l+1)]y=0$ 的特解， $j_l(x)=\left(\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}}J_{l+\frac{1}{2}}(x)$	
$n_l(x)$	第二类球贝塞尔函数	spherical Bessel function of the 2nd kind	$n_l(x)=\left(\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}}N_{l+\frac{1}{2}}(x)$	亦称球诺伊曼函数，也记为 $y_l(x)$
$h_l^{(1)}(x)$ $h_l^{(2)}(x)$	第三类球贝塞尔函数	spherical Bessel function of the 3rd kind	$h_l^{(1)}(x)=j_l(x)+\mathrm{i}n_l(x)=\left(\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}}H_{l+\frac{1}{2}}^{(1)}(x)$， $h_l^{(2)}(x)=j_l(x)-\mathrm{i}n_l(x)=\left(\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}}H_{l+\frac{1}{2}}^{(2)}(x)$	修正的球贝塞尔函数，分别记为 $i_l(x)$ 与 $k_l(x)$
∇	矢量微分算子	operator of vector differentiation	$\nabla=\boldsymbol{e}_x\frac{\partial}{\partial x}+\boldsymbol{e}_y\frac{\partial}{\partial y}+\boldsymbol{e}_z\frac{\partial}{\partial z}=\boldsymbol{e}_i\frac{\partial}{\partial x_i}$	亦称哈密顿算子
grad，∇	梯度	gradient	若 $f:D(\subseteq\mathrm{R}^n)\to\mathrm{R}$，则 f 在 $\boldsymbol{a}\in D$ 的梯度为 $\mathrm{grad}f(\boldsymbol{a})=\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}(\boldsymbol{a}),\frac{\partial f}{\partial x_2}(\boldsymbol{a}),\cdots,\frac{\partial f}{\partial x_n}(\boldsymbol{a})\right)$	
div，$\nabla\cdot$	散度	divergence	若向量函数 $\boldsymbol{f}(x,y,z)=(P,Q,R)$ 连续可微，则向量场的散度为 $\mathrm{div}\boldsymbol{f}=\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}$	
rot，$\nabla\times$	旋度	rotation	$\boldsymbol{f}=(P,Q,R)$ 是三维向量函数，$\boldsymbol{f}$ 的旋度为 $\mathrm{rot}\boldsymbol{f}=\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z},\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x},\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
Δ,∇^2	拉普拉斯算子	Laplacian operator	$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$	亦称调和算子
$\square$	达朗贝尔算子	d'Alembertain operator	$\square=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$	c 为电磁波在真空中的传播速度
D	微分算子	differential operator	即$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}=Df(t)$，$\frac{\mathrm{d}^2f(t)}{\mathrm{d}t^2}=D^2f(t)$，…，$\frac{\mathrm{d}^nf(t)}{\mathrm{d}t^n}=D^nf(t)$	
Λ	拓扑双曲不变集	topological hyperbolic set	$f:M\to M$ 是微分同胚. f 的不变闭子集 $\Lambda\subset M$ 称为拓扑双曲不变集	
Diff'	微分同胚空间	differential homeomorphic space	Diff'(M)表示 M 全体微分同胚构成的空间	
Homeo	同胚空间	homeomorphic space	Homeo(M)表示 M 的全体同胚构成的空间	
Proj	射影基向量	base vector of projective	Proj$k$ 表示 P—标架的第 k 个基向量	
Ob	阻碍集	obstruction sets	Ob(S)表示向量场 S 的阻碍集	
Log$z$	对数函数	logarithmic function	$w=\mathrm{Log}z=\log\lvert z\rvert+\mathrm{i}(\arg z+2k\pi)(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$，$z$ 为复数	
$\sin z$	复变正弦函数	sine function of a complex variable	$\sin z=\frac{1}{2\mathrm{i}}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}z}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z})$，式中 z 为复变数. 当 z 为实数时与数学分析中的正弦函数的定义一致	
$\cos z$	复变余弦函数	cosine function of a complex variable	$\cos z=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}z}+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}z})$，式中 z 为复变数. 当 z 为实数时与数学分析中的余弦函数的定义一致	
$\tan z$	复变正切函数	tangent function of a complex variable	$\tan z=\frac{\sin z}{\cos z}$	
Arc $\sin z$	复变反正弦函数	inverse sine function of a complex variable	Arc $\sin z=-\mathrm{i}\log(\mathrm{i}z+\sqrt{1-z^2})$，式中 z 为复变数，$\mathrm{e}^{\mathrm{i}w}=\mathrm{i}z+\sqrt{1-z^2}$	
Arc $\cos z$	复变反余弦函数	inverse cosine function of a complex variable	Arc $\cos z=-\mathrm{i}\log(z+\mathrm{i}\sqrt{1-z^2})$，式中 z 为复变数	
Arc $\tan z$	复变反正切函数	inverse tangent function of a complex variable	Arc $\tan z=\frac{1}{2i}\log\frac{i-z}{i+z}$，式中 z 为复变数	
$\mathrm{L}(z)$	分式线性变换	fractional linear transformation	$\mathrm{L}(z)=\frac{az+b}{cz+d}$，式中 a,b,c,d 都是复常数，且 $ad-bc\neq0$	若 a,b,c,d 都是实数，且 $ad-bc>0$ 称此为富克斯变换
(a,b,c,d)	交比	cross ratio	$(a,b,c,d)=\frac{c-a}{c-b}:\frac{d-a}{d-b}$，式中 a,b,c,d 是任意四个互异的复数	亦称非调和比
$n(\gamma;a)$	环绕数	winding number	点 a 关于 γ 的环绕数，$n(\gamma;a)=\frac{1}{2\pi\mathrm{i}}\int_\gamma\frac{\mathrm{d}\zeta}{\zeta-a}$，式中 γ 是一条可求长的闭路径，a 点不在 γ 上	亦称指示数或卷绕数
Res$f(z)$	留数	residue	在 $f(z)$ 的孤立奇点 a 的去心邻域内的罗朗级数展开式中，$1/(z-a)$ 项的系数为 c_{-1}，即 $\operatorname*{Res}_{z=a}f(z)=c_{-1}=\frac{1}{2\pi\mathrm{i}}\int_{\substack{\lvert z-a\rvert=\rho\\(0<\rho<R)}}f(z)\mathrm{d}z$	亦称残数
$L(s)$	拉普拉斯变换	Laplace transform	$f(t)$ 的拉普拉斯变换为 $L(s)=\int_0^\infty f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$	
$F(\xi)$	傅里叶变换	Fourier transform	$f(x)$ 的傅里叶变换为 $F(\xi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty f(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\xi x}\mathrm{d}x$	
$F_c(\xi)$	傅里叶余弦变换	Fourier cosine transform	$f(x)$ 的傅里叶余弦变换为 $F_c(\xi)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty f(x)\cos\xi x\mathrm{d}x$	
$F_s(\xi)$	傅里叶正弦变换	Fourier sine transform	$f(x)$ 的傅里叶正弦变换为 $F_s(\xi)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty f(x)\sin\xi x\mathrm{d}x$	
$M(z)$	梅林变换	Mellin transform	$f(x)$ 的梅林变换为 $M(z)=\int_0^\infty f(x)x^{z-1}\mathrm{d}x$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$H(\xi)$	汉克尔变换	Hankel transform	$f(x)$ 的 v 阶汉克尔变换为 $H(\xi)=\int_0^{\infty} xf(x)J_v(\xi x)\mathrm{d}x$	
$G(n)$	勒让德变换	Legendre transform	$f(x)$ 的勒让德变换为 $G(n)=\int_{-1}^{1} f(x)P_n(x)\mathrm{d}x$	
$\mathrm{erf}(z)$	概率积分	probability integral	$\mathrm{erf}(z)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z \mathrm{e}^{-u^2}\mathrm{d}u$	
$\mathrm{erfc}(z)$	余概率积分	complement probability integral	$\mathrm{erfc}(z)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_z^{+\infty} \mathrm{e}^{-u^2}\mathrm{d}u$	
$\Phi_c(z)$	正态概率积分	normal probability integral	$\Phi_c(z)=\int_{-\infty}^{z} \frac{2}{\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{2}{u}}\mathrm{d}u$	
${}_pF_q$	超几何级数	hypergeometric series	超几何级数的一般形式是 ${}_pF_q(\alpha_1,\cdots,\alpha_p,\beta_1,\cdots,\beta_q;z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\alpha_1)_n\cdots(\alpha_p)_n z^n}{(\beta_1)_n\cdots(\beta_q)_n n!}$	
E_n 或 γ	欧拉常数	Euler constant	$\gamma=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n\right)$ $\approx 0.57721566490153286060651209\cdots$	
$\{f,D\}$	解析函数元素	holomorphic function element	复平面上的区域 D 连同在其内全纯的一个函数 $f(z)$，合成为解析函数元素	简称函数元素
$k(z)$	克贝函数	Koebe function	$k(z)=z(1-z)^{-2}$，$k_\theta(z)=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}k(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}z)$，$\beta=\lim_{n\to\infty}\lvert a_n\rvert/n\leqslant 1$. 其中 $k(z)$ 是 S 类上许多泛函极值问题的极值函数，称 $k_\theta(z)$ 为克贝函数的旋转	
$I_p(r)$	哈代凸性函数	Hardy's convexity function	$I_p(r)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\lvert f(r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta})\rvert^p\mathrm{d}\theta\quad(0<r<R)$	
B	布洛赫常数	Bloch's constant	$B=\inf\{\beta(f)\mid f\in\mathscr{F}\}$，式中 $\beta(f)=\sup\{r\mid r$ 是 $f(\triangle)$ 所包含的单叶圆的半径$\}$	已经证明 $\sqrt{3}/4\leqslant B\leqslant 0.47$
L	兰道常数	Landau's constant	$L=\inf\{\lambda(f),f\in\mathscr{F}\}$，式中 $\lambda(f)=\sup\{r\mid r$ 是 $f(\triangle)$ 所包含圆的半径，$f\in\mathscr{F}\}$	已经证明 $0.5\leqslant L\leqslant 0.54326$
$M(\Gamma)$	曲线族 Γ 的模	module of a family of curves Γ	$M(\Gamma)=\inf_{\rho\in\rho(\Gamma)}\int_D \rho^2\lvert\mathrm{d}z\rvert$，其中 Γ 是平面区域 D 上的若尔当曲线族，ρ 是定义在 D 上的非负波莱尔函数	
$\mathrm{M}(f(\Gamma))$	拟共形映射	quasiconformal mapping	f 满足 Beltrami 微分方程 $f_{\bar z}=\mu f_z$，称 f 为 μ 共形映射，如 $\lVert\mu\rVert_\infty<1$，则称 f 为拟共形映射	亦称拟保角映射
$w(z,a,D)$	调和测度	harmonic measure	a 关于区域 D 的调和测度 $w(z,a,D)$ 是 z 对 (a,b) 的视角. $w(z,a,D)=\frac{1}{\pi}\arg\frac{b-z}{a-z}$	$0\leqslant w(z,x,d)\leqslant 1$
$g(z,a)$ 或 $\mathrm{G}(z,a)$	格林函数	Green's function	函数 $g(z,a)$ 在 D 内奇点 a 的格林函数 $g(z,a)=\log\left\lvert\frac{z-\bar a}{z-a}\right\rvert$	
$\mathrm{E}(z,p)$	外尔斯特拉斯基本因式	Weierstrass basis factor	$E(z,p)=(1-z)\exp\left\{z+\frac{z^2}{2}+\cdots+\frac{z^p}{p}\right\}$	
$T(r,f)$	奈望林纳特征函数	Nevanlinna's characteristic function	满足 $\varlimsup_{r\to\infty}\frac{T(r,f)}{(\log r)^2}=\infty$ 的 $T(r,f)$ 是 $f(z)$ 的奈望林纳特征函数	亦称奈望林纳记号，可记为 $T(r)$
$n(r,a)$	a 点个数	number of a-point	$n(r,a)$ 是方程 $f(x)=a$ 在 $\lvert z\rvert\leqslant r$ 内解的个数(包括计算重数)	
$\delta(a)$	亏量	defect	$w(z)$ 关于 a 的亏量 $\delta(a)=1-\varlimsup_{r\to\infty}\frac{n(r,a)}{T(r,w)}$	亦称亏值
$\mathring{\mathrm{T}}(r,w)$	球面特征函数	spherical characteristic function	$\mathring{T}(r,w)=\frac{1}{\nu}\int_0^r\frac{A(t,w)}{t}\mathrm{d}t$，式中 $w(z)$ 为代数体函数	
$M(r,f)$	整函数的最大模	maximum modulus of entire function	$f(z)$ 的最大模 $M(r,f)=\max_{\lvert z\rvert\leqslant r}\lvert f(z)\rvert$；$f(z)$ 的 p 次整函数的模 $M_p(r,f)=\left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\lvert f(r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta})\rvert d\theta\right)^{1/p}(0<p<+\infty)$；超越整函数 $f(z)$ 的最大模 $M_\infty(r,f)=\max_{\lvert z\rvert=r}\lvert f(z)\rvert_{p=+\infty}$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$B(z)$	布拉施克乘积	Blaschke product	$B(z)=\prod_{n=1}^{\infty}\frac{\lvert a_n\rvert}{a_n}\left(\frac{a_n-a}{1-\bar{a}_n z}\right)$，式中 $a_n(n=1,2,\cdots)$ 是复数序列，$0<a_n<1$	
H^p	哈代空间	Hardy space	所有哈代函数构成的空间，即 $H^p(D)=\{f\mid f(z)$ 在 D 内解析，$\sup_{0\leqslant r<1}\left(\int_0^{2t}\lvert f(re^{i\theta})\rvert^p\mathrm{d}\theta\right)^{1/p}<+\infty\}$，其中 $D=\{z\mid\lvert z\rvert<1\}$	H^p 是由哈代于 1915 年提出的
$S(z)$	奇异内函数	singular inner function	$S(z)=\exp\{-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{e^{it}+z}{e^{it}-z}\}\mathrm{d}\mu(t)\}$，式中 $\mu(t)$ 是非减的有界变差函数，其导数几乎处处等于零	
$F(z)$	外函数	outer function	$F(z)=\exp\left\{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{e^{it}+z}{e^{it}-z}\log\lvert f(e^{it})\rvert\mathrm{d}t\right\}$	
BMOA	有界平均振荡解析函数类	analysis function class of the bounded mean oscillating	$\mathrm{BMOA}(D)=\{f\mid f(z)$ 是单位圆周 T 上的可积函数，$u(e^{i\theta})$ 的积分 $\sup_{T\subset I}\frac{1}{\lvert I\rvert}\int_I f(u-u_I)\mathrm{d}\theta<+\infty\}$，式中 u 为单圆周 T 上的可积函数，I 是 T 的子弧，$\lvert I\rvert$ 是 I 的长度	
B_n	$\mathbf{C}^n$ 中单位球	unit ball in a $\mathbf{C}^n$	$B_n=\{z=(z_1,z_2,\cdots,z_n)\mid\lvert z_1\rvert^2+\lvert z_2\rvert^2+\cdots+\lvert z_n\rvert^2<1\}$	
$\mathrm{Aut}(D)$	域的全纯自同构群	holomorphic automorphism group of a domain	表示域 D 的全纯自同构的全体组成的群. 它是 D 上的拓扑变换群	
∂D	域的边界	boundary of a domain	域 D 和它的闭包 $\bar{D}$ 的差集，即 $\partial D=\bar{D}\backslash\dot{D}$	
$\mathrm{Hol}(D)$	全纯复线性空间	holomorphic complex linear space	表示 D 上所有全纯函数构成的复线性空间	
$\bar{\partial}$	$\bar{\partial}$ 算子	$\bar{\partial}$-operator	$\bar{\partial}:C^1(D)\to L^1_D, u\mapsto\left(\frac{\partial u}{\partial x_1},\frac{\partial u}{\partial x_2},\cdots,\frac{\partial u}{\partial x_n}\right)$ 称为 $\bar{\partial}$ 算子	
$H(z,\bar{z})$	正定埃尔米特方阵	positive definite Hermitian matrix	$H(z,\bar{z})=\begin{pmatrix}h_{11}(z,\bar{z})&\cdots&h_{1n}(z,\bar{z})\\ \vdots&&\vdots\\ h_{n1}(z,\bar{z})&\cdots&h_{nn}(z,\bar{z})\end{pmatrix}$，式中 $h_{jk}(z,\bar{z})$ 在拓扑积 $\varphi_a(U_x)\times\overline{\varphi_a(U_a)}$ 上全纯	互逆正定埃尔米特方阵记为 $\tilde{H}(z,z)$
$B^2_\mu(M)$	可测复线性空间	measurable complex linear space	$B^2_\mu(M)=\mathrm{Hol}(M)\cap L^2_\mu(M)$，其中 M 为 n 维复流形，$\mu$ 为 M 上任给的测度	
$N(\Omega)$	奈望林纳函数类	Nevanlinna function class	Ω 是 $\mathbf{C}^n$ 中的对称域，b 是特征边界，若 $\Omega\to\mathbf{C}f$ 在 Ω 中全纯，且满足 $\sup_{0<r<1}\int_b\log^+\lvert f(r,\zeta)\rvert\mathrm{d}\sigma(\zeta)<+\infty$，则 f 属于奈望林纳函数类	
$\beta(\Omega)$	布洛赫空间	Bloch space	Ω 上全体布洛赫函数的集合，称为布洛赫空间. Ω 是 $\mathbf{C}^n$ 中齐线性有界域	
$\rho(\ ,\ )$	点集的距离	distance between two point sets	$\rho(A,B)=\inf_{\substack{x\in A\\ y\in B}}\{\rho(x,y)\}$	
F_σ	F_σ 型集	set of type F_σ	表示可数个闭集的并集	F_σ 是波莱尔集
G_δ	G_δ 型集	set of type G_δ	表示可数个开集的交集	G_δ 是波莱尔集
$mE;\lvert E\rvert$	勒贝格测度	Lebesgue measure	若 $E\subset\mathbf{R}^n$ 为勒贝格可测集，则 E 的勒贝格外测度称为勒贝格测度	
$m^*(E);\lvert E\rvert_e$	勒贝格外测度	Lebesgue outer measure	$m^*(E)=\inf\{\sum_{i\in\mathbf{N}}\lvert I_i\rvert\mid\{I_i\}$ 为覆盖 E 的可数个开集$\}$	
$m_*(E);\lvert E\rvert_i$	勒贝格内测度	Lebesgue inner measure	$m_*(E)=\sup\{m(F)\mid F$ 为闭集，且 $F\subset E\}$	
$\aleph_0$	可列集的势	cardinal number of countable set	每一个无穷集的势都是某个阿列夫，自然数集的势是 $\aleph_0$	
$\aleph$ 或 C	连续集的势	cardinal number of continuous set	与区间$[0,1]$对等的集的势记为 N 或 C. 连续集的势 $C=2^{\aleph_0}$	亦称基数
CH	连续统假设	continuum hypothesis	康托尔猜测：实数集的一切无穷子集或者与自然数集等势或者与连续统等势	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
GCH	广义连续统假设	generalized continuum hypothesis	假设：1. 对任一序数 α，$2^{\aleph_\alpha}=\aleph_{\alpha+1}$； 2. 对任二无穷势 κ,λ，若 $\kappa\leqslant\lambda\leqslant 2^{\aleph}$，则 $\lambda=\kappa$ 或者 $\lambda=2^{\aleph}$	
$H_\alpha(E)$	豪斯多夫测度	Hausdorff measure	$H_\alpha(E)=\lim\limits_{E\to 0}H_{\alpha,\varepsilon}(E)=\sup\limits_{\varepsilon>0}H_{\alpha,\varepsilon}(E)$，其中，$H_{\alpha,\varepsilon}(E)=\inf\sum\limits_k\delta(E_k)^\alpha$，且 $\delta(E_k)$ 为 R^n 的子集 E_k 的直径	
$\psi(x)$	狄利克雷函数	Dirichlet function	$\psi(x)=\begin{cases}1, & x\text{ 为有理点},\\ 0, & x\text{ 为无理点}\end{cases}$	亦可用 $D(x)$ 表示
$\chi(n)$或 $\chi_q(n)$或 $\chi(n)\mathrm{mod}q$	狄利克雷特征	Dirichlet character	整数集上的函数 $\chi(n)=$ $\begin{cases}\exp\left[2\pi\left(\frac{mr}{c}+\frac{m_0r_0}{c_0}+\frac{m_1r_1}{c_1}+\cdots+\frac{m_sr_i}{c_s}\right)\right] & ((n,q)=1)\\ 0 & ((n,p)>1)\end{cases}$	亦称 q 的特征
$\{A,B\}$	泊松符号	Poisson symbol	$\{A,B\}=\sum\limits_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial A}{\partial\xi_j}\frac{\partial B}{\partial x_j}-\frac{\partial B}{\partial\xi_J}\frac{\partial A}{\partial x_j}\right)$	亦称泊松括号
$\lvert I\rvert$	I 区间的体积	volume of I-interval	E 为 R^n 中的有界点集，I 为包含 E 的任何有界区间，则以 $\lvert I\rvert$ 表示区间 I 的体积	
a. e. p. p.	几乎处处	almost everywhere	若命题 $P(x)$ 与集合 $E\subset\mathrm{R}^n$ 有关，且零集 $E_0\subset E$，对于任意 $x\in E\backslash E_0$，$P(x)$ 均成立，则称 $P(x)$ 在 E 上几乎处处成立，记为 $P(x)$a. e. 或 $P(x)$p. p.	a. c. 是英文 almost everywhere 的首字母；$p.\ p.$ 是法文 presque partout 的首字母
$M(x)$	上极限函数	upper limit function	$M(x)=\lim\limits_{\delta\to 0}M(x,\delta)$，其中 $M(x,\delta)$ 为函数 $f(x)$ 在点 x 的 δ 邻域上取值的上确界	
$m(x)$	下极限函数	lower limit function	$m(x)=\lim\limits_{\delta\to 0}m(x,\delta)$，其中 $m(x,\delta)$ 为函数 $f(x)$ 在点 x 的 δ 邻域上取值的下确界	
$\chi_A(x)$	集合的特征函数	characteristic function of a set	$\chi_A(x)=\begin{cases}1 & (x\in A),\\ 0 & (x\notin A)\end{cases}$	
ap $\overline{\lim}$	近似上极限	approximate upper limit	$\mathrm{ap}\ \overline{\lim\limits_{x\to x_0}}f(x)=\inf\limits_E\ \overline{\lim\limits_{x\to x_0}}{}_E f(x)$	
ap $\underline{\lim}$	近似下极限	approximate lower limit	$\mathrm{ap}\ \underline{\lim\limits_{x\to x_0}}f(x)=(\sup\limits_E\ \underline{\lim\limits_{x\to x_0}}{}_E f(x))$	
ap lim	近似极限	approximate limit	$\mathrm{ap}\ \lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 表示 $\mathrm{ap}\ \overline{\lim\limits_{x\to x_0}}f(x)=\mathrm{ap}\ \underline{\lim\limits_{x\to x_0}}f(x)$	
$(L)\int_E f(x)\mathrm{d}x$	勒贝格积分	Lebesgue integral	若 $f(x)$ 是可测集 $E\subset\mathrm{R}^n$ 上的 (L) 可测函数，则称 $(L)\int_E f(x)\mathrm{d}x$ 为勒贝格积分	简称 L 积分
$D^-f(x_0)$	左上导数	left upper derivative	$D^-f(x_0)=\overline{\lim\limits_{\xi\to x_0^-}}\frac{f(\xi)-f(x_0)}{\xi-x_0}$	
$D_-f(x_0)$	左下导数	left lower derivative	$D_-f(x_0)=\underline{\lim\limits_{\xi\to x_0^-}}\frac{f(\xi)-f(x_0)}{\xi-x_0}$	
$D^+f(x_0)$	右上导数	right upper derivative	$D^+f(x_0)=\overline{\lim\limits_{\xi\to x_0^+}}\frac{f(\xi)-f(x_0)}{\xi-x_0}$	
$D_+f(x_0)$	右下导数	right lower derivative	$D_+f(x_0)=\underline{\lim\limits_{\xi\to x_0^+}}\frac{f(\xi)-f(x_0)}{\xi-x_0}$	
$\ll$	绝对连续	absolute continuity	$\gamma\ll\mu$ 表示广义测度 γ 关于 μ 是绝对连续的. 即当 $\lvert\mu\rvert(A)=0$ 时有 $\gamma(A)=0$，其中 $\lvert\mu\rvert$ 是 μ 的全变差	
$\perp$	相互奇异	mutually singular	$\gamma\perp\mu$ 表示 γ 与 μ 是相互奇异的，即存在两个不相交的可测集 A 与 B 使得 $\Omega=A\cup B$，且对任意可测集 E，有 $\lvert\mu\rvert(A\cup E)=\lvert\gamma\rvert(B\cap E)=0$，其中 $\lvert\gamma\rvert$，$\lvert\mu\rvert$ 分别是 γ 和 μ 的全变差	
$(\Gamma)\int_0 x(t)\mathrm{d}\mu$	盖尔范德积分	Gelfand integral	设 $x(t)$ 为 Ω 到巴拿赫空间 X 的向量函数，若对 $\forall f\in X^*$，当 $f(x(t))$ 在 Ω 上可积时必存在 $x^{**}\in X$ 使 $x^{**}=\int_\Omega f(x(t))\mathrm{d}\mu$，则称 x^{**} 为盖尔范德积分	亦称盖尔范德意义下的弱 * 积分

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$(P)\int_A x(t)\mathrm{d}\mu$	佩蒂斯积分	Pettis integral	若$\int_A f(x(t))\mathrm{d}\mu = f(x_A)$，则$(P)\int_A x(t)\mathrm{d}\mu = x_A$	亦称弱积分
$(B)\int_\Omega x(t)\mathrm{d}\mu$	博赫纳积分	Borchner integral	1. 若$x(t)$是Ω上可测函数，则 $(B)\int_\Omega x(t)\mathrm{d}\mu = \sum_{k=1}^{\infty} x_k\mu(A_K)$； 2. 对于一般的强可测函数$x(t)$，则 $(B)\int_\Omega x(t)\mathrm{d}\mu = \lim_{n\to\infty}(B)\int_\Omega x_n(t)\mathrm{d}\mu$.	
$(BK)\int_\Omega x(t)\mathrm{d}\mu$	伯克霍夫积分	Birkhoff integral	$(BK)\int_\Omega x(t)\mathrm{d}\mu = \bigcap_\Delta J(x,\Delta)$，其中$J(x,\Delta)$是$\{\sum_{i=1}^{\infty}\mu(A_i)x(t_i)\mid t_i\in A_i\}$的凸闭包	
$\mathscr{U}_g^*(E)$	$(L\text{-}S)$外测度	$(L-S)$outer measure	$\mathscr{U}_g^*(E) = \inf\{\sum_{K\geqslant 1}\mathscr{U}_g(I_k)\mid\{I_k\}$为可数个覆盖$E$的左开右闭区间$\}$	
$\mathscr{U}_g(E)$	$(L\text{-}S)$测度	$(L-S)$measure	当任意点集T能分解成E内部分$T\cap E^i$和E外部分$T\cap E^c$时，相应的$(L\text{-}S)$外测度具有可加性，则E称为$g(x)$的$(L\text{-}S)$可测集，此时外测度$\mathscr{U}_g^*(E)$就称为E的由分布函数$g(x)$引出的$(L\text{-}S)$测度	
$(L\text{-}S)\int_E$	$(L\text{-}S)$积分	$(L\text{-}S)$integral	$\int_E f(x)\mathrm{d}g(x) = \int_E f^+(x)\mathrm{d}g(x) - \int_E f^-(x)\mathrm{d}g(x)$，其中$f^+(x)$，$f^-(x)$分别为$f(x)$正部和负部，且至少有一个有极限	$(L\text{-}S)$积分是勒贝格-斯蒂尔切斯积分的简称
$D(*)\int_a^b$	狭义当茹瓦积分	Denjoy integral in the restricted sense	$(D(*))\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$，其中$F(x)$是狭义一般绝对连续函数，且在$[a,b]$上$F'(x) = f(x)$ $a.e.$	狭义当茹瓦积分是勒贝格积分和黎曼积分的一种推广
$D_{\mathrm{ap}}f(x_0)$	近似导数	approximate derivative	$D_{\mathrm{ap}}f(x_0) = \mathrm{ap}\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$	
$\underline{D}_{\mathrm{ap}}f(x_0)$	近似下导数	approximate lower derivative	$\underline{D}_{\mathrm{ap}}f(x_0) = \mathrm{ap}\underline{\lim}_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$	
$\overline{D}_{\mathrm{ap}}f(x_0)$	近似上导数	approximate upper derivative	$\overline{D}_{\mathrm{ap}}f(x_0) = \mathrm{ap}\overline{\lim}_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$	
Π_K	庞特里亚金空间	Pontrjagin space	设$H = H_-\oplus H_+$是正则分解，$\dim H_\pm = k < +\infty$，称$(H,[\cdot,\cdot])$为具有正(负)指标的庞特里亚金空间	
π	克莱因空间	Klein space	设$H = H_-\oplus H_+$是正则分解，$\dim H_\pm = +\infty$，称$(H,[\cdot,\cdot])$为克莱因空间	
$\rho(T)$	正则集	Regular set	设T是空间X的线性算子，如果$\lambda I - T$是正则算子，那么称λ为T的正则点. 复平面上正则点全体称为正则集	亦称豫解集
$\sigma(T)$或$\mathrm{sp}(T)$	谱集	spectrum	$\rho(T)$的余集$C\backslash\rho(T)$. $\sigma_P(T)$，$\sigma_a(T)$，$\sigma_r(T)$，$\sigma_c(T)$分别表示点谱、近似点谱、剩余谱、连续谱	
$\deg(T,\Omega,P)$	拓扑度	topological degree	映射T在区域Ω上关于P点的拓扑度是一个整数，它是方程$T(x) = P$在Ω中解的“代数个数”的某种稳定的度量	
$F((x))$	形式幂级数域	domain of formal power series	由F上关于X的形式幂级数$\alpha(x) = q_r x^r + q_{r+1}x^{r+1} + \cdots$ $(q_r\neq 0, r\notin Z)$按照通常加、乘运算组成一个域	
$\delta(x)$	狄拉克δ函数	Dirac δ-function	$\delta(x) = \begin{cases} +\infty & (x=0), \\ 0 & (x\neq 0). \end{cases}$	
$e\sqsubset(A)$	平衡包	equilibrium hull	包含A的最小平衡集称为A的平衡包	
$(P)\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	佩龙积分	Perron integral	$(P)\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \inf\{U(b)\} = \sup\{V(b)\}$，其中$U(x)$和$V(x)$分别是$f(x)$在$[a,b]$上的上函数和下函数	$f(x)$在$[a,b]$上的佩龙积分值和勒贝格积分值相等
$(W)\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	瓦尔德积分	Wald integral	$(W)\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \sup_G(G(b)) - (G(a)) = \inf(H(b) - H(a))$，其中$H(x)$，$G(x)$各为$f(x)$的瓦尔德上、下函数	瓦尔德积分与佩龙积分等价

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$(H)\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	亨斯托克积分	Henstock integral	一种定积分，亨斯托克积分包括(R)积分，也包括(L)积分	
$(M)\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	马克仙积分	Mcshane integral	一种定积分，马克仙积分与勒贝格积分等价	
$f_n \xrightarrow{L^p} f$	L^p 的强收敛	strong convergence in L^p	若 $f_n(x), f(x) \in L^p(E)$，$(1 \leqslant p < +\infty, n = 1,2,\cdots,)$，且存在 $\lVert f_n - f \rVert_p \to 0 (n \to \infty)$，则称 $\{f_n(x)\}$ 强收敛于 $f(x)$	亦称按 L^p 范数收敛于 $f(x)$
$f_n \xrightarrow{W} f$	L^p 的弱收敛	weak convergence in L^p	若 $f_n(x), f(x) \in L^p(E)$，$g(x) \in L^q(E)$，$(1 < p, q < +\infty, n = 1,2,\cdots,)$ 且 $1/p + 1/q = 1$ 时，$\lim\limits_{n\to\infty}\int_E f_n(x)g(x)\mathrm{d}x = \int_E f(x)\mathrm{d}x$ 成立，则称 $\{f_n(x)\}$ 弱收敛于 $f(x)$	
l^p	l^p 空间	l^p space	所有满足 $\lVert x \rVert_p = (\sum\limits_{k=1}^{\infty} \lvert x_k \rvert^p)^{1/p} < +\infty$ 的数列 x 组成之集	
l^∞	l^∞ 空间	l^∞ space	满足 $\lvert x_n \rvert \leqslant M < +\infty (n = 1,2,\cdots,)$ 的所有数列之集. x 的范数由 $\lVert x \rVert_\infty = \sup\limits_n \{\lvert x_n \rvert\}$ 定义	
$\Lambda(\psi)$	洛伦茨空间	Lorentz space	$\Lambda(\psi) = \{f \in S[0,1] \mid \lVert f \rVert < +\infty\}$ 称为洛伦茨空间	
L_Φ	奥尔里奇空间	Orlicz space	所有使得 $\lVert f \rVert = \inf\left\{\lambda > 0 \mid \int_{R^n} \Phi(\lambda^{-1}\lvert f(t) \rvert)\mathrm{d}t \leqslant 1\right\} < +\infty$ 成立的 R 上的可测函数 f 之集	
ent	拓扑熵	toplogical entropy	这是用于拓扑动力学中的一个概念	
$J_n^{(\alpha,\beta)}(x)$	雅可比多项式	Jacobi polynomials	$[-1,1]$ 上关于权 $\omega(x) = (1-x)^\alpha(1+x)^\beta$ 的正交多项式 $J_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{1}{n!2^n\omega(x)\mathrm{d}x^n}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}[(x^2-1)^n\omega(x)]$ $(n = 1,2,\cdots)$	
$r_n(x)$	拉德马赫尔函数	Rademacher functions	$r_n(x) = \mathrm{sig}\, n\sin 2^{n+1}x \quad (0 \leqslant x \leqslant 1, n = 1,2,\cdots)$	
$W_n(x)$	沃尔什函数	Walsh functions	$W_n = r_{k_1}(x)r_{k_2}(x)\cdots r_{k_p}(x) \quad (0 \leqslant x \leqslant 1)$	
$B_n(f,x)$	伯恩施坦多项式	Bernstein polynomial	$B_n(f,x) = \sum\limits_{k=0}^{n}\binom{n}{k}x^k(1-x)^{n-k}f\left(\frac{k}{n}\right)$	亦称伯恩施坦算子
$H_\varepsilon(A)$	度量熵	metric entropy	设 A 是巴拿赫空间 X 的紧子集，A 的 ε 覆盖 $\{U_k\}_{k=1}^n$，令 $N_\varepsilon(A) = \min n$，则 $H_\varepsilon(A) = \log N_\varepsilon(A)$	
$H_\varepsilon^X(A)$	A 关于 X 的熵	entropy of A with respect to X	设 A 是巴拿赫空间 X 的紧子集，A 的 ε 网 $\{x_k\}_{k=1}^\ell$，令 $P_\varepsilon(A) = \min P$，则 $H_\varepsilon^X(A) = \log P_\varepsilon(A)$	
$C_\varepsilon(A)$	容量	capacity	设 A 是巴拿赫空间 X 的紧子集，A 的 $\varepsilon\gamma$ 分离 $\{y_k\}_{k=1}^m$，令 $M_\varepsilon(A) = \max m$，则 $H_\varepsilon(A) = \log M_\varepsilon(A)$	
L_n	勒贝格常数	Lebesgue constant	$L_n = \frac{4}{\pi^2}\log(n+1) + o(1)$	
$\deg(\pi)$	分歧阶	ramification order	使 π 在 A_k 恒为 1 的最小整数 k	
PX	X 的子集簇	subsets of X	集合 X 的一切子集组成的集合	亦称幂集合
Δ	对称差	symmetric difference	$A\Delta B$ 的对称差指属于 A 但不属于 B，或属于 B 但不属于 A 的一切元素组成的集合	
$P \cdot P \cdot P$	近乎处处	approximately everywhere	设 $P = P(x)$ 是一个与 x 无关的性质，如果使 P 不成立的点全体所成之集 A 为零内容集，则称 P 是近乎处处成立的	
$q \cdot P \cdot$	拟乎处处	quasi-everywhere	设 $P = P(x)$ 是一个与 x 无关的性质，如果 A 为零外容集，则称 P 是拟乎处处成立的	
$\mathrm{cap}(G)$	χ 容量	χ-capacity	对于相对紧的开集 G，记 $\mathrm{cap}(G) = \int \mathrm{d}\sigma_G$，其中 σ_G 是由 $R_{\max}^G = \chi^* \sigma_G$ 所确定的惟一测度	
U_K^μ	位势	potential	测度 μ 的 K 位势为 $U_K^\mu = \int_\Theta K(x,y)d\mu(y) \quad (x \in \Omega)$	
U_α^μ	里斯位势	Riesz potential	对于位势 U_K^μ，当 $\Omega = R^n (n \geqslant 3)$，$0 < \alpha < n$，$\kappa(x,y) = \lvert x - y \rvert^{\alpha-n}$ 时，称为里斯位势	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
U_2^g	牛顿位势	Newtonian potential	对于里斯位势 $\alpha=2$ 时，称为牛顿位势	
(f,g)	内积	inter product	$(f,g)=\int_\Omega f(x)g(x)\mathrm{d}u(x)$	
σ	舒伯特符号	Schubert symbol	$\sigma=(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_n)$ 表示 n 个整数组成的一个序列，其中 $1\leqslant\sigma_1<\sigma_2<\cdots<\sigma_n\leqslant m$	
Lin E	线性包	linear hull	$\mathrm{Lin}E=\{x\mid x=\sum_{y\in E}\lambda_y y,\lambda_y\in R$，有限个不为零$\}$	Lin$E$ 亦表示凸集 E 的支撑子空间
affE	仿射包	affine hull	$\mathrm{aff}E=\{x\mid x=\sum_{y\in E}\lambda_y y,\lambda_y\in R$，有限个不为零，$\sum_{y\in E}\lambda_y=1\}$	
coneE	锥包	cone hull	$\mathrm{cone}E=\{x\mid x=\lambda y,y\in E,\lambda>0\}=\bigcup_{\lambda>0}\lambda E$	
coE	凸包(凸集)	covex hull	$\mathrm{co}E=\{x\mid x=\sum_{y\in E}\lambda_y y,\lambda_y\in[0,1]$，有限个不为零，$\sum_{y\in E}\lambda_y=1\}$	
clcoE	闭凸包	closed convex hull	以 C 为内集的全体闭包凸集的交	
epif	上图	epigraph	$\mathrm{epi}f=\{(x,a)\in X\times R\mid f(x)\leqslant\alpha\}$	
K	核	kernel	$C\subset R^n,\forall\ y\in C,0\leqslant\lambda\leqslant1$，满足 $(1-\lambda)x+\lambda y\in C$ 的全体 $x\in C$ 的集合称为 C 的核	
exp C	暴露点集	exposing point set	C 的全体暴露点的集合	
ext C	极点集	extreme point set	C 的全体极点的集合	
$f'(x:y)$	单边方向导数	one-side directional derivative	$f'(x:y)=\lim_{\lambda\downarrow0}\frac{f(x+\lambda y)-f(x)}{\lambda}$	
$\partial f(x)$	次微分	subdifferential	$f(x)$ 在 X 的次梯度的全体	
$I_V(M)$	奇点的指标	index of critical points	V 的孤立奇点 M 沿曲线 C_r 的旋转数	
u. a. p.	一致概周期函数	uniformly almost periodic functions	设 $f(t,x)\in C(\mathrm{R}\times D,E^n)$，$S$ 是 D 的紧集，若对任给序列 $\{a'_n\}$，存在子序列 $\{a_n\}\subset\{a'_n\}$，使 $T_a f(t,x)=\lim_{n\to\infty}f(t+a_n,x)$ 在 $R\times S$ 上一致地成立，则称 $f(t,x)$ 是一致概周期函数，$x\in D$	
a. a. p.	渐进概周期函数	asymptotically almost periodic functions	如果 $\varphi(t)$ 有分解式 $\varphi(t)=p(t)+q(t)$，其中 $p(t)$ 是 R 上的概周期函数，$q(t)$ 是定义在 R^+（或 R^-）上的连续函数，当 $t\to+\infty$ 或 $(t\to-\infty)$ 时有 $q(t)\to0$，则称 $\varphi(t)$ 是 R^+（或 R^-）上的渐进概周期函数	
RFDE(f)	滞后型泛函微分方程	retarded function differential equation	$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}=f(t,x(t),x(t-h_1),\cdots,x(t-h_m))$. $(h_1,h_2,\cdots,h_m$ 是正定数，$h_1<h_2<\cdots<h_m)$	RFDE 是英文名中四个单词的第一个字母
H. S.	哈密顿系统	Hamilton's system	指形如 $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}=-\frac{\partial H}{\partial q},\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial H}{\partial p},H=H(p,q,t)$ 的一阶偏微分方程	亦称典型系统或正则系统
$\int^x a(s)\mathrm{d}s$	反导数	antiderivative	表示 $a(x)$ 的反导数	

概率统计(Probability & Statistics)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
P, P_r	概率	probability	$P(E)$表示事件 E 的概率，$P_r(\xi)$表示事件 ξ 的概率	$P_{n;m}$ 表示在 n 次独立实验中出现 m 次事件的概率
$P(\mid)$	条件概率	conditional probability	$P(A\mid B)$表示发生了事件 B 的条件下，事件 A 的概率	
E, M	期望（或均值）	expectation (or mean)	$E\xi$, $M\xi$ 表示随机变量 ξ 的期望(或均值)	亦可记为 $E(\xi)$, $M(\xi)$
D, σ^2	方差	variance	$D\xi$, $\sigma^2\xi$ 表示随机变量 ξ 的方差	亦可记为 $D(\xi)$, $\sigma^2(\xi)$, $\mathrm{Var}\xi$

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
cov	协方差	covariance	$\mathrm{cov}(\xi,\eta)$表示随机变量ξ和η的协方差	或记为$\sigma_{\xi,\eta}$
$E(\mid)$、$M(\mid)$	条件期望(或条件均值)	conditional expectation or conditional mean	$E(\xi\mid y)$，$M(\xi\mid y)$表示随机变量ξ关于条件y的条件期望(或均值)	
ρ，r	相关系数	correlation coefficient	$\rho(\xi,\eta)$，$\rho_{\xi,\eta}$，$r(\xi,\eta)$表示随机变量ξ和η的相关系数	在不致误会时，亦可记为ρ或r
Ω	基本事件空间	elementary event space	Ω是由n个基本事件$\omega_i(i\in\mathbf{N})$构成的基本事件空间，即$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$	
$F_n(\ \ )$	频率	frequency	频率$F_n(A)$等于频数$f_n(A)$与试验总次数n之比，即 $F_n(A)=\dfrac{f_n(A)}{n}$	
$F(\mid)$	条件分布函数	conditional distribution function	ξ和η为随机变量，则称$F(y\mid x)$为在$\xi=x$条件下η的条件分布函数	
ν_k	k阶原点矩	origin moment of the k-th order	ξ的k阶原点矩$\nu_k=E(\xi^k)$	
μ_k	k阶中心矩	central moment of the k-th order	ξ的k阶中心矩$\mu_k=E(\xi-E\xi)^k$	
α_k	k阶原点绝对矩	origin absolute moment of the$k$-th order	ξ的k阶原点绝对矩$\alpha_k=E\lvert\xi\rvert^k$	
β_k	k阶中心绝对矩	central absolute moment of the k-th order	ξ的k阶中心绝对矩$\beta_k=E\lvert\xi-E\xi\rvert^k$	
$E(\ \ )$	混合矩	mixed moment	若$E\lvert\xi^k\eta^l\rvert<\infty$，$k,l\in\mathbf{N}$，则称$E(\xi^k\eta^l)$为$\xi$和$\eta$的$k+l$阶混合矩	
$E[\ \ ]$	中心混合矩	central mixed moment	若$E(\lvert\xi-E\xi\rvert^k\lvert\eta-E\eta\rvert^l)<\infty$，且$k,l\in\mathbf{N}$，则称$E[(\xi-E\xi)^k(\eta-E\eta)^l]$为$\xi$和$\eta$的$k+l$阶中心混合矩	
$B(n,p)$	二项分布	binomial distribution	分布列为$b(k;n,p)=\binom{n}{k}p^kq^{n-k}$ $(0<p<1,q=1-p,k=0,1,2,\cdots,n)$	
$NB(m,p)$	负二项分布	negative binomial distribution	密度函数为$p_x=\Gamma(m+x)[\Gamma(m)x!]^{-1}p^mq^x$($m$为整数，$0<p<1$，$q=1-p$，$x=0,1,2,\cdots$)	
$G(p)$ 或$g(k;p)$	几何分布	geometric distribution	密度函数为 $p_x=pq^x(0<p<1,q=1-p,x=0,1,2,\cdots)$	
$H(N,n,p)$	超几何分布	hypergeometric distribution	密度函数为$p_x=\binom{Np}{x}\binom{Nq}{n-x}\Big/\binom{N}{n}$ (x为整数，N,Np，n为正整数，$N\geqslant n$，$0\leqslant x\leqslant Np$，$0\leqslant n-x\leqslant Nq$，$0<p<1$，$q=1-p$)	
$M(n;p_1,\cdots,p_{k+1})$	多维超几何分布	multiple hypergeometric distribution	密度函数为$p_{x_i}=\binom{Np_1}{x_1}\cdots\binom{Np_{k+1}}{x_{k+1}}\Big/\binom{N}{n}$ ($i=1,2,\cdots,k+1$)，$x_1,x_2,\cdots,x_{k+1}$是整数，$N,Np_1,\cdots,Np_{k+1},n$是正整数，$x_{k+1}=n-(x_1+\cdots+x_k)$，$p_1+p_2+\cdots+p_{k+1}>0$)	
$P(\lambda)$ 或$P(k;\lambda)$	泊松分布	Poisson distribution	分布列为$p(k;\lambda)=\dfrac{\lambda^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda}(\lambda>0,k=0,1,2,\cdots)$	
$U(a,b)$ 或$U[a,b]$	均匀分布	uniform distribution	密度函数为$p(x)=\begin{cases}1/(b-a) & (a\leqslant x\leqslant b),\\ 0 & (\text{其他}),\end{cases}$ 其中$a<b$为常数	
$N(\mu,\sigma^2)$	正态分布	normal distribution	密度函数为$p(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\dfrac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$， $(-\infty<x<+\infty,\sigma>0,\mu$为常数)	亦称高斯分布
$C(\lambda,\mu)$	柯西分布	Cauchy distribution	密度函数为$p(x)=\dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{\lambda}{\lambda^2+(x-\mu)^2}$，其中$x$为实数，$\lambda>0$，$\mu$为常数	
$\Gamma(\lambda,r)$	伽马分布	gamma distribution	密度函数为$p(x)=\begin{cases}\dfrac{\lambda^r}{\Gamma(r)}x^{r-1}\mathrm{e}^{-\lambda x} & (x>0),\\ 0 & (x\leqslant 0),\end{cases}$ 其中$r>0,\lambda>0$为常数	亦可记为$G(\lambda,r)$

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$e(\lambda)$	指数分布	exponential distribution	密度函数为 $p(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & (x\geqslant 0),\\ 0 & (x<0),\end{cases}$ 其中 λ 为常数	亦可记为 $e(\mu,\sigma)$
$W(\lambda,\alpha)$	韦布尔分布	Weibull's distribution	密度函数为 $p(x)=\begin{cases}\alpha\lambda x^{\alpha-1}\exp(-\lambda x^{\alpha}) & (x>0),\\ 0 & (x\leqslant 0),\end{cases}$ 其中 $\lambda>0$, $\alpha>0$ 为常数	
$\chi^2(n)$	χ^2 分布	Chi-square distribution	密度函数为 $p(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{(n-2)/2}e^{-x/2}}{2^{n/2}\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)} & (x>0),\\ 0 & (x\leqslant 0),\end{cases}$ 其中 n 为正整数	
$\mathrm{Ln}(\mu,\sigma^2)$	对数正态分布	logarithmic normal distribution	密度函数为 $P(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}}e^{-(\ln x-a)^2/2\sigma^2} & (x>0),\\ 0 & (x\leqslant 0),\end{cases}$ 其中 $a,\sigma>0$ 为常数	
$t(n)$	学生分布	Student's distribution	密度函数为 $p(x)=\dfrac{1}{\sqrt{n\pi}}\dfrac{\Gamma\left(\dfrac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)}\left(1+\dfrac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$, 其中 n 为正整数	亦称 t 分布
$F(n_1,n_2)$	F 分布	F-distribution	密度函数为 $p(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{\frac{n_1}{2}-1}}{B\left(\dfrac{n_1}{2},\dfrac{n_2}{2}\right)}n_1^{\frac{n_1}{2}}n_2^{\frac{n_2}{2}}(n_2+n_1x)^{-\frac{n_1+n_2}{2}} & (x>0),\\ 0 & (x\leqslant 0),\end{cases}$ 其中 n_1,n_2 为正整数	
$E(\alpha,\beta)$	极值分布	extremal distribution	密度函数为 $p(x)=\dfrac{1}{\beta}\exp\left\{\exp\left(-\dfrac{x-\alpha}{\beta}\right)-\dfrac{x-\alpha}{\beta}\right\}$, 其中 x,α 均为实数, β 为常数	
$\chi^2(n,\lambda)$	非中心 χ^2 分布	non-central chi-square distribution	密度函数为 $p(x)=\begin{cases}\dfrac{\exp\left\{-\left(\dfrac{x+\lambda}{2}\right)\right\}}{2^{n/2}}\displaystyle\sum_{j=0}^{\infty}\dfrac{x^{\frac{n}{2}+j-1}\lambda^j}{\Gamma\left(\dfrac{n}{2}+j\right)2^{2j}j!} & (x>0),\\ 0 & (x\leqslant 0),\end{cases}$ 其中 n 为自由度; $\lambda>0$ 为非中心参数	
$t(n,\delta)$	非中心 t 分布	non-central t-distribution	密度函数为 $p(x)=\dfrac{n^{n/2}\exp(-\delta^2/2)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)(n+x^2)^{(n+1)/2}}\displaystyle\sum_{m=0}^{\infty}\Gamma\left(\dfrac{n+m-1}{2}\right)\left(\dfrac{\delta^m}{m!}\right)\left(\dfrac{2x^2}{2+x^2}\right)^{\frac{n}{2}}$, 其中 n 为自由度, δ 为实数, 且是非中心参数	
$F(m,n;\lambda)$	非中心 F 分布	non-central F-distribution	密度函数为 $p(x)=\begin{cases}\dfrac{m^{\frac{m}{2}}n^{\frac{n}{2}}}{\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)}e^{-\frac{\lambda}{2}}x^{\frac{m}{2}-1}\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\dfrac{\left(\dfrac{\lambda mx}{2}\right)^k\Gamma\left(\dfrac{m+n}{2}+k\right)}{\Gamma\left(\dfrac{m}{2}+k\right)k!(mx+n)^{\frac{m+n}{2}+k}} & (x>0),\\ 0 & (x\leqslant 0),\end{cases}$ 其中 m,n 为二自由度, λ 为非中心参数	
$X_1^{(n)}$	最小顺序统计量	smallest order statistics	$X_1^{(n)}=\min\limits_{1\leqslant i\leqslant n}X_i$ 表示样本观察值中最小者	
$X_n^{(n)}$	最大顺序统计量	largest order statistics	$X_n^{(n)}=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}X_i$ 表示样本观察值中最大者	
$\bar{x}$	样本均值	sample mean	$\bar{x}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i=\int_{-\infty}^{\infty}x\mathrm{d}F_n(x)$	
s^2	样本方差	sample variance	$s^2=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\bar{x})^2\mathrm{d}F_n(x)$	
a_k	样本 k 阶原点矩	sample origin moment of the k-th order	$a_k=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^k=\int_{-\infty}^{\infty}x^k\mathrm{d}F_n(x)\quad(k=2,3,\cdots)$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
b_k	样本 k 阶中心矩	sample central moment of the k-th order	$b_k=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^k=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\bar{x})^k\mathrm{d}F_n(x)$ $(k=2,3,\cdots)$	
μ	总体均值	population mean	$\mu=E(X)$	
σ^2	总体方差	population variance	$\sigma^2=D(X)=E(X-\mu)^2$	
α_k	总体 k 阶原点矩	population origin moment of the k-th order	$\alpha_k=E(X^k)=\int_{-\infty}^{\infty}x^k\mathrm{d}F(x)$	
μ_k	总体 k 阶中心矩	population central moment of the k-th order	$\mu_k=E(X-\mu)^k=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^k\mathrm{d}F(x)$	
Md	样本中位数	sample median	$\mathrm{Md}X=\begin{cases}X_{k+1}, & 若\ n=2k+1,\\ (X_k+X_{k+1})/2, & 若\ n=2k\end{cases}$	亦可用 $\tilde{X}$ 表示
Sk	样本偏度	sample skewness	样本三阶中心矩除以样本二阶中心矩的3/2次幂的商，即 $\mathrm{Sk}=\frac{b_3}{(b_2)^{3/2}}$	亦称样本偏态或偏态系数
Kur	样本峰度	sample kurtosis	样本四阶中心矩除以样本二阶中心矩的平方再减去3，即 $\mathrm{Kur}=\frac{b_4}{(b_2)^2}-3$	亦称样本峭度
$\mathrm{d}f$，f	自由度	degree of freedom	$\mathrm{d}f_A$，f_A 表示因素 A 的自由度	
$E_x(s)$	特征函数	characteristic	函数 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}sX}$ 的数学期望，即 $E_x(s)=M[\mathrm{e}^{\mathrm{i}sX}]$	
$H[x]$	熵	entorpy	离散型随机变量 x 的熵 $H[x]=-\sum_{i=1}^{n}P_i\log_a P_i$；连续型随机变量 x 的熵 $H[x]=-\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)\log_a f(x)\mathrm{d}x$	
$f(k;r,p)$	帕斯卡分布式	Pascal distribution	分布函数为 $f(k;r,p)=\mathrm{C}_{k-1}^{r-1}p^rq^{r-1}\quad(k=r,r+1,\cdots)$	
$P_{i.}$ 或 $P_{.j}$	边缘概率	boundary probability	离散型随机变量的边缘概率分布式为 $P_{i.}=\sum_j P_{ij},\quad P_{.j}=\sum_i P_{ij}$	
$N(\mu,\Sigma)$ 或 $N_n(\mu,\Sigma)$	多维正态分布	normal distribution	N 维正态分布的密度函数为 $\varphi(x)=\frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sqrt{\lvert\Sigma\rvert}}\exp\{-\frac{1}{2}(x-\mu)\Sigma^{-1}(x-\mu)\}(x\in\mathrm{R}^n)$	
S_n^*	S_n 的标准化	standardization of S	$S_n^*=\sum_{k=1}^{n}(X_k-a_k)/S_n$	
ω	样本点	sample point	随机试验的每一个可能的结果	亦称基本事件
ϕ	不可能事件	non-probability event	随机试验不可能发生的结果	
E^n	伯努利试验	Bernoulli trials	随机试验 E 只有两个可能的结果，并且其概率为 p，q，其中 $q=1-p$，把 E 独立地重复 n 次试验构成了一个试验	亦称伯努利概型
$\sigma\xi$	标准差	root-mean square deviation	方差的平方根	亦称根方差
CL	中线	middle line	表示控制图中中线	
UCL	上控制线	upper control linear	表示控制图中上控制线	
LCL	下控制线	lower control linear	表示控制图中下控制线	
$(n\mid C)$	抽检方案	sampling inspection plan	表示子样的容量为 n 和允许的不合格数为 C	
T	寿命	longevity	对任一特定个体(产品或生命体)，从某个标准时间起在规定时间 t 内失效(或死亡)	
$R(t)$	可靠度	reliability	产品在规定的条件下，规定的时间内，完成规定功能的概率	
ρ_r	可靠寿命	reliability life	使可靠度等于给定值 r 的时间	$\rho_{0.5}$ 称为中位寿命
$\lambda(t)$	失效率	failure rate	产品工作到 t 时刻后单位时间内发生失效的概率	
MTBF	平均无故障工作时间	mean time between failures	平均寿命对可修复产品	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
MTTF	失效前的平均工作时间	worked mean time before failure	平均寿命对不可修复产品	
PDF	概率分布函数	probability distribution function	$F(x)=P(\xi(\omega)<x), x\in(-\infty,+\infty)$	简称分布函数
MLE	极大似然估计	maximum likelihood estimate	使似然函数 $L(p)$ 达到极大值的参数 P	
$\hat{\theta}$	估计量	estimator	当区间 $(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2)$ 以某一指定的概率包含 θ 时，称 $(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2)$ 为函数 θ 的区间估计	
R	样本极差	sample range	$R=\max\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}-\min\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 表示取样本中最大值与最小值之差	亦称样本范围，又称样本全距
H_0	原假设	null hypothesis	假设检验中，对有关总体需要作出判断的待检验的命题的假设	亦称零假设
H_1,H_a	备择假设	alternative hypothesis	假设检验中，异于原假设的另一假设	亦称择一假设
u,λ,t	临界值	critical value	u_α，λ_α，t_α 表示置信度为 α 的临界值	
Q	离差平方和	sum of squares of deviations	总离差平方和 $Q=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x})^2$； 组内离差平方和 $Q_1=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2$； 组间离差平方和 $Q_2=n\sum_{i=1}^{m}(\bar{x}_i-\bar{x})^2$； 因素 A 的离差平方和 $Q_A=n\sum_{i=1}^{n}(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x})^2$； 误差平方和 $Q_E=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{\cdot j}+\bar{x})^2$	
*	显著性标记	significance marked	* 表示作用显著. * * 表示作用高度显著	
×	交互作用	interaction	$A\times B$ 表示因素 A,B 的交互作用	
$L(\ )$	正交表示标记	orthogonal layout marked	$L_4(2^3)$ 表示二水平三因素，需作四次试验的正交表示	
vec	列拉直算子	operator of according to columns draw line	将矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times m}$ 中的元按列依次拉直排序，即 $\mathrm{vec}(A)=(a_{11},a_{21},\cdots,a_{n1},a_{12},a_{22},\cdots,a_{n2},\cdots,a_{nm})$	
ran	行拉直算子	operator of according to rowsdraw line	将矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times m}$ 中的元按行依次拉直排序，即 $\mathrm{ran}(A)=(a_{11},a_{12},\cdots,a_{1m},a_{21},a_{22},\cdots,a_{2m},\cdots,a_{nm})$	

应用数学（Applied mathematics）

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\underset{\sim}{A}$	模糊子集	fuzzy subset	$\underset{\sim}{A}=\{x,\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mid x\in X\}$，其中集 X 为论域，$\forall x\in X$，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\in[0,1]$ 是模糊子集 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属函数	亦称模糊集、弗晰集、不分明集、乏晰集等
$\vee$	模糊子集的上确界	supremum of fuzzy subset	若 $\{a_t\mid t\in T\}$ 是实数集，则 $\bigvee_{t\in T}a_t=\sup\{a_t\mid t\in T\}$	
$\wedge$	模糊子集的下确界	infimum of fuzzy subset	若 $\{a_t\mid t\in T\}$ 是实数集，则 $\bigwedge_{t\in T}a_t=\inf\{a_t\mid t\in T\}$	
$\overset{\wedge}{+}$	代数和	algebraic sum	$\mu_{\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B}}(x)=\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\overset{\wedge}{+}\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)$ $=\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)+\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)-\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)$	
$\cdot$	代数积	algebraic product	$\mu_{\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B}}(x)=\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\cdot\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)=\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)$	
$\oplus$	有界和	bounded sum	$a\oplus b=\min(a+b,1)$，式中 $a,b\in[0,1]$	$\gamma\geqslant0,p>0$
$\otimes$	有界积	bounded product	$a\otimes b=\max(a+b-1,0)$，式中 $a,b\in[0,1]$	$\gamma\geqslant0,p>0$
$\overset{+}{\varepsilon}$	爱因斯坦和	Einstein's sum	$a\overset{+}{\varepsilon}b=\dfrac{ab}{1+ab}$	式中 $a,b\in[0,1]$，$\gamma\geqslant0,p>0$
$\dot{\varepsilon}$	爱因斯坦积	Einstein's product	$a\dot{\varepsilon}b=\dfrac{ab}{1+(1-a)(1-b)}$	式中 $a,b\in[0,1]$，$\gamma\geqslant0,p>0$

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\overset{+}{\gamma}$	伽玛和	gamma sum	$a\overset{+}{\gamma}b=\dfrac{a\overset{\wedge}{+}b-(1-\gamma)ab}{\gamma-(1-\gamma)(1-ab)}$	式中 $a,b\in[0,1]$，$\gamma\geqslant0,p>0$
$\overset{\cdot}{\gamma}$	伽玛积	gamma product	$a\overset{\cdot}{\gamma}b=\dfrac{ab}{\gamma+(1-\gamma)(a\overset{\wedge}{+}b)}$	式中 $a,b\in[0,1]$，$\gamma\geqslant0,p>0$
$\overset{\vee}{P}$	雅格和	Yager sum	$a\overset{\vee}{P}b=\min(1,(a^p+b^p)^{1/p})$	式中 $a,b\in[0,1]$，$\gamma\geqslant0,p>0$
$\hat{P}$	雅格积	Yager product	$a\hat{P}b=1-\min(1,((1-a)^p+(1-b)^p)^{1/p})$	式中 $a,b\in[0,1]$，$\gamma\geqslant0,p>0$
$\sqcup$	取大运算	operation of fetch large	$\underset{\sim}{m}\sqcup\underset{\sim}{n}=\int_R\mu_{\underset{\sim}{m}}(x)\wedge\mu_{\underset{\sim}{n}}(y)/x\vee y$，$\underset{\sim}{m},\underset{\sim}{n}$ 分别表示模糊数，即 $\underset{\sim}{m}=\int_R\mu_{\underset{\sim}{m}}(x)/x$，$\underset{\sim}{n}=\int_R\mu_{\underset{\sim}{n}}(x)/y$	
$\sqcap$	取小运算	operation of fetch small	$\underset{\sim}{m}\sqcap\underset{\sim}{n}=\int_R\mu_{\underset{\sim}{m}}(x)\vee\mu_{\underset{\sim}{n}}(y)/x\wedge y$	
$\neg$	减法运算	operation of subtraction	$\neg\underset{\sim}{m}=\int_R\mu_{\underset{\sim}{m}}(x)/(1-x)$	
$\overset{w}{\longrightarrow}$	模糊映射	fuzzy mapping	$f:X\overset{w}{\longrightarrow}Y$ 表示从 X 到 Y 的模糊函数	不同的场合中，模糊函数常有不同的定义
$\ominus$	有界差	bounded difference	$(A\ominus B)(x)=\max\{0,A(x)-B(x)\}$	
$\underset{\sim}{\leqslant}$	小于等于的放宽	relax restrictions of less or equal	$Ax\underset{\sim}{\leqslant}b$ $(x\geqslant0)$ 表示约束条件 $Ax\leqslant b,x\geqslant0$ 的软化	
D_{fix}	不动度	fixed degree	$D_{\text{fix}}(x,F)=\alpha$，表示 x 关于模糊映射 $F:X\overset{w}{\longrightarrow}\mathscr{F}(X)$ 的不动度为 α，$\mathscr{F}(X)$ 表示 X 上所有模糊集组成的集	
e^*	绝对误差	absolute error	$e^*=x^*-x$，式中 x 表示精确值，x^* 为 x 的近似值	常简称误差
ε^*	误差限	limit of approximate value	$\lvert x^*\rvert<\varepsilon^*$，式中 x^* 为 x 的近似值，ε^* 为近似值 x^* 的误差限	
e_r^*	相对误差	relative error	$e_r^*=\dfrac{e^*}{x^*}$，式中 x 表示精确值，e^* 表示 x 的绝对误差，e_r^* 表示相对误差，它表示误差 e^* 关于近似值 x^* 的近似程度	
ε_r^*	相对误差限	limit of relative error	$\lvert e_r^*\rvert<\varepsilon_r^*$，式中 e_r^* 表示相对误差	
δ	最大相对误差	maximal relation error	$\lvert e_r^*\rvert=\dfrac{\lvert e^*\rvert}{\lvert x^*\rvert}\leqslant\delta$，式中 x^* 表示近似值，e^* 和 e_r^* 分别表示绝对误差和相对误差，取不等式成立的最小数 δ 为最大相对误差	
σ	标准误差	standard error	$\sigma=\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x)^2}{n}}$，式中 $\sum_{i=1}^{n}(x_i-x)^2$ 为误差平方和	
η	平均误差	mean error	$\eta=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\lvert x_i-\bar{x}\rvert}{n}$，式中 $\bar{x}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ 是算术平均值	
v_i	离差	dispersion	$v_i=x_i-\bar{x}$ $(i=1,2,\cdots,n)$	
ν	概率误差	probabilistic error	$P(\lvert\alpha\rvert\leqslant\nu)=1/2$ 表示数 α 的绝对值大于它的误差和小于它的误差出现的可能性一样大	
PS	多项式组	polynomial set	PS 表示由有限个非零多项式构成的集合	
Zero(·)	多项式的公共零点集	zero points set of polynomials	Zero (PS)表示多项式组 PS 中的多项式的公共零点集	
Res	结式	resultant	$\mathrm{Res}(p,q,x)=a_n^kb_k^n\cdot\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{k}(\alpha_i-\beta_j)$．式中 α_i,β_j 分别是多项式 $p(x)$ 和 $q(x)$ 的根，$a_1,a_2,\cdots,a_n$ 和 $b_1,b_2,\cdots,b_k$ 分别为 $p(x)$ 和 $q(x)$ 的系数	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\cup$	合一运算	unification	$a\bar{\cup}b=a$,式中 a,b 均为原子,当且仅当 $a=b$ 时成立,否则 $a\bar{\cup}b$ 为空,集合论中的并运算是合一运算的特殊情况.	当原子不可分解时,合一的结果等于并集
R	羡余度	redundancy	$R=1-\frac{H_\infty}{H_0}$,式中 R 表示语言的羡余度,H_∞是极限熵,H_0 是语言成分等概率不相关时的熵	亦称冗余度
$E_t^{(p)}$	p 次指数平滑值	exponential smoothing value of pth	$E_t^{(1)}=\alpha\sum(1-\alpha)^i E_{t-i}^{p-1}$ $(p=2,3,\cdots)$,其中 $\alpha(1-\alpha)^i$ $(i=0,1,2,\cdots)$为当期序列值的影响权数,α 的一般范围在区间[0.1,0.5]内,适当选取 α 的值是保证预测的关键	当 $p=1$ 时即为一次指数平滑值 $E_t^{(1)}$
$\omega_t^{(p)}$	p 次加权平滑值	weight smoothing value of pth	$w_t^{(p)}=\alpha_0\sum_{i=1}^{\infty}d_i w_{t-i}^{p-1}$ $(t=\cdots,-1,0,1,\cdots,T)$,其中 α_i $(i=0,1,2,\cdots)$为当期序列值的影响权数,$\alpha\in[0.1,0.5]$	当 $p=1$ 时为一次加权平滑值
VIF	协方差扩大因子	amplification factor of covariance	$\mathrm{VIF}(\hat{\beta}_i)=\frac{1}{1-R^2}$,式中 $\hat{\beta}_i$ 为线性回归模型 $y=X\beta+\varepsilon$ 中 X 的第 i 个消费者预算参数 β_i 的估计值,R 为 X 的多重相关系数	
$r_u(x)$	风险厌恶度量	risk aversion measure	$r_u(x)=-\frac{u''(x)}{u'(x)}$,式中 u 为消费者的效用函数,自变量 x 可理解为收入	亦称 Arrow-Pratt 风险厌恶度量
S	价格单纯形	price simplex	$S=\{\boldsymbol{p}\in\mathrm{R}^l \mid p_k\geqslant 0,\sum_{k=1}^{l}p_k=1\}$,式中 R^l 是商品空间,$\boldsymbol{p}$ 表示价格向量	
β_i	预算映射	budget mapping	$\beta_i(p)=\{x\in X_i \mid p\cdot x\leqslant p\cdot e_i+\sum_{j=1}^{n}\theta_{ij}\pi_j(p)\}$,式中 $\beta_i(p)$和 X_i 分别表示第 i 个消费者的预算映射和消费集,π_j 是第 j 个生产者的利润函数	
a_{ij}	直接消耗系数	direct consumption coefficient	$a_{ij}=\frac{x_{ij}}{x_j}$ $(i,j=1,2,\cdots,n)$,x_{ij}表示第 i,j 两个部门的流量,x_j 表示第 j 个部门的总产品量	
b_{ij}	完全消耗系数	total consumption coefficient	$b_{ij}=a_{ij}+\sum_{k=1}^{n}a_{ik}a_{kj}+\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}a_{is}a_{sk}a_{kj}+\sum_{t=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}a_{it}a_{ts}a_{sk}a_{kj}+\cdots(i,j=1,2,\cdots,n)$,式中 a_{ij}是直接消耗系数,b_{ij}表示第 j 个产品部门对第 i 种产品的完全消耗系数	
c_{ij}	完全需求系数	total demand coefficient	$c_{ii}=1+b_{ij}c_{ij}-b_{ij}(i\neq j)$,表示产品部门提供单位最终产品对所有产品部门产品的需求量,b_{ij}表示第 i,j 两个产品部门之间的完全消耗系数,c_{ij}表示第 j 个产品部门产出单位最终产品对第 i 个产品部门的需求量	
d_{ij}	投资系数	investment coefficient	动态投入产出模型中常用的统计指标,$d_{ij}=\frac{k_{ij}^t}{x_j^{t+1}-x_j^t}$,表示在 $t+1$ 时第 $j(j=1,2,\cdots,n)$部门增加单位产品需要第 i 投资部门在时间 t 供给第 j 部门产品的数量. k_{ij}^t表示 t 时 i 投资部门供给 j 部门产品总量,x_j^t 表示 j 部门 t 时的产品总量	
$L_{项}$	时滞	time lag	$L_{项}=[\alpha_1(n-0.5)+\alpha_2(n-1.5)+\cdots+\alpha_n 0.5]/100$ 为项目投资时滞,其中 α_i 为第 i 年投资占总投资的比重,n 为建设周期	
$L_{年}$	时滞	time lag	$L_{年}=\sum_{i=1}^{n}I_i n_i\Big/\sum_{i=1}^{n}I_i$ 为全年总投资时滞,式中 I_i 分配到 i 部门的投资. n_i 为 i 部门以外为单位的时滞	
ε	应变张量	strain tensor	$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$ $(i,j=1,2,3)$,x_i,x_j 表示应变张量分量,u_i,u_j 表示位移分量	
k	高斯常数	Gauss constant	$\mathrm{k}\approx 0.017\ 202\ 098\ 95$	
$\triangleq$	专用等号	symbol for special use	$a\oplus b\triangleq\max\{a,b\}$;$a\otimes b\triangleq a+b$ 表示极大代数中加法和乘法的定义	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
Tayl	尾部	tail	$f=J^kf+\mathrm{Tayl}\ f$，式中 J^kf 是 f 在原点的泰勒展开式中保留 k 阶以下的多项式部分，截去的部分称为 f 的尾部，记为 Tayl f	
#()	袋	bag	$\#(x,B)$表示元素 x 在袋 B 中出现的次数. $\forall x\in B$，$0\leqslant\#(x,B)\leqslant 1$ 时，袋 B 就蜕化为普通集合 B	
$W(s)$	传递函数	transfer function	$W(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{Q(s)}{P(s)}$，式中 $Y(s)$，$U(s)$分别为输出量和输入量的拉普拉斯变换式，$Q(s)$，$P(s)$分别为$W(s)$的分子、分母多项式	
cond	条件数	condition number	称 cond $G=\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}\geqslant 1$ 为矩阵 G 的条件数，cond G越大，矩阵 G 越趋于欠秩	
diag	对角元	diagonal element	设 $S=\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_p)$，则称 $\sigma_i(i=1,2,\cdots,p)$为对角矩阵 S 的对角元	
blockdiag	块对角元	block diagonal element	设 $X=\mathrm{block\ diag}\ (\Delta_1,\cdots,\Delta_1,\Delta_2,\cdots,\Delta_2,\ \cdots,\Delta_r,\cdots,\Delta_r)$，其中 Δ_i 为 k_i 阶方阵，则称 Δ_i 为块对角矩阵的块对角元	
arg(·)	相角	phase angle	$\arg(g(\mathrm{j}\omega))$称为相角，其中$g(\mathrm{j}\omega)$为 $m\times n$ 阶复阵函数，j 为虚数单位	
conv(·)	凸包	convex hull	$\mathrm{conv}\ f(\mathrm{j}\omega,\Gamma)=\mathrm{conv}\ f(\mathrm{j}\omega,\Gamma_0)$，式中 conv(·)表示 R^2 上的凸包，$\omega\in\mathrm{R}$，j 为虚数单位，$\Gamma_0\triangleq\{\nu\mid\nu_i=0,1;\ i=1,2,\cdots,m\}$为 $\nu_i(i=1,2,\cdots,m)$中的多仿射函数	
$\asymp$	等序关系	equals order relation	若 z_1,z_2 为两个非零复数，且$\frac{z_2}{z_1}\neq 0$，则记为 $z_1\asymp z_2$	
ess sup	本质上确界	essential supremum	$\operatorname*{ess\,sup}_{\omega}\sigma(G(\mathrm{j}\omega))$表示 $m\times n$ 阶复矩阵值函数$G(\mathrm{j}\omega)$的本质上确界，即除去 ω 的一个零测子集后的上确界	
s.t	约束条件	constraint condition	$\max f=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j$， $\mathrm{s.t}\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=b_i & (i=1,2,\cdots,m),\\ x_j\geqslant 0 & (j=1,2,\cdots,n),\end{cases}\quad(*)$. 目标函数 max f 必须满足(*)中的条件	
$\overset{L}{>}$	字典序	lexicographicall order	$V\overset{L}{>}0$ 表示字典式为正的；$V\overset{L}{<}0$ 表示字典式为负的；Lex min 表示字典式最小	$V=(v_1,v_2,\cdots,v_n)$是 n 维向量空间的向量
$\underline{\delta}_B$	下特征数	low characteristic number	$\underline{\delta}_B=\begin{cases}\max\left\{-\frac{\lambda_i}{\lambda_j^*}\ \middle\vert\ \lambda_j^*<0\right\} & (\exists\ \lambda_j^*<0),\\ -\infty & (\nexists\ \lambda_j^*<0),\end{cases}$ $\underline{\delta}_B$ 称为基 B 的下特征数 λ_j，λ_j^* 为检验数	
$\bar{\delta}_B$	上特征数	above characteristic number	$\bar{\delta}_B=\begin{cases}\min\left\{-\frac{\lambda_i}{\lambda_j^*}\mid\lambda_j^*>0\right\}, & \exists\ \lambda_j^*>0,\\ +\infty, & \nexists\ \lambda_j^*>0,\end{cases}$ $\bar{\delta}_B$ 称为基 B 的上特征数，λ_i，λ_j^* 为检验数	
$\gg$	等级标志关系	relation of order mark	$p_i\gg p_j$ 表示在一个单目标函数 $\min f=p_1f_1+p_2f_2+\cdots+p_lf_l$ 中，$p_1,p_2,\cdots,p_l$ 为等级标志关系	
$P(\cdot)$	策略	policy	P 表示最优策略. $P_{k,n}^*(x_k)$表示最优子策略，是初始状态为 x_k 的后部子过程所有子策略中最优者	
opt	最优值	optimum value	$\mathrm{opt}\,v_{k,n}[x_k,P_{k,n}(x_k)]$表示指标函数 $v_{k,n}$的最优值，$P_{k,n}$表示子策略是从第 k 段开始到终点过程的策略	
pos	正线性组合集	set of positive linear combination	$\mathrm{pos}A=\{\alpha\mid\alpha\in\mathrm{R}^m,\ \alpha=\sum_{j=1}^{n}\beta_jA_j,\ \beta_j\geqslant 0,j=1,2,\cdots,n\}$ 表示由矩阵 A 的各列的正线性组合组成的集合	
epi	上图	epigraph	$\mathrm{epi}\ f=\{(x,\alpha)\mid\alpha\geqslant f(x)\}$表示函数 $f(x)(x\in\mathrm{R}^n)$的上图，若给定 epi f，则 $f(x)=\min\{x\mid(x,\alpha)\in\mathrm{epi}\ f\}$	
/	排队记法	queueing notation	$X/Y/Z/C$ 为排队记法，其中 X,Y,Z,C 的意义依次为：1. 相继到达间隔时间的分布；2. 服务时间的分布；3. 服务台的数目；4. 允许的顾客容量	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
Ls	队长期望值	team length expected value	$Ls=\sum_{n=0}^{\infty}nP_n=\frac{\rho}{1-\rho}=\frac{\lambda}{\mu-\lambda}$ 表示标准的 $M/M/1$ 模型的队长期望值，ρ 为服务强度，即服务台平均利用率	
Lq	队列长期望值	queueing length expected value	$Lq=\sum_{n=1}^{\infty}(n-1)P_n=Ls-P=\frac{\rho^2}{1-\rho}=\frac{\rho\lambda}{\mu-\lambda}$ 表示标准的 $M/M/1$ 模型的队列长期望值，ρ 为服务强度，即服务台平均利用率	
Ws	逗留时间期望值	expected value of staying time	$Ws=E[W]=\frac{1}{\mu-\lambda}$ 表示标准的 $M/M/1$ 模型的逗留时间期望值	
Wq	等待时间期望值	expected value of waiting time	$Wq=Ws-\frac{1}{\mu}=\frac{\rho}{\mu-\lambda}$ 表示标准的 $M/M/1$ 模型的等待时间期望值	
G	对策	games	对策 $G=(S_1,S_2,A)$，其中 $S_1=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m\}$ 表示局中人 Ⅰ 的纯策略集合，$S_2=\{\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n\}$ 表示局中人 Ⅱ 的纯策略集合. $A=(a_{ij})_{m\times n}$ 表示支付(赢得)矩阵	
V_G	对策值	games value	$V_G=\max_i\min_j a_{ij}=\min_j\max_i a_{ij}$ 称为对策 $G=\{S_1,S_2,A\}$ 的值	
Te	噪声温度	noise temperature	$Te=\frac{N}{kB}(k)$，其中 N 为噪声功率，k 为玻耳兹曼常数，B 为频带宽度(Hz)	
γ	传播常数	propagation constant	$\gamma=\alpha+j\beta=\sqrt{Z_1r_1}$，其中 α 表示衰减常数(Np/m，dB/M)，β 表示相移常数(rad/m)	
Lt	传输损耗	loss of transmission	$Lt=32.45+20\lg f+20\lg d+A-G_t-G_r$，式中 f 为工作频率(MHz)，d 为传输距离(km)，A 为电路衰减(dB)，G_t，G_r 分别为发射天线与接收天线的增益(dB)	
C	信道容量	channel capacity	$C=\max_{P(x)}I(x;y)$，其中 $P(x)$ 为输入符号概率(或概率密度)，$I(x;y)$ 为互信息量	
$R(D^*)$	信源率失真函数	source rate distortional function	$R(D^*)=\min\{I(u;v)\}$，$P(v_j\|u_j)\in B_D$，其中 D^* 为信源的允许平均失真度，$I(u;v)$ 为平均互信息量	
I_A	自信息量	self-information	$I_A=\log\frac{1}{P(A)}=-\log P(A)$，式中 $P(A)$ 为随机事件 A 发生的概率，I_A 表示 A 的自信息量	
$I(x;y)$	互信息量	mutual information	$I(x;y)=\log\frac{P(x\|y)}{P(y)}$，式中 y 表示收到的消息，x 表示收到消息的某事件的信息量	
$I(X;Y)$	平均互信息量	average mutual information	$I(X;Y)=H(X)-H(X\|Y)$，其中 $H(X)$ 代表接收到输出符号集 Y 以前关于输入符号集 X 的平均不确定性；$H(X\|Y)$ 代表接收到输出符号集 Y 后关于输入符号集 X 的平均不确定性	
$\oplus$	逻辑导式运算符号	operational symbol of logical derived rule	$D(\alpha,\beta)=\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i\oplus\beta_i)$，式中 α_i，β_j 表示长度为 n 的二进制序列码元，$\alpha_i\oplus\beta_i$ 是二进制码元相加. $D(\alpha,\beta)$ 表示 α，β 对应位置上码元取值不同的个数	
$\otimes$	周期卷积	periodic convolution	$\tilde{x}_1(n)\otimes\tilde{x}_2(n)$，式中 $\tilde{x}_1(n)$ 和 $\tilde{x}_2(n)$ 表示周期长度	
$\textcircled{N}$	循环卷积	circular convolution	$\tilde{x}_1(n)\textcircled{N}\tilde{x}_2(n)$	

撰 稿 王怀安 刘宝康 杨子胥 杨德平
段 方 郝拉娣 阎崇正
审 定 李志深 陈惠津 阎崇正

条目笔画索引

说明：1. 该索引收录了本卷正文中给出释文的全部条目及其参见条目，提供读者按汉字笔画方式检索使用。

2. 以汉字起首的条目标题按第一字的笔画由少到多的顺序排列，若笔画数相同，则按一（横）、丨（竖）、丿（撇）、丶（点）、乛（折）五种笔形顺序排列，其中，丿（提）归为一（横），亅（竖钩）归为丨（竖），乀（捺）归为丶（点），各种笔形带钩或曲折的笔画（除竖钩"亅"外）归为乛（折）。第一个字相同的，则按第二个字的笔画数和起笔笔形的顺序排列，依次类推。

3. 凡第一个字为西文字母、数学符号、罗马数字和阿拉伯数字起首的条目标题，一律排在汉字起首条目标题的最后。以西文字母起首的条目标题分别按其字母的花体、大写、小写及字母本身的先后顺序排列；数学符号起首的条目标题按知识结构顺序排列；数字起首的条目标题按由小到大的顺序排列。若起首的字母、符号及数字相同时，仍按其后汉字的笔画顺序排列。

一　画

一阶半线性方程组的特征方程 …… 440
一阶半线性方程组的特征理论 …… 440
一阶拟线性偏微分方程 …… 436
一阶拟线性偏微分方程的特征方程 …… 436
一阶拟线性偏微分方程的特征线 …… 436
一阶非线性方程的柯西问题 …… 439
一阶非线性方程的特征微分方程组 …… 437
一阶非线性偏微分方程 …… 437
一阶变分 …… 199
一阶线性方程组的杜阿梅尔原理 …… 440
一阶线性微分方程 …… 380
一阶显方程 …… 381
一阶偏微分方程的标准型 …… 439
一阶隐方程 …… 381
一级 δ 邻域 …… 198
一级距离 …… 198
一点关于一条闭曲线的指示数 …… 42
一致分布 …… 237
一致可积 …… 93
一致凸赋范线性空间 …… 120
一致代数 …… 148
一致有界性原理 …… 134
一致同胚 …… 119
一致抛物型方程 …… 461
一致抛物型方程组 …… 466
一致连续的非标准特征 …… 350
一致连续点集 …… 14
一致连续映射 …… 154
一致孤立点集 …… 14
一致健忘泛函 …… 413
一致超有限代数 …… 149
一致椭圆型偏微分方程 …… 452
一致概周期函数 …… 418
一致概周期微分方程 …… 418
一致稳定性 …… 401
一致谱积分 …… 140
一般加法定理 …… 509
一般位势 …… 302
一般位势论 …… 302
一般莫朗集的构造 …… 372
一般容量 …… 308
一维动力系统 …… 519
一维齐次莫朗集的维数 …… 373
一维齐次莫朗集类的维数 …… 373

二　画

二次共轭函数 …… 337
二次泛函 …… 125
二次换位定理 …… 151
二阶拟线性椭圆型方程 …… 455
二阶严格椭圆型偏微分方程 …… 452
二阶完全非线性椭圆型方程 …… 486
二阶非线性双曲型方程 …… 448
二阶变分 …… 204
二阶线性双曲型方程 …… 444
二阶线性双曲型方程的柯西问题 …… 445
二阶线性双曲型方程的混合问题 …… 446
二阶线性抛物型方程 …… 461
二阶线性抛物型方程的基本解 …… 463
二阶线性偏微分方程的分类 …… 441
二阶线性偏微分方程的标准型 …… 441
二阶线性椭圆型方程狄利克雷问题的格林函数 …… 474
二阶线性椭圆型偏微分方程 …… 452
二阶线性椭圆算子的基本解 …… 473
二阶退化双曲型方程 …… 448
二阶退化椭圆型偏微分方程 …… 452
二阶偏微分算子的伴随算子 …… 444
二阶偏微分算子的格林公式 …… 444
二阶强椭圆型偏微分方程 …… 452
二进小波 …… 361
二进小波变换 …… 361
二进小波变换重构公式 …… 361
二进重构小波 …… 361

二变量超几何函数 …… 555
二项测度 …… 377
二重序列收敛的非标准特征 …… 350
二维马勒特算法 …… 361
几乎一致收敛…… 17
几乎开线性映射 …… 115
几乎切比雪夫集 …… 239
几乎可分值的向量值函数 …… 100
几乎处处 …… 13,93
几乎处处收敛…… 16
几乎周期轨道 …… 515
几乎周期运动 …… 516
几何亏格 …… 279
几何式横截条件 …… 531
几何光学近似方法 …… 445
几何函数论…… 49
几何测度论 …… 103

三　画

三角多项式 …… 219
三角多项式逼近 …… 219
三角多项式逼近的正定理 …… 219
三角多项式逼近的逆定理 …… 220
三角范数 …… 169
三角插值多项式逼近 …… 227
三角算子代数 …… 152
三解定理 …… 479
亏子空间 …… 142
亏指数 …… 142
亏值…… 58
亏量…… 58
亏量关系…… 58
下包络原理 …… 304
下半有界算子 …… 142
下半连续函数 …… 176
下半连续集值映射 …… 165
下导数…… 24
下极限函数…… 15
下定向公理 …… 326
下函数 …… 315
下调和延拓 …… 310
下调和函数 …… 304,452
下揉搓函数 …… 520
下揉搓组 …… 520
下确界卷积 …… 338
下解 …… 315
下溢原理 …… 345
大轨道 …… 542
大时滞渐近稳定性 …… 412
大时滞稳定性 …… 411
大范围一致渐近稳定性 …… 411
大范围分析 …… 263
大范围渐近稳定性 …… 411
与超调和簇相关的调和簇 …… 323
万有空间 …… 118
万有覆盖曲面…… 64
上半平面到上半平面(下半平面)的映射 …… 41
上半平面到单位圆内的映射…… 41
上半有界算子 …… 142
上半连续集值映射 …… 165
上导数…… 24
上极限函数…… 15
上图 …… 337
上函数 …… 315
上线性函数 …… 336
上调和函数 …… 304,452
上调和函数的对应测度 …… 306
上接触集 …… 484
上揉搓函数 …… 520
上揉搓组 …… 520
上解 …… 315
上溢原理 …… 345
小布洛赫空间…… 68
小平邦彦嵌入定理 …… 280
小时滞等价命题 …… 411
小波分析 …… 356
小波包 …… 362
小波序列 …… 363
小波变换局部化算子 …… 358
小波函数 …… 359
小波矩阵 …… 363
小波框架 …… 358
山路引理 …… 178,479
广义 ζ 函数 …… 553,581
广义马丁边界 …… 318
广义弗雷德霍姆算子 …… 506
广义有界变差函数…… 25
广义当儒瓦可积函数…… 26
广义导数 …… 456
广义导算子 …… 139
广义极大值原理 …… 303
广义极限 …… 119
广义狄利克雷问题 …… 314
广义狄利克雷级数…… 45
广义拉梅函数 …… 569
广义拉盖尔多项式 …… 574,647
广义波莱尔集类…… 88
广义函数 …… 125
广义函数与函数的乘积 …… 128
广义函数的支集 …… 127
广义函数的不定积分 …… 127
广义函数的牛顿位势 …… 316
广义函数的导数 …… 127
广义函数的位势 …… 316
广义函数的张量积 …… 128
广义函数的直积 …… 128
广义函数的非标准实现 …… 355
广义函数的卷积 …… 128
广义函数的原函数 …… 127
广义函数的傅里叶变换 …… 128
广义函数空间 K' …… 127
广义函数空间 $\mathscr{S}'$ …… 129
广义函数空间 Z' …… 128
广义函数核 …… 316
广义柯西公式…… 70
广义柯西问题的黎曼方法 …… 482
广义柯西型积分…… 71
广义哈纳克原理 …… 305
广义施瓦兹引理…… 47
广义测度…… 94
广义测度的正变差…… 94
广义测度的正集…… 94
广义测度的全变差…… 95
广义测度的负变差…… 95
广义测度的负集…… 94
广义测度的若尔当分解…… 95
广义测度的绝对连续性…… 95
广义测度的强绝对连续性…… 95
广义测度空间…… 94
广义费伯多项式 …… 237
广义莫尔斯引理 …… 179
广义原函数…… 23
广义高斯-格林公式 …… 105
广义梯度 …… 340
广义维纳-霍普夫方程 …… 505
广义超几何级数 …… 555
广义超限直径 …… 310
广义最大模定理…… 46
广义等周问题 …… 203
广义幂级数…… 71
广义幂零元 …… 147
广义幂零算子 …… 136
广义解 …… 434
广义解析函数…… 69
广义解析函数序列的凝聚原理…… 71
广义解析函数的保持区域定理…… 71
广义解析函数的基本核…… 71
广义解析函数的黎曼-希尔伯特边值问题…… 71
广义解析函数的黎曼边值问题…… 71
广义解析函数的黎曼映射定理…… 71
广义解析函数零点的孤立性…… 71
门杰空间 …… 169
门杰概率赋范线性空间 …… 170
子层 …… 291
子流形 …… 267
子集张成的线性子空间 …… 108
马丁边界 …… 317

马丁空间 …… 317
马丁紧致化 …… 317
马丁积分表现 …… 317
马氏过程位势论 …… 328
马尔可夫不等式 …… 218
马尔可夫分割 …… 533
马尔可夫系统 …… 216
马尔可夫系统的逼近 …… 216
马尔可夫移位 …… 543
马尔姆奎斯特定理 …… 390
马克仙积分 …… 28
马肯厚普条件 …… 249
马钦凯维奇内插定理 …… 250
马钦凯维奇乘子定理 …… 243
马钦凯维奇积分 …… 250
马祖尔空间 …… 115
马勒特算法 …… 361
马蒂厄方程 …… 570
马蒂厄函数 …… 571,636
幺模数 …… 36

四　画

开平面 …… 36
开尔文变换 …… 305,484
开尔文函数 …… 564
开映射定理 …… 48,134
开映照定理 …… 134
开映像定理 …… 134
开集 …… 37
开集条件 …… 371
开集的非标准特征 …… 352
开黎曼曲面 …… 63
开覆盖 …… 37
无处稠密集 …… 110
无条件基 …… 122
无穷大 …… 349
无穷小 …… 349
无穷远奇点 …… 395
无穷远点 …… 36
无穷时滞泛函微分方程 …… 407
无穷乘积 …… 54
无环条件 …… 533
无限大 …… 349
无限大向量 …… 352
无限大望远镜 …… 348
无限小 …… 349
无限小延伸定理 …… 345
无限小向量 …… 352
无限小显微镜 …… 348
无限小理论 …… 342
无限小微积分 …… 347
无限小增量定理 …… 351
无限投影 …… 152
无限和定理 …… 351
无限重正规化 …… 542
无限接近 …… 349
无限维线性空间 …… 108
无限维流形 …… 275
无界线性算子 …… 132
韦夸等价正则化定理 …… 500
韦伊测度 …… 99
韦伯方程 …… 560
韦伯函数 $D_\nu(z)$ …… 560
韦伯函数 $E_\nu(z)$ …… 564
支点的阶 …… 62
支撑函数 …… 337
支撑点 …… 51
支撑超平面 …… 331
不可约表示 …… 147
不动点 …… 174,512
不动点指数 …… 174
不动点理论 …… 174
不同测度与维数的比较 …… 369
不交凸集的分隔性定理 …… 112
不完全贝塔函数 …… 555
不完全伽马函数 …… 560,605
不完全椭圆积分 …… 566
不变子空间 …… 137
不变子空间格 …… 137
不变分支 …… 540
不变向量场 …… 270
不变坐标 …… 519
不变测度 …… 98,321
不变测度的遍历分解 …… 545
不变调和函数 …… 83
不变集 …… 398,513
不变集的 C^r 结构稳定性 …… 527
不变集的半结构稳定性 …… 528
不定内积空间 …… 125
不定度规空间 …… 125
不适定问题 …… 435,495
不稳定极限环 …… 396
不稳定性 …… 400
不稳定流形 …… 530
不稳定集 …… 530
太阳点 …… 239
太阳集 …… 238
区间函数 …… 89
区间映射的 C^r 封闭引理 …… 522
区间映射的伯克霍夫中心及中心深度 …… 521
区间映射周期轨道的结构 …… 522
区图 …… 264
区段 …… 519
区段数 …… 519
区域 …… 38
区域的零链 …… 51
区域的横截线 …… 51
尤尔塞斯科锥 …… 334
比伯巴赫多项式 …… 236
比伯巴赫猜想 …… 50
比林斯利定理 …… 367
比较定理 …… 464
互为解析开拓 …… 61
切比雪夫多项式 …… 222,645
切比雪夫级数部分和逼近 …… 227
切比雪夫定理 …… 218
切比雪夫组 …… 216
切比雪夫集 …… 239
切丛 …… 268
切向量 …… 266
切向量场 …… 160
切纤维丛 …… 275
切空间 …… 266
切映射 …… 159
切饼映射 …… 375
切饼集 …… 374
切饼集的豪斯多夫维数的鲍恩公式 …… 375
切萨罗平均 …… 244
切萨罗求和 …… 244
切萨罗数 …… 244
切锥 …… 333
瓦尔德下函数 …… 27
瓦尔德上函数 …… 27
瓦尔德空间 …… 169
瓦尔德积分 …… 27
瓦尔德概率赋范线性空间 …… 170
瓦莱·普桑平均 …… 227,244
瓦莱·普桑和逼近 …… 227
日冕问题 …… 67
中心平稳曲线场 …… 208
中心阶数 …… 514
中心点 …… 395
中心深度 …… 514
中心稀疏波 …… 451
中心简单波 …… 451
中立型无穷时滞泛函微分方程 …… 407
中立型泛函微分方程 …… 406
中立型差分微分方程 …… 409
中立型概周期泛函微分方程 …… 410
中间锥 …… 334
中性周期点 …… 539
贝尔可测函数 …… 98
贝尔纲定理 …… 110
贝尔函数 …… 17,98
贝尔曼方程 …… 486
贝尔集 …… 98
贝尔集类 …… 98
贝克域 …… 540
贝塔函数 …… 552,578
贝塞尔不等式 …… 29,123
贝塞尔方程 …… 561

贝塞尔位势 …… 260
贝塞尔位势空间 …… 247
贝塞尔函数 …… 561
贝塞尔积分 …… 562
内正则测度…… 98
内在核心 …… 331
内的有限可加测度空间 …… 354
内变分 …… 200
内性定理 …… 345
内定义原理 …… 345
内实体 …… 345
内函数…… 67
内函数定理 …… 345
内点…… 37
内映射半径 …… 318
内积 …… 122
内积空间 …… 122
内积空间的共轭映射 …… 104
内积空间的等距同构 …… 124
内射 C^* 代数 …… 149
内射线性算子 …… 132
内部惟一性定理…… 45
内容量 …… 308
内基数 …… 345
内逼近定理 …… 345
内集 …… 344
内集合论 …… 342
水坝渗流问题 …… 465
牛顿方法 …… 542
牛顿问题 …… 197
牛顿位势 …… 302,455
牛顿核 …… 303
牛顿容量 …… 310
反对称化算子 …… 272
反对称张量 …… 272
反对称核 …… 490
反对称核的积分方程 …… 494
反向延拓定理 …… 407
反全纯向量丛 …… 279
反应扩散方程组 …… 467
反变张量 …… 271
反函数定理 …… 157,267
反演映射…… 48
分子 …… 252
分叉点 …… 158
分支 …… 399
分布 …… 126
分布核 …… 468
分式线性变换…… 40
分形几何 …… 364
分形分析 …… 364
分形投影 …… 370
分形乘积 …… 370
分形乘积的填充测度 …… 370
分形乘积的填充维数 …… 370
分形乘积的豪斯多夫测度 …… 370
分形乘积的豪斯多夫维数 …… 370
分步法 …… 408
分析 …… 7
分析的非标准模型 …… 346
分析的标准模型 …… 346
分析学 …… 5
分歧 …… 480
分歧方程 …… 158
分歧点 …… 158,480
分歧理论 …… 157
分歧解 …… 158
分离变量法 …… 480
分割 ζ 生成的 σ 代数 …… 546
分割 ζ 的基 …… 546
分解惟一性…… 60
公理 A 同胚 …… 518
公理 A 系统 …… 532
公理 A 结构稳定系统 …… 531
公理 A 流 …… 532
公理化位势论 …… 322
仓西定理 …… 296
仓特善紧致化 …… 317
欠定方程组 …… 433
丹尼尔表示定理…… 97
丹尼尔积分…… 97
乌雷松非线性积分算子 …… 193
计数测度…… 91
尺度序列 …… 363
尺度序列的完全重构条件 …… 360
尺度函数 …… 359
引入参数法 …… 381
巴恩斯广义超几何级数 …… 555
巴恩斯积分 …… 555
巴拿赫 * 代数 …… 148
巴拿赫-马祖尔距离 …… 119
巴拿赫-芬斯勒流形 …… 161
巴拿赫-阿劳格鲁定理 …… 114
巴拿赫-施坦豪斯定理 …… 134
巴拿赫-萨克斯性质 …… 120
巴拿赫-萨克斯定理 …… 31
巴拿赫不动点定理 …… 174
巴拿赫代数 …… 147
巴拿赫代数的表示 …… 147
巴拿赫代数的根 …… 147
巴拿赫向量丛 …… 159
巴拿赫极限 …… 119
巴拿赫定理…… 22
巴拿赫空间 …… 117
巴拿赫空间上的算子半群 …… 145
巴拿赫空间中的级数 …… 121
巴拿赫空间的同胚问题 …… 119
巴拿赫指标函数…… 22
巴拿赫逆算子定理 …… 134
巴拿赫格 …… 130
巴拿赫流形 …… 158
巴拿赫流形上的 C^r 映射…… 158
巴拿赫流形的子流形 …… 160
巴拿赫流形的切丛 …… 159
巴拿赫流形的切向量 …… 158
巴拿赫流形的切空间 …… 158
巴拿赫流形的余切丛 …… 159
巴拿赫流形的余切向量 …… 159
巴拿赫流形的余切空间 …… 159
巴赛特函数 …… 563
双尺度差分方程 …… 359
双正交小波 …… 362
双正交小波序列 …… 362
双正交小波基 …… 362
双正交尺度序列 …… 362
双正交尺度序列的完全重构条件 …… 362
双正交系 …… 121
双边拓扑马尔可夫链 …… 519
双曲不动点 …… 524
双曲不变集 …… 528
双曲发展系统 …… 429
双曲亚纯函数 …… 540
双曲奇点 …… 394,524
双曲周期轨 …… 524
双曲周期点 …… 524
双曲变换…… 40
双曲函数…… 39
双曲线性同构 …… 523
双曲线性向量场 …… 523
双曲线性映射 …… 523
双曲线性流 …… 523
双曲型方程的特征问题 …… 481
双曲型圆丛…… 42
双曲型圆束…… 41
双曲型偏微分方程 …… 444
双全纯映射…… 75
双极定理 …… 116
双李普希茨映射 …… 366
双伽马函数 …… 552
双层位势 …… 303,488
双层位势的跃度关系 …… 488
双侧李亚普诺夫式稳定性 …… 516
双侧移位算子 …… 143
双轴球面函数 …… 557
双特征 …… 439
双特征带 …… 439
双射线性算子 …… 132
双调和方程 …… 457
双调和函数 …… 318
双裂 …… 159

五　画

未定向配边类 …… 286
示性类 …… 290

示性类理论 …… 285
示性数 …… 290
正元 …… 130
正对称方程组 …… 449
正对称算子 …… 449
正则广义函数 …… 127
正则子流形 …… 160,267
正则元 …… 147
正则区域 …… 324
正则化 …… 260
正则化方法 …… 436
正则化算子 …… 500
正则双曲型 …… 445
正则双曲型方程 …… 449
正则边界点 …… 314
正则奇点 …… 391
正则波莱尔测度 …… 98
正则性刻画 …… 357
正则性定理 …… 299
正则空间的非标准特征 …… 353
正则函数 …… 38,260
正则线性算子 …… 133
正则点 …… 312
正则测度 …… 97
正则斜微商边界条件 …… 484
正则椭圆问题 …… 457
正则嵌入 …… 159,267
正则集 …… 135,323
正则锥 …… 426
正则解 …… 434
正向泊松稳定轨道 …… 513
正向渐近轨道 …… 514
正合形式 …… 284
正齐次函数 …… 336
正交 …… 123
正交小波 …… 359
正交小波基 …… 359
正交内射 …… 104
正交化 …… 124
正交多分辨率分析 …… 359
正交多分辨率分析的小波
函数 …… 359
正交多项式 …… 221
正交多项式系 …… 222,573
正交投影 …… 104,123
正交投影算子 …… 139
正交系 …… 123,242
正交补 …… 123
正交和 …… 124
正交函数系 …… 242
正李亚普诺夫式稳定性 …… 516
正规正交系 …… 123
正规正交基 …… 124
正规扩张 …… 143
正规性定则 …… 59
正规空间的非标准特征 …… 353
正规矩形 …… 534
正规迹 …… 151
正规结构 …… 119
正规族 …… 58
正规锥 …… 426
正规算子 …… 142
正规算子的谱分解 …… 142
正规算子的谱表示 …… 142
正态概率积分 …… 560
正性子空间 …… 125
正性向量 …… 125
正定对称核 …… 493
正定函数 …… 100,262
正定函数的表示 …… 100
正定核 …… 191,302
正定算子 …… 142,477
正弦积分 …… 561,607
正弦傅里叶系数 …… 241
正线性泛函 …… 149
正线性算子 …… 131
正线性算子逼近 …… 225
正测度 …… 91
正核 …… 302
正值性公理 …… 324
正常凸函数 …… 336
正常集 …… 538
正常算子 …… 142
正锥 …… 130
正算子 …… 142,163
艾克兰德变分原理 …… 177
艾里函数 …… 564,620
艾德曼-外尔斯特拉斯角条
件 …… 203
古尔萨问题 …… 481
古津序列 …… 288
节 …… 265
本迪克松定理 …… 397
本质边界条件 …… 198
本质自伴算子 …… 142
本质谱 …… 151
本征向量 …… 135
本征值 …… 135
本性有界函数类 …… 31
本性奇点 …… 44
本原 C^* 代数 …… 149
本原理想 …… 149
可分的可测群 …… 99
可分度量空间 …… 109
可分值的向量值函数 …… 100
可分离变量方程 …… 379
可分解算子 …… 137
可允许小波 …… 356
可允许条件 …… 356
可允许拓扑 …… 115
可允许常数 …… 356
可允许集族 …… 115
可去奇点 …… 44
可去集 …… 319
可加函数 …… 336
可加算子 …… 132
可扩同胚 …… 517
可扩映射 …… 517
可扩流 …… 517
可达边界点 …… 37
可列可加集函数 …… 89
可列加法类 …… 88
可交换函数 …… 542
可导锥 …… 334
可约解析子集 …… 277
可求积流 …… 106
可求积集 …… 104
可补空间 …… 124
可析度量空间 …… 109
可定向流形 …… 274
可度量化的拓扑线性空间 …… 112
可逆线性算子 …… 133
可逆保测变换 …… 543
可测分割 …… 546
可测动力学 …… 541
可测变换 …… 94,543
可测空间 …… 90
可测空间的乘积 …… 96
可测函数 …… 93
可测函数的几何意义 …… 16
可测映射 …… 93
可测矩形 …… 96
可测集 …… 12,90
可测集值映射 …… 166
可测群 …… 99
可乘线性泛函 …… 148
可积函数的非标准特征 …… 351
可容性 …… 308
可容集 …… 308
可继承性 …… 422
可赋范拓扑线性空间 …… 113
可微奇异 p 单形 …… 274
可微函数的非标准特征 …… 351
可微算子半群 …… 146
可解性公理 …… 324
可解集 …… 323
可数可加集函数 …… 89
可数值函数 …… 100
可数基 …… 121
可数概括的非标准全域 …… 346
左(右)拟基本解 …… 469
左不变测度 …… 98
左因子 …… 60
左素函数 …… 60
右不变测度 …… 98

右因子…… 60
右素函数…… 60
右端函数不连续的抽象柯西问题 …… 425
布劳威尔不动点定理 …… 174
布劳威尔度 …… 171
布劳德不动点定理 …… 176
布拉施克乘积…… 66
布洛赫定理…… 51
布洛赫空间…… 68
布洛赫函数…… 68
布洛赫常数…… 51
布洛赫猜测…… 59
布朗运动的位势论 …… 327
布确域 …… 540
布雷洛空间 …… 325
龙格定理 …… 236
龙格型定理…… 78
平凡 P 式稳定轨道 …… 513
平凡层 …… 292
平方逼近 …… 221
平均收敛…… 21
平均连续性…… 30
平均法 …… 423
平均值定理…… 42,454
平均逼近 …… 217
平性凸赋范线性空间 …… 120
平面奇点的指标 …… 395
平面波按柱面波展开 …… 563
平面波按球面波展开 …… 564
平移不变核 …… 302
平移不变距离 …… 111
平移映射…… 41
平移算子 …… 143
平滑算子 …… 361
平稳曲线 …… 200
平稳曲线场 …… 206
平稳曲线簇 …… 206
平稳曲面 …… 200
平稳函数 …… 200
平稳点 …… 200
平稳值 …… 200
平衡问题 …… 309
平衡位势 …… 309
平衡状态 …… 548
平衡点 …… 512
平衡测度 …… 309,375
平衡原理 …… 309
平衡集 …… 111
卡尔马-沃尔什定理 …… 237
卡尔松-亨特定理 …… 242
卡尔松测度…… 67,253
卡尔金代数 …… 151
卡里斯梯不动点定理 …… 175
卡拉西奥多里-哈恩延拓定理…… 90
卡拉西奥多里方程 …… 208
卡拉西奥多里外测度…… 90
卡拉西奥多里边界…… 51
卡拉西奥多里伪距…… 83
卡拉西奥多里条件 …… 12,90,192
卡拉西奥多里定理 …… 334
卡拉西奥多里度量…… 83
卡莱曼条件 …… 504
卡普兰斯基稠密性定理 …… 151
占有密度 …… 374
凸分析 …… 329
凸包 …… 110,330
凸多面体 …… 330
凸多胞体 …… 331
凸壳 …… 111
凸体 …… 111
凸性不等式 …… 336
凸函数 …… 335
凸函数的有效域 …… 336
凸组合 …… 330
凸逼近 …… 238
凸集 …… 110,330
凸集支撑定理 …… 332
凸集分离定理 …… 332
凸锥 …… 332
卢伊关于无解的线性偏微分方程的例子 …… 443
卢津定理 …… 17,98
卢津面积积分 …… 250
卢津猜测 …… 242
归纳极限 …… 116
叶戈罗夫定理…… 17,185,472
电容器原理 …… 322
田形调和函数 …… 558
由调和簇产生的超调和簇 …… 324
凹函数 …… 335
生成元的稳定族 …… 429
生成函数 …… 471,572
代数…… 88
代数开集 …… 331
代数支点…… 62
代数内部 …… 331
代数边界 …… 331
代数多项式逼近 …… 218
代数多项式逼近的逆定理 …… 219
代数闭包 …… 331
代数闭集 …… 331
代数体函数…… 59
代数函数…… 62
代数流形 …… 277
代数算子 …… 136,506
代数算子方程 …… 506
代数簇 …… 277
斥性周期点 …… 539
丛同态 …… 285
丛射 …… 269
丛截面的芽层 …… 292
外正则测度…… 98
外代数 …… 272
外尔斯特拉斯 E 函数 …… 206
外尔斯特拉斯 ζ 函数 …… 567,628
外尔斯特拉斯 σ 函数 …… 567
外尔斯特拉斯 σ 函数和余 σ 函数 …… 628
外尔斯特拉斯场 …… 208
外尔斯特拉斯条件 …… 206
外尔斯特拉斯表示公式 …… 208
外尔斯特拉斯定理…… 54,214
外尔斯特拉斯空隙定理…… 63
外尔斯特拉斯函数的维数 …… 374
外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
外尔斯特拉斯点…… 63
外尔斯特拉斯基本因式…… 54
外尔斯特拉斯第一定理…… 55
外尔斯特拉斯椭圆函数 …… 567,627
外导数 …… 273
外形式丛 …… 273
外实体 …… 345
外函数…… 67
外点…… 37
外映射半径 …… 318
外测度…… 89
外积 …… 272
外容量 …… 308
外集 …… 345
外微分 …… 273
外微分算子 …… 273
包络 C^* 代数 …… 149
主型算子 …… 471
主型算子的亚椭圆性条件 …… 470
立体调和函数 …… 558
冯·诺伊曼代数 …… 150
冯·诺伊曼代数的中心 …… 151
冯·诺伊曼代数的分类 …… 151
冯·诺伊曼代数的分解 …… 152
兰道定理…… 57
兰道常数…… 51
半内积 …… 146,424
半分离解 …… 422
半双线性泛函 …… 124
半正子空间 …… 125
半正定核 …… 493
半共轭 …… 526
半有限冯·诺伊曼代数 …… 151
半有限投影 …… 152
半有限迹 …… 151
半有界变差的向量值测度 …… 102
半有界算子 …… 142

半自反局部凸空间 …… 116
半负子空间 …… 125
半极集 …… 313
半连续函数…… 15
半连续函数隔离定理…… 15
半连续映射 …… 154
半序线性空间 …… 129
半环…… 88
半范数 …… 117
半奇数阶贝塞尔函数 …… 616
半奇数阶变形贝塞尔函数 …… 618
半单的巴拿赫代数 …… 147
半空间 …… 331
半线性偏微分方程 …… 433
半细边界值 …… 313
半细极限 …… 313
半结构稳定性 …… 526
半绝对连续函数…… 23
半流 …… 511
半诺特算子 …… 506
半稳定极限环 …… 396
半稳定性 …… 526
半瘦 …… 313
半端子集 …… 333
汇合型超几何方程 …… 559
汇合型超几何方程的解 …… 602
汇合型超几何函数 …… 559
汉克尔函数 …… 562
司捷克洛夫定理…… 30
尼伦伯格不等式 …… 487
弗里德里希斯不等式 …… 488
弗拉格曼-林德勒夫定理 …… 46
弗罗贝尼乌斯方法 …… 393
弗罗贝尼乌斯定理(经典形式)…… 271
弗罗贝尼乌斯定理(第一形式)…… 271
弗罗贝尼乌斯定理(第二形式)…… 274
弗罗斯特曼引理 …… 367
弗洛伊德定理 …… 217
弗雷歇-泰勒公式 …… 157
弗雷歇可微 …… 155
弗雷歇导算子 …… 155
弗雷歇层 …… 293
弗雷歇定理…… 29
弗雷歇空间 …… 117
弗雷歇幂级数 …… 157
弗雷歇微分 …… 155
弗雷歇解析映射 …… 157
弗雷德霍姆二择一定理 …… 484
弗雷德霍姆公式 …… 492
弗雷德霍姆行列式 …… 189,492
弗雷德霍姆定理 …… 492
弗雷德霍姆线性积分算子 …… 188
弗雷德霍姆型积分微分方程 …… 508
弗雷德霍姆映射 …… 160
弗雷德霍姆映射的拓扑度 …… 173
弗雷德霍姆积分方程 …… 490
弗雷德霍姆理论 …… 189
弗雷德霍姆算子 …… 137,460
加托-泰勒公式 …… 157
加托可微 …… 155
加托全纯映射 …… 157
加托导算子 …… 155
加托幂级数 …… 156
加托微分 …… 154
加权移位算子 …… 143
加性函数方程 …… 509
加廖尔金方法 …… 212
加廖尔金法 …… 478
皮卡大定理…… 56
皮卡小定理…… 56
皮卡问题 …… 481
皮卡例外值…… 56
皮卡定理…… 56
皮卡逐次逼近法 …… 386
边界…… 37
边界对应定理…… 47
边界条件 …… 434
边界的非标准特征 …… 353
边界点…… 37
边值问题 …… 435
边缘的定向 …… 275
发展方程 …… 428,442
发展系统 …… 428
对于非线性算子半群的不变原理 …… 430
对合分布 …… 270
对合方程组 …… 439
对合运算 …… 148
对称化算子 …… 272
对称巴拿赫代数 …… 148
对称双曲型方程组 …… 449
对称双线性泛函 …… 125
对称有界域…… 77
对称张量 …… 272
对称的 n 线性算子 …… 155
对称函数 …… 288
对称埃尔米特流形…… 77
对称核 …… 302,490
对称核方程的性质 …… 492
对称核线性积分算子 …… 190
对称核线性积分算子的特征函数 …… 190
对称核线性积分算子的特征值 …… 190
对称原理的一般形式…… 61
对称算子 …… 141
对称算子的自伴扩张 …… 142
对偶小波框架 …… 358
对偶不变性 …… 116
对偶半群 …… 146
对偶向量丛 …… 278
对偶向量族 …… 121
对偶性质 …… 203
对偶空间 …… 112
对偶函数 …… 337
对偶线性算子 …… 133
对偶映射 …… 168
对偶框架 …… 358
对偶格 …… 131
对偶积分方程 …… 503
对偶理论 …… 338
对偶窗口傅里叶框架 …… 359
对偶锥 …… 333
对偶群 …… 261
对数支点…… 62
对数位势 …… 303
对数残数…… 43
对数核 …… 303
对数积分 …… 561,607
对数留数…… 43
对数容量 …… 310
母函数 …… 572

六　画

动力系统 …… 510
动力系统的中心 …… 514
吉布斯现象 …… 244
吉布斯测度 …… 375
吉洪诺夫不动点定理 …… 175
吉洪诺夫解 …… 462
考尔德伦-赞格蒙分解引理 …… 248
考尔德伦-赞格蒙奇异积分 …… 248
考尔德伦-赞格蒙变换 …… 248
考尔德伦-赞格蒙型分解 …… 260
考尔德伦-赞格蒙核 …… 248
考尔德伦-赞格蒙算子 …… 248
考尔德伦交换子 …… 254
考尔德伦表示定理 …… 254
托内利定理…… 21
托玛级数 …… 555
托姆同构 …… 287
托姆同构定理 …… 287
托姆环面双曲自同构 …… 536
托姆定理 …… 289
托姆空间 …… 289
托姆横截性引理 …… 268
扩大 …… 345
扩充实值函数…… 13
扩充实值集函数…… 89
扩充复平面…… 36
扩张子空间 …… 523

扩张不变集 …… 529
扩张亚纯函数 …… 540
扩张性质 …… 119
扩张定理 …… 350
扩张映射 …… 162,529
扫除 …… 311
扫除问题 …… 311
扫除位势 …… 311
扫除空间 …… 326
扫除空间中的函数锥 …… 326
扫除空间论 …… 326
扫除空间的连续位势 …… 326
扫除函数 …… 311
扫除测度 …… 311
扫除原理 …… 311
扬-芬切尔不等式 …… 337
场的基本函数 …… 206
场的横截曲面 …… 206
共形映射 …… 47
共形等价黎曼曲面 …… 63
共轭丛 …… 288
共轭向量空间 …… 278
共轭级数 …… 242
共轭函数 …… 242,337
共轭函数逼近 …… 220
共轭线性算子 …… 133
共轭点 …… 205,283
共轭映射 …… 278
共轭复数 …… 36
共轭值 …… 205
共轭调和函数 …… 53,246
共轭调和函数系 …… 246
共轭傅里叶积分 …… 247
共鸣定理 …… 133
共依锥 …… 334
共单调逼近 …… 232
共点关系 …… 345
共点定理 …… 345
芒德布罗集 …… 539
亚历山德罗夫极大值原理 …… 484
亚正规算子 …… 143
亚正常算子 …… 143
亚纯函数 …… 54
亚纯函数分解论 …… 59
亚纯函数正规族 …… 59
亚纯函数因式分解 …… 60
亚纯函数的芽层 …… 292
亚纯函数的特征函数 …… 58
亚纯函数的增长级 …… 58
亚纯函数值分布理论 …… 57
亚调和函数 …… 304
亚椭圆常系数微分算子 …… 470
亚椭圆算子 …… 470
过收敛 …… 238
过程 …… 415
协变张量 …… 271
西奈-吕埃尔-鲍恩测度 …… 549
西格尔点 …… 539
西格尔圆 …… 540
西格尔域 …… 76
压力 …… 375
压缩半群 …… 427
压缩向量场 …… 162
压缩映射 …… 161,365
压缩映射不动点定理 …… 174
压缩映射族的不变集 …… 371
压缩算子 …… 141
压缩算子半群 …… 146
在无穷远点的调和性 …… 305
有向图 …… 371
有序线性空间 …… 129
有限 n 连续映射 …… 154
有限广义测度 …… 94
有限广义测度空间 …… 94
有限可加测度 …… 92
有限可加集函数 …… 89
有限冯·诺伊曼代数 …… 151
有限压缩映射族 …… 370
有限阶广义函数 …… 127
有限阶整函数逼近 …… 233
有限约束 …… 203
有限投影 …… 152
有限连续映射 …… 154
有限变差函数 …… 22
有限型子移位 …… 519
有限带宽函数 …… 356
有限迹 …… 151
有限测度 …… 89
有限测度子集定理 …… 367
有限测度代数 …… 91
有限测度环 …… 91
有限测度空间 …… 91
有限秩算子 …… 136
有限维线性空间 …… 108
有限维流形上映射的拓扑度 …… 173
有限管 …… 513
有限覆盖定理 …… 37
有界 n 线性算子 …… 155
有界双线性型 …… 459
有界平均振动函数 …… 67
有界平均振动解析函数 …… 67
有界完备的拓扑线性空间 …… 111
有界变差的向量值测度 …… 102
有界变差函数 …… 22
有界线性泛函 …… 132
有界线性泛函的范数 …… 133
有界线性弱微分 …… 155
有界线性算子 …… 132
有界线性算子的范数 …… 132
有界线性算子空间 …… 133
有界型空间 …… 115
有界映射 …… 154
有界集 …… 37,111
有紧支的函数 …… 32
有紧支集的拟微分算子 …… 295
有理逼近 …… 231
有理逼近的阶 …… 231
存在性定理 …… 216
达布中值公式 …… 38
达布定理 …… 276
达芬方程 …… 400
达伯-萨多夫斯基不动点定理 …… 175
达朗贝尔-欧拉条件 …… 39
达朗贝尔公式 …… 447
列优势 …… 421
列紧集 …… 110
列维-辛钦公式 …… 322
列维问题 …… 79
列维形式 …… 280
列维定理 …… 20
列维函数 …… 474
列维测度 …… 322
成带条件 …… 437
轨线 …… 512
轨道 …… 512
轨道稳定性 …… 403
迈尔场 …… 207
迈尔问题 …… 204
迈耶小波 …… 360
毕晓普-费尔泼斯定理 …… 332
光程(函数) …… 206
光程函数方程 …… 439
光滑分布 …… 270
光滑巴拿赫空间 …… 121
光滑向量场 …… 270
光滑流 …… 270,511
光滑流形 …… 265
光滑模 …… 215
光滑算子 …… 468
光滑覆盖曲面 …… 64
当儒瓦-杨-萨克斯定理 …… 24
当儒瓦-施瓦兹定理 …… 534
当儒瓦不定积分 …… 26
当儒瓦积分 …… 26
当儒瓦流 …… 535
曲线上的切向量 …… 266
同伦算子 …… 285
同构测度环 …… 91
同构测度空间 …… 91
吕埃尔不等式 …… 550
因子 …… 152,527
吸引中心 …… 515
吸收集 …… 110

吸性周期点 …… 539
吸性盆 …… 542
回收方向 …… 333
回收锥 …… 333
回邻锥 …… 334
回转点 …… 519
回复轨道 …… 515
回复运动 …… 515
回复性定理 …… 521
网 …… 366
网收敛的非标准特征 …… 353
网的 s 维豪斯多夫测度 …… 366
网的等价 …… 366
网的强等价 …… 366
网的聚点的非标准特征 …… 353
先验估计 …… 485
迁移卷积半群 …… 320
传递性条件 …… 371
休止点 …… 512
优级数法 …… 389
延森不等式 …… 336
延森公式 …… 54
仿线性化 …… 188
仿积 …… 186
仿积算子 …… 187
仿射包 …… 330
仿射压缩 …… 365
仿射函数 …… 336
仿射映射 …… 365
仿射集 …… 330
仿傅里叶积分算子 …… 188
仿微分算子 …… 187
仿微分算子的象征 …… 187
伪轨跟踪性质 …… 517
伪单调映射 …… 164
伪梯度向量场 …… 177
伪梯度流 …… 177
自反局部凸空间 …… 116
自反的赋范线性空间 …… 119
自反算子代数 …… 153
自由边界问题 …… 465
自由横截性条件 …… 202
自共轭算子 …… 141
自仿集 …… 365
自守函数 …… 64
自伴二阶常微分方程的格林函数 …… 473
自伴边值问题 …… 387
自伴特征值问题 …… 387
自伴随边值问题 …… 458
自伴微分方程 …… 385
自伴算子 …… 141
自伴算子代数 …… 150
自伴算子的谱分解 …… 141
自伴算子的谱表示 …… 141
自治系统闭轨道的稳定性 …… 404
自治泛函微分方程 …… 410
自相似测度 …… 376
自相似测度的维数 …… 376
自相似集 …… 365
自相似集的相似维数 …… 370
自相似集的测度与维数的性质 …… 370
自然分解公理 …… 326
自然边界条件 …… 202,478
自然对偶 …… 113
自然扩张 …… 344
自然扩张映射 …… 344
自然约束 …… 203
自然参数 …… 65
伊滕公式 …… 431
伊滕方程 …… 431
伊滕积分 …… 431
向量小波 …… 363
向量丛 …… 269
向量丛的稳定等价 …… 297
向量场 …… 160,269
向量场产生的流 …… 160
向量场的示性函数 …… 537
向量场的李导数 …… 273
向量场的积分曲线 …… 160,270
向量拓扑 …… 111
向量空间 …… 108
向量空间的张量代数 …… 271
向量空间的张量积 …… 271
向量空间的定向 …… 274
向量格 …… 130
向量值函数 …… 100
向量值函数的积分 …… 101
向量值测度 …… 102
向量值测度的一致可列可加性 …… 103
向量值测度的尼科迪姆有界性定理 …… 103
向量值测度的绝对连续性 …… 102
向量值测度的维塔利-哈恩-萨克斯定理 …… 103
似乎处处 …… 308
后阵面 …… 447
后继函数 …… 396
行优势 …… 421
全连续向量场 …… 161
全连续映射 …… 161
全连续算子 …… 136
全时滞稳定性 …… 412
全吴(文俊)类 …… 287
全局极值 …… 199
全局渐近稳定性 …… 404
全陈类 …… 288
全纯二次微分 …… 65
全纯凸包 …… 78
全纯凸域 …… 78
全纯同构映射 …… 75
全纯向量丛 …… 278
全纯向量丛上的分解定理 …… 300
全纯函数 …… 38
全纯函数正规族 …… 59
全纯线丛 …… 279
全纯映射 …… 75,276
全纯映射的导数 …… 75
全纯映射的雅可比矩阵 …… 75
全纯域 …… 78
全变差 …… 22
全庞特里亚金类 …… 288
全施蒂费尔-惠特尼类 …… 285
全积分 …… 437
全密点 …… 13
全斯廷罗德运算 …… 287
全微分方程 …… 381
合痕 …… 177
负向泊松稳定轨道 …… 513
负向渐近轨道 …… 514
负李亚普诺夫式稳定性 …… 516
负性子空间 …… 125
负性向量 …… 125
负定算子 …… 142
负型不动点 …… 521
各类指数的关系 …… 369
多小波 …… 363
多分辨率分析 …… 359
多边形映射 …… 48
多扩大 …… 346
多扩大的饱和性 …… 346
多扩大的概括性 …… 346
多连通区域 …… 38
多伽马函数 …… 552
多饱和的非标准全域 …… 345
多线性算子 …… 255
多项式的倒数逼近 …… 231
多项式紧算子 …… 136
多重次调和穷竭函数 …… 78
多重次调和函数 …… 78
多重调和函数 …… 318
多重傅里叶级数 …… 243
多复变全纯函数 …… 74
多复变函数论 …… 73
多复变函数的 H^p 空间 …… 84
多复变函数的积分表示 …… 80
多复变解析函数 …… 75
多复变数 BMOA 函数 …… 85
多复变数内函数 …… 85
多复变数布洛赫函数 …… 85
多复变数亚纯函数 …… 85
多复变数自守函数 …… 86
多复变数自守函数的基本

域…… 86
多复变数极大函数…… 85
多复变数奈望林纳函数类…… 84
多复变数斯米尔诺夫函数类…… 85
多值映射 …… 165
多值解析函数…… 62
多维小波 …… 363
多解定理 …… 479
色散变换 …… 501
冲击波 …… 450
刘维尔公式 …… 383
刘维尔定理…… 54,483
齐次边值问题 …… 435
齐次均匀康托尔集 …… 372
齐次均匀康托尔集的维数 …… 373
齐次壳方程 …… 418
齐次张量 …… 272
齐次波动方程柯西问题的解 …… 446
齐次线性边值问题 …… 387
齐次线性系统的稳定性 …… 401
齐次线性微分方程 …… 380
齐次线性微分方程组 …… 382
齐次莫朗集 …… 372
齐次积分方程 …… 490
齐次偏微分方程 …… 433
齐次微分方程 …… 380
齐次算子 …… 132
齐次黎曼问题的一般解 …… 498
齐次黎曼问题的典则函数 …… 498
齐性西格尔域…… 77
齐性有界域…… 76
齐性域…… 76
齐型空间 …… 255
交叉集 …… 542
交比…… 41
交换 C^* 代数的表示 …… 149
交换巴拿赫代数 …… 147
交换巴拿赫代数的表示 …… 148
交错定理 …… 216
次正规算子 …… 143
次正常算子 …… 143
次可加泛函 …… 112
次可加函数 …… 336
次可加遍历定理 …… 549
次可微 …… 339
次扩张亚纯函数 …… 540
次自反空间 …… 120
次导数 …… 339
次连续映射 …… 153
次线性函数 …… 336
次特征 …… 439
次调和函数 …… 246,304
次梯度 …… 339
次微分 …… 339
决定区域 …… 446
亥姆霍兹方程 …… 455
亥姆霍兹方程的格林函数 …… 473
闭区域…… 38
闭平面…… 36
闭凸函数 …… 338
闭包的非标准特征 …… 352
闭轨 …… 395
闭形式 …… 284
闭图象定理 …… 134
闭线性子空间 …… 118
闭线性算子 …… 133
闭球套定理 …… 110
闭集…… 37
闭集上连续函数的延拓定理…… 15
闭集上的抽象柯西问题 …… 425
闭集上的解的存在性 …… 425
闭集的非标准特征 …… 352
闭路径…… 38
闭黎曼曲面…… 63
关于广义测度的积分…… 96
关于圆的对称点…… 40
关于解的极限集上一致稳定性 …… 420
米尔恩方程 …… 503
米林猜想…… 50
米塔-列夫勒定理 …… 54
米赫林乘子定理 …… 248
汤姆森函数 …… 564
守恒律 …… 450
守恒律的广义解 …… 450
安格尔函数 …… 564
安格尔函数和韦伯函数 $E_\nu(z)$…… 619
安诺索夫可微映射 …… 528
安诺索夫同胚 …… 518
安诺索夫向量场 …… 529
安诺索夫封闭引理 …… 532
安诺索夫流 …… 529
安诺索夫微分同胚 …… 528
安德罗诺夫定理 …… 396
导子 …… 265
导出集…… 37
导算子 …… 139,159
收敛半径…… 44
收敛性公理 …… 324
收敛性质 …… 324
收敛圆…… 44
收缩子空间 …… 523
收缩算子 …… 141
阶乘函数 …… 552
阶梯形算法 …… 360
好 λ 不等式 …… 254
纤维 …… 269
纤维丛 …… 268
纤维丛的截面 …… 269
约化子空间 …… 139
约束 …… 203
约翰-尼伦伯格不等式 …… 252
级数收敛的非标准特征 …… 350
级数的无条件收敛 …… 121
级数的收敛 …… 121
级数的绝对收敛 …… 121

七　画

麦克斯韦方程 …… 450
麦克缪伦集 …… 372
麦克缪伦集的维数 …… 372
麦基拓扑 …… 116
麦基空间 …… 115
玛斯传德定理 …… 370
形式对数阵 …… 392
形式对数和 …… 392
形式伴随方程 …… 414
形式洛朗级数 …… 392
形式解阵 …… 391
形变引理 …… 178
扰动 …… 399
坎托罗维奇法 …… 212,478
均衡平移不变距离 …… 112
均衡凸包 …… 111
均衡凸集 …… 111
均衡集 …… 111
抛物发展系统 …… 428
抛物权数 …… 466
抛物变换…… 40
抛物函数 …… 561
抛物线柱函数 …… 560,608
抛物型方程的广义解 …… 465
抛物型方程的拟基本解 …… 463
抛物型方程的拟基本解方法 …… 462
抛物型方程的极大值原理 …… 464
抛物型方程的定解问题 …… 461
抛物型方程的能量不等式 …… 463
抛物型方程组 …… 466
抛物型圆丛…… 42
抛物型圆束…… 41
抛物型偏微分方程 …… 460
抛物域 …… 540
投影极限 …… 117
投影拓扑 …… 117
投影的比较 …… 152
投影算子 …… 135,139
壳方程 …… 418
壳扰动下的稳定性 …… 422
块生成的空间 …… 252
块函数 …… 252

扭扩 …… 511
扭扩空间 …… 512
拟不变测度 …… 99
拟正规族 …… 59
拟正规算子 …… 143
拟正定核 …… 191
拟正常算子 …… 143
拟可逆元 …… 147
拟凸函数 …… 336
拟凸域 …… 78
拟凹函数 …… 336
拟弗雷德霍姆方程 …… 502
拟弗雷德霍姆算子 …… 502
拟对称函数 …… 52
拟扩张亚纯函数 …… 542
拟共形反射 …… 52
拟共形映射 …… 51
拟共形映射存在定理 …… 52
拟共形映射的边值问题 …… 52
拟完备的拓扑线性空间 …… 111
拟局部性质 …… 468
拟局部算子 …… 468
拟范数 …… 117
拟周期函数 …… 420
拟周期线性系统 …… 420
拟变分不等式 …… 480
拟线性化方法 …… 426
拟线性位势论 …… 326
拟线性偏微分方程 …… 433
拟相似线性算子 …… 135
拟逆 …… 469
拟逆元 …… 147
拟埃尔米特-费耶尔插值多项式 …… 230
拟埃尔米特-费耶尔插值多项式逼近 …… 230
拟圆 …… 52
拟基本解 …… 296,469
拟基本解存在定理 …… 469
拟桶型空间 …… 115
拟桶集 …… 115
拟距离 …… 109
拟幂零算子 …… 136
拟微分算子 …… 183,468
拟微分算子的有界性 …… 184
拟微分算子的椭圆点 …… 472
芽 …… 265
芬切尔-莫罗定理 …… 337
芬切尔问题 …… 338
芬斯勒度量 …… 161
芬斯勒结构 …… 160
严格可微 …… 155
严格凸函数 …… 335
严格凸赋范线性空间 …… 120
严格归纳极限 …… 116
严格归纳局部凸拓扑 …… 117
严格凹函数 …… 336
严格拟凸函数 …… 336
严格拟凹函数 …… 336
严格非扩张映射 …… 162
严格单调映射 …… 163
严格勒让德条件 …… 205
劳勃测度 …… 354
劳勃测度空间 …… 354
劳勃积分定理 …… 355
劳勃提升定理 …… 355
劳顿条件 …… 360
劳顿定理 …… 360
克贝 1/4 定理 …… 49
克贝函数的旋转 …… 50
克贝偏差定理 …… 49
克列因-米尔曼定理 …… 333
克列因-米尔曼端点定理 …… 113
克列因-鲁特曼定理 …… 191
克列因空间 …… 125
克里洛夫-萨弗诺夫估计 …… 486
克里斯托费尔-施瓦兹公式 …… 48
克利猜测 …… 239
克纳塞横截性定理 …… 208
克拉克广义方向导数 …… 340
克拉克切锥 …… 334
克罗内克指数 …… 286
克莱罗方程 …… 381
克莱姆点 …… 539
克莱茵-戈登方程 …… 442
克勒流形 …… 82
克勒流形上的分解定理 …… 300
杜·布瓦-雷蒙引理 …… 199
杜勃维茨基-米柳金锥 …… 334
杜俊基延拓定理 …… 173
极 …… 116
极大代数 …… 148
极大交换自伴代数 …… 151
极大极小原理 …… 479
极大极分解 …… 142
极大单调映射 …… 163
极大积分流形 …… 271
极大理想 …… 148
极大增生映射 …… 164
极小化极大 …… 210
极小化序列 …… 212,477
极小边界 …… 317
极小动力系统 …… 515
极小曲面 …… 197
极小曲面方程 …… 487
极小吸引中心 …… 515
极小极大原理 …… 178
极小歧变集 …… 538
极小周期轨道 …… 522
极小细拓扑 …… 317
极小值原理 …… 305
极小调和函数 …… 316
极小集 …… 398,515
极小瘦 …… 316
极子空间 …… 235
极化函数 …… 337
极化恒等式 …… 125
极拓扑 …… 116
极限环 …… 396
极限环不存在性判别法 …… 396
极限环存在性判别法 …… 397
极限环惟一性判别法 …… 397
极限环稳定性的判定 …… 396
极限的非标准特征 …… 350
极限紧向量场 …… 163
极限紧映射 …… 163
极限集理论 …… 397
极点 …… 44
极值 …… 198
极值场 …… 208
极值曲线 …… 198,475
极值函数 …… 198
极集 …… 310,333
极锥 …… 333
极端点 …… 51
李-约克混沌 …… 521
李亚普诺夫-施密特过程 …… 158
李亚普诺夫式稳定性 …… 516
李亚普诺夫曲面 …… 488
李亚普诺夫泛函方法 …… 412
李亚普诺夫函数 …… 403
李亚普诺夫函数的存在性 …… 404
李亚普诺夫函数法 …… 422
李亚普诺夫特征指数 …… 549
李亚普诺夫特征数 …… 401
李亚普诺夫第一方法 …… 402
李亚普诺夫第二方法 …… 402
李亚普诺夫稳定性 …… 401
李括号 …… 270
李特尔伍德-佩利 g 函数 …… 250
李特尔伍德三原则 …… 17
李球 …… 77
李普希茨区域 …… 314
李普希茨同胚 …… 119
李普希茨连续映射 …… 154
李普希茨条件 …… 154
李普希茨映射 …… 366
李普希茨常数 …… 154
更新方程 …… 410
两点边值问题 …… 387
酉等价 …… 141
酉算子 …… 140
酉算子的谱分解 …… 141
酉算子的谱表示 …… 141
酉算子群 …… 146

酉算子群的斯通定理 …… 146
酉膨胀 …… 141
连带的测度环…… 91
连带勒让德方程 …… 556
连带勒让德函数 …… 557,591
连结问题…… 69
连通集…… 38
连续小波变换 …… 356
连续小波变换的重构公式 …… 356
连续双线性型 …… 459
连续半动力系统 …… 511
连续动力系统 …… 511
连续动态系统的最优控制 …… 476
连续曲线…… 37
连续的非标准特征 …… 350
连续性原理 …… 303
连续性模 …… 215
连续函数可微点集的结构…… 15
连续映射 …… 153
连续流 …… 511
连续集值映射 …… 165
连续窗口傅里叶变换 …… 356
连续窗口傅里叶变换的重
　构公式 …… 357
连续模 …… 215
连续谱 …… 135
肖特基定理…… 57
时向曲线 …… 445
时向曲面 …… 445
时间 1 映射 …… 511
时间 t 映射 …… 511
时滞动力系统 …… 415
时滞系统 …… 409
时频局部化算子 …… 357
吴(文俊)类 …… 287
里茨方法 …… 211,478
里斯-绍德尔理论 …… 136
里斯-费希尔定理 …… 29
里斯-菲舍尔定理 …… 123
里斯分解定理 …… 306
里斯分数次积分 …… 260
里斯引理 …… 119
里斯凸性定理 …… 250
里斯位势 …… 250,302
里斯位势论 …… 302
里斯表示定理…… 31
里斯变换 …… 249
里斯定理…… 17
里斯空间 …… 129
里斯核 …… 302
里斯基 …… 359
里斯算子 …… 295,505
别索夫空间 …… 247,261
帐篷空间 …… 254
利玉域 …… 540
利赫滕斯坦定理 …… 209
伸缩与旋转映射…… 41
伸缩率…… 47
伯西柯维奇函数的维数 …… 374
伯克霍夫中心 …… 514
伯克霍夫积分 …… 101
伯克霍夫插值多项式 …… 229
伯克霍夫插值多项式逼近 …… 229
伯克霍夫遍历定理 …… 543
伯努利方程 …… 380
伯努利多项式 …… 572,650
伯努利拓扑 …… 320
伯努利移位 …… 543
伯努利数 …… 572,651
伯格曼投影…… 68
伯格曼空间…… 67
伯格曼度量…… 83
伯格曼度量方阵…… 83
伯格曼核函数…… 82,236
伯格曼流形…… 83
伯恩施坦-鲁宾孙定理 …… 355
伯恩斯坦不等式 …… 218
伯恩斯坦引理 …… 236
伯恩斯坦多项式 …… 226
伯恩斯坦型定理 …… 220
伯恩斯坦算子 …… 226
伯恩斯坦算子逼近 …… 226
位势 …… 302
位势方程 …… 452
位势网(列)的收敛准则 …… 309
位势论 …… 301
位势的基本原理 …… 303
位相函数 …… 181,471
伴随方程 …… 463
伴随边界条件 …… 387
伴随边值问题 …… 387,458
伴随形式 …… 299
伴随线性算子 …… 133
伴随组 …… 458
伴随微分方程 …… 385
伽马函数 …… 551,576
伽马函数的外尔斯特拉斯
　无穷乘积公式 …… 552
伽马函数的欧拉无穷乘积
　公式 …… 552
近于一致收敛…… 17
近于连续的函数…… 14
近乎处处 …… 308
近似导数…… 25
近似极限…… 14
近似连续…… 14
近似点谱 …… 135
近标准点 …… 353
余 σ 函数 …… 567
余区间…… 10
余切丛 …… 268
余切向量 …… 266
余切向量场 …… 160
余切空间 …… 266
余向量 …… 104
余弦积分 …… 561,608
余弦傅里叶系数 …… 241
余弦算子函数 …… 427
余弦算子函数的生成定理 …… 428
余误差函数 …… 560
余集…… 37
希尔-吉田耕作定理 …… 145,427
希尔方程 …… 570
希尔伯特-施密特范数 …… 137
希尔伯特-施密特定理 …… 191,492
希尔伯特-施密特积分算子 …… 190
希尔伯特-施密特算子 …… 137
希尔伯特-黎曼流形 …… 161
希尔伯特不变积分 …… 206
希尔伯特边值问题…… 69,501
希尔伯特变换 …… 249,295,501
希尔伯特空间 …… 122
希尔伯特空间中的变分不
　等式 …… 480
希尔伯特空间的共轭空间 …… 123
希尔伯特空间的维数 …… 124
希尔伯特核 …… 501
希尔伯特核奇异积分方程 …… 501
希尔伯特流形 …… 161,275
希尔伯特第 16 问题…… 398
希洛夫边界 …… 318
坐标丛 …… 269
邻域…… 37
邻接锥 …… 334
狄氏型 …… 326
狄氏型理论 …… 325
狄利克雷区域…… 53
狄利克雷边值问题 …… 435
狄利克雷问题…… 53,453
狄利克雷级数…… 45
狄利克雷级数收敛半平面…… 45
狄利克雷级数的收敛横标…… 45
狄利克雷形式 …… 326
狄利克雷泛函 …… 198
狄利克雷空间 …… 325
狄利克雷空间论 …… 325
狄利克雷组 …… 458
狄利克雷核 …… 227,241
狄利克雷原理 …… 315,477
狄利克雷积分 …… 198,315,477
狄利克雷域 …… 314
狄喇克 δ 函数 …… 126
狄喇克分布 …… 126
狄喇克测度…… 91
角极限 …… 314

角谷静夫-樊墩-格里克斯伯格不动点定理 …… 176
角微商 …… 40
条件极值 …… 203
条件极值变分问题 …… 475
条件基 …… 122
条件熵 …… 546
亨特-惠登定理 …… 314
亨特核 …… 322
亨斯托克积分 …… 27
亨斯托克积分的微积分基本定理 …… 28
亨斯托克控制收敛定理 …… 27
亨森引理 …… 346
库辛第一问题 …… 86
库辛第二问题 …… 86
库恩-塔克尔定理 …… 339
库默尔方程 …… 559
库默尔函数 …… 559,599
序有界 …… 130
序有界线性算子 …… 131
序列有界的非标准特征 …… 350
序列收敛的非标准特征 …… 350
序列完备的拓扑线性空间 …… 111
序列的极限点的非标准特征 …… 350
序列概括的非标准全域 …… 346
序收敛 …… 130
序极限 …… 130
序完备向量格 …… 130
辛形式 …… 276
间断条件 …… 450
间断解 …… 450
闵茨多项式 …… 233
闵茨系统 …… 233
闵茨逼近 …… 233
闵科夫斯基泛函 …… 112
闵科夫斯基定理 …… 335
闵科夫斯基函数 …… 336
闵科夫斯基容度 …… 368
闵科夫斯基维数 …… 368
沙可夫斯基序 …… 521
沙可夫斯基定理 …… 521
沃尔什正交系 …… 224
沃尔什多项式 …… 225
沃尔什函数 …… 224
沃尔什逼近 …… 224
沃尔定理 …… 267
沃尔泰拉非线性积分算子 …… 192
沃尔泰拉线性积分算子 …… 191
沃尔泰拉型积分微分方程 …… 508
沃尔泰拉积分方程 …… 495
泛定方程 …… 434
泛函分析 …… 107
泛函的极值 …… 475
泛函的极值函数 …… 475
泛函的变分 …… 475
泛函的临界点 …… 176
泛函的临界值 …… 176
泛函积分 …… 99
泛函微分方程 …… 405
泛函微分方程的广义解 …… 408
泛函微分方程的边值问题 …… 415
泛函微分方程的通解 …… 414
泛函微分方程的稳定性 …… 411
泛函微分方程解的延拓 …… 407
完全正交系 …… 123
完全正线性泛函 …… 150
完全正线性映射 …… 150
完全可加集函数 …… 89
完全加法类 …… 88
完全有界集 …… 110
完全非线性偏微分方程 …… 433
完全非稳定动力系统 …… 516
完全测度 …… 92
完全核 …… 321
完全预层 …… 292
完全椭圆积分 …… 566
完全解析函数 …… 61
完全稳定性 …… 404
完备正交系 …… 123
完备系 …… 242
完备的巴拿赫-芬斯勒流形 …… 161
完备的希尔伯特-黎曼流形 …… 161
完备的拓扑线性空间 …… 111
完备的概率度量空间 …… 169
完备性公理 …… 324
完备度量空间 …… 109
完备测度 …… 92
完备测度空间 …… 92
完整约束 …… 203
补法向量 …… 483
补法向微商 …… 483
初-边值问题 …… 435,461
初始条件 …… 434
初始值 …… 434
初始集 …… 408
初值问题 …… 434
初等不动点 …… 524
初等扩张原理 …… 350
初等的非标准分析模型 …… 346
初等波 …… 451
初等复变函数 …… 39
初等算子 …… 139
层 …… 291
层同构 …… 291
层同态 …… 291
层论 …… 290
层系数的上同调群 …… 292
层的分解 …… 292
层的标准分解 …… 292
层的截面 …… 291
层的截面预层 …… 291
局部 m 凸拓扑代数 …… 153
局部三角变换 …… 363
局部不稳定流形 …… 530
局部不稳定集 …… 530
局部化原理 …… 242
局部化理论 …… 506
局部正则化算子 …… 507
局部正则性刻画 …… 357
局部可积函数 …… 32,127
局部可解性 …… 469
局部可解性定理 …… 469
局部凸拓扑代数 …… 153
局部凸空间 …… 112
局部有界拓扑代数 …… 153
局部有界空间 …… 112
局部有界映射 …… 154
局部极值 …… 198
局部极集 …… 310
局部李普希茨连续映射 …… 154
局部李普希茨函数 …… 340
局部坐标系 …… 265
局部序凸空间 …… 131
局部拓扑共轭 …… 526
局部拓扑等价 …… 526
局部线性化 …… 421
局部型算子 …… 507
局部哈代空间 …… 255
局部结构稳定性 …… 528
局部紧交换群 …… 261
局部紧空间的 $K(X)$ …… 297
局部乘积结构 …… 532
局部流 …… 270
局部流等价 …… 526
局部浸入 …… 159
局部浸盖 …… 159
局部诺特算子 …… 507
局部预解集 …… 138
局部域 …… 258
局部域上的 B 函数 …… 260
局部域上的 Γ 函数 …… 260
局部域上的分布 …… 259
局部域上的分布空间 …… 259
局部域上的希尔伯特变换 …… 261
局部域上的泊松型核 …… 259
局部域上的恒等逼近核 …… 261
局部域上的特征的分歧性质 …… 259
局部域上的检验函数空间 …… 259
局部域上的傅里叶级数 …… 258
局部域上的傅里叶变换 …… 259
局部域上函数的导数 …… 261
局部超调和函数 …… 324

局部集压缩映射 …… 162
局部赫尔德连续性 …… 357
局部截痕 …… 512
局部稳定流形 …… 530
局部稳定集 …… 530
局部算子 …… 468
局部谱 …… 138
局部熵 …… 547
局部凝聚映射 …… 162
张量 …… 271
阿贝尔-泊松平均 …… 245
阿贝尔投影 …… 151
阿贝尔定理 …… 45
阿贝尔函数方程 …… 509
阿贝尔积分 …… 62
阿贝尔积分方程 …… 495
阿贝尔积分算子 …… 495
阿贝尔微分 …… 63
阿贝尔簇 …… 277
阿龙扎扬-史密斯核 …… 303
阿尔佩尔条件 …… 238
阿达马三圆定理 …… 47
阿达马因子分解定理 …… 54
阿希士尔-列维坦积分 …… 233
阿希士尔-列维坦积分逼近 …… 233
阿佩尔二变量超几何函数 …… 556
阿波罗尼奥斯圆族 …… 41
阿南达姆-布雷洛位势 …… 303
阿诺尔德-霍曼环 …… 540
阿基米德向量格 …… 130
阿基米德单位 …… 130
阿梅留定理 …… 419
阿蒂亚-辛格指标定理 …… 298
阿蒂亚-博特-莱夫谢茨数 …… 298
陈(省身)类 …… 288
陈类的乘积公式 …… 288
陈特征标 …… 289
陈数 …… 288
陈数的线性独立性 …… 289
阻碍集 …… 537
附属变分问题 …… 204
纯无限冯·诺伊曼代数 …… 151
纯无限投影 …… 152
纯不连续群 …… 277
纯态 …… 150
纯虚数 …… 35
纯量算子 …… 138
纳维-斯托克斯方程 …… 450
纽曼定理 …… 231

八　画

环 …… 88
环面上的无理流 …… 535
环面上的微分方程 …… 399
环面自同态 …… 536
环绕 …… 178
环绕数 …… 42,297
现代微分算子理论 …… 181
表现定理 …… 393
规范正交多项式系 …… 222
规范正交系 …… 123,242
规范正交基 …… 124
拓扑 Ω 稳定性 …… 527
拓扑不可约表示 …… 147
拓扑双曲不变集 …… 518
拓扑可迁 …… 516
拓扑可测空间 …… 90
拓扑代数 …… 153
拓扑动力系统 …… 510
拓扑共轭 …… 525
拓扑压 …… 548
拓扑传递 …… 516
拓扑向量空间 …… 111
拓扑安诺索夫同胚 …… 518
拓扑安诺索夫映射 …… 518
拓扑里斯空间 …… 131
拓扑空间上的贝尔测度 …… 98
拓扑空间上的波莱尔测度 …… 97
拓扑空间上的波莱尔集类 …… 97
拓扑线性空间 …… 111
拓扑线性空间的泛函延拓定理 …… 112
拓扑度 …… 171
拓扑混合 …… 516
拓扑等价 …… 421,525
拓扑幂零元 …… 147
拓扑稳定性 …… 525
拓扑熵 …… 375,547
抽象边界 …… 316
抽象位势锥 …… 316
抽象空间 $L^p(1\leqslant p\leqslant+\infty)$ …… 131
抽象空间中的微分方程 …… 423
抽象空间的锥 …… 425
抽象柯西问题 …… 146,423
抽象柯西问题局部解的存在性 …… 424
抽象柯西问题的皮卡定理 …… 423
抽象柯西问题解的存在惟一性 …… 425
抽象柯西问题整体解的存在性 …… 425
抽象测度 …… 89
抽象测度论 …… 88
抽象积分 …… 93
抽象积分论 …… 88
抽象调和分析 …… 257
抽象调和锥 …… 316
抽象逼近 …… 238
拉东-尼科迪姆导数 …… 96
拉东-尼科迪姆性质 …… 102
拉东-尼科迪姆定理 …… 95
拉东变换 …… 496
拉东测度 …… 98
拉东积分方程 …… 496
拉回 …… 269
拉克斯-密格拉蒙定理 …… 459
拉兹密辛条件 …… 412
拉格朗日-查皮特方法 …… 438
拉格朗日式正稳定 …… 515
拉格朗日式负稳定 …… 515
拉格朗日式稳定 …… 515
拉格朗日问题 …… 204
拉格朗日函数 …… 198,338
拉格朗日乘子 …… 338
拉格朗日乘子法 …… 476
拉格朗日乘数 …… 203
拉格朗日插值多项式 …… 228
拉格朗日插值多项式逼近 …… 228
拉萨尔不变原理 …… 405
拉梅多项式 …… 569
拉梅函数 …… 569
拉梅微分方程 …… 568
拉盖尔多项式 …… 223,574,646
拉普拉斯-贝尔特拉米算子 …… 299
拉普拉斯方程 …… 452
拉普拉斯方程的基本解 …… 455
拉普拉斯变换 …… 482
拉普拉斯变换法 …… 384
拉普拉斯算子 …… 452
拉普拉斯算子的格林函数 …… 473
拉普拉斯算子的特征值问题 …… 460
拉德马赫级数的维数 …… 374
拉德马赫函数系 …… 256
若尔当分解定理 …… 22
若尔当曲线 …… 38
若尔当定理 …… 38
若尔当弧 …… 37
范数 …… 117
范数拓扑 …… 113
直交 …… 123
直交投影 …… 123
直交投影算子 …… 139
直交系 …… 123
直交补 …… 123
直交和 …… 124
直线 …… 330
直线开集的构成区间 …… 10
直接吸收盆 …… 540
直接解析开拓 …… 61
茎 …… 291
林德勒夫渐近定理 …… 46
松弛牛顿法 …… 542
构造外测度的方法 …… 90

杰克森定理 …… 218
杰克森型定理 …… 220
杰克森核 …… 227
杰克森算子逼近 …… 226
码映射 …… 375
奈望林纳理论…… 58
奇支集 …… 470
奇异自伴边值问题 …… 388
奇异初值问题 …… 467
奇异拉东变换 …… 257
奇异性凝聚原理 …… 134
奇异函数…… 24
奇异点 …… 540
奇异点集 …… 540
奇异积分方程 …… 496
奇异积分方程的正则化 …… 500
奇异积分方程的指标 …… 499
奇异情形 …… 535
奇性传播定理 …… 470
奇点 …… 390,512
奇点指标 …… 534
奇解 …… 437
奇谱 …… 470
态 …… 150
欧拉-拉格朗日方程 …… 199
欧拉-拉格朗日方程的不变性 …… 200
欧拉-拉格朗日定理 …… 203
欧拉-拉格朗日乘数 …… 203
欧拉公式…… 36
欧拉方程 …… 200,384,475
欧拉必要条件 …… 199
欧拉有限差分法 …… 476
欧拉多项式 …… 572,650
欧拉法 …… 212
欧拉类 …… 287
欧拉常数 …… 552,581
欧拉数 …… 572,650
转换原理 …… 344
转移同胚 …… 517
转移自同构 …… 519
转移自同胚 …… 519
转移自映射 …… 519
转移函数 …… 269
转置核 …… 302
软层 …… 292
到波莱尔集的 α 扫除 …… 312
非三角傅里叶分析 …… 240
非切向边界值 …… 313
非切向极限值…… 67
非正则奇点 …… 391
非正则点 …… 312
非正常积分的非标准特征 …… 351
非平凡分解…… 60
非凸分析 …… 329
非对称核的积分方程 …… 493
非扩张映射 …… 162
非扩张映射不动点定理 …… 174
非光滑分析 …… 168,329
非自伴边值问题 …… 388
非齐次边值问题 …… 435
非齐次波动方程柯西问题的解 …… 447
非齐次线性边值问题 …… 387
非齐次线性概周期微分方程 …… 418
非齐次线性微分方程 …… 380
非齐次线性微分方程组 …… 382
非齐次黎曼问题的一般解 …… 498
非完整约束 …… 203
非阿基米德赋值 …… 258
非固有鞍点 …… 516
非限覆盖曲面…… 64
非线性二阶微分方程的边值问题 …… 426
非线性公理位势论 …… 326
非线性本征值 …… 157
非线性弗雷德霍姆积分方程 …… 507
非线性边值问题 …… 389
非线性位势论 …… 326
非线性希尔-吉田耕作定理 …… 427
非线性沃尔泰拉积分方程 …… 507
非线性奇异积分方程 …… 507
非线性映射 …… 153
非线性特征元 …… 157
非线性特征向量 …… 157
非线性特征值 …… 157
非线性积分方程 …… 507
非线性积分方程中的拓扑方法 …… 194
非线性积分方程中的变分方法 …… 193
非线性积分算子 …… 508
非线性积分算子的全连续性 …… 193
非线性调和空间 …… 326
非线性偏微分方程 …… 433
非线性逼近 …… 230
非线性算子 …… 153
非线性算子半群的稳定性 …… 429
非标准分析 …… 341
非标准全域 …… 343
非标准泛函分析 …… 355
非标准拓扑 …… 352
非标准实数 …… 349
非标准测度论 …… 354
非标准微积分 …… 346
非退化子空间 …… 125
非退化奇点 …… 394
非退化的调和簇 …… 323
非退化临界点 …… 179,281
非绝对积分…… 19
非原子测度…… 92
非原子测度空间…… 92
非紧半单李群上的傅里叶变换 …… 257
非紧性测度 …… 162,424
非调和比…… 41
非游荡点 …… 514
非游荡集 …… 514
歧变集 …… 538
歧点 …… 158
具有双曲坐标的同胚 …… 518
具有里斯表示的算子 …… 103
具有非负特征形式的二阶方程 …… 452
迪厄多内的例子 …… 424
迪尼导数…… 24
迪拉克定理 …… 397
典则方程组 …… 439
典则变换 …… 471
典范方程组 …… 200,537
典范变换 …… 201
典范乘积…… 54
典型纤维 …… 269
典型坐标 …… 533
典型条件测度族 …… 546
典型域…… 77
典型淹没 …… 268
固有映射 …… 161
固定边界变分问题 …… 198
罗伊登紧致化 …… 317
罗伯森猜想…… 50
罗曼-梅尼绍夫定理 …… 40
帕尔型插值逼近 …… 229
帕塞瓦尔公式 …… 262
帕塞瓦尔定理 …… 243
帕塞瓦尔等式…… 29,124,243
帕德表 …… 232
帕德逼近 …… 232
凯莱变换 …… 141
图册 …… 265
图递归矩阵 …… 371
图递归集 …… 371
图递归集的维数 …… 371
迭代函数系 …… 371
迭核 …… 190
季曼定理 …… 218
佩龙下函数…… 26
佩龙上函数…… 26
佩龙积分…… 27
佩克索托定理 …… 531
佩利-维纳定理 …… 246

佩蒂斯可测性定理 …… 100
佩蒂斯积分 …… 101,167
依序列下半连续函数 …… 177
依序列弱下半连续泛函 …… 177
依测度收敛…… 16
依赖区域 …… 446
质量分布原理 …… 367
彼得-外尔定理 …… 257
彼得罗夫斯基意义下的双
曲型方程 …… 449
肥集 …… 313
周(炜良)定理 …… 277
周期分支 …… 540
周期平行四边形 …… 567
周期轨道 …… 512
周期轨道的周期 …… 512
周期系统 …… 416
周期系数线性微分方程组 …… 385
周期拉梅函数 …… 569,636
周期点 …… 512
周期循环 …… 540
周期解的存在性 …… 413
饱和公理 …… 348
饱和的非标准全域 …… 345
饱和的超结构嵌入 …… 350
变分不等式 …… 479
变分方法…… 50
变分问题 …… 198,475
变分问题的反问题 …… 211
变分问题的直接法 …… 211
变分法 …… 196
变分法基本引理 …… 199
变分学 …… 197
变分原理 …… 210,477,548
变分积分 …… 198
变分被积函数 …… 198
变动边界变分问题 …… 203
变形马蒂厄方程 …… 571
变形马蒂厄函数 …… 571
变形贝塞尔函数 …… 563,617
变量分离法 …… 380
庞加莱-本迪克松定理 …… 397
庞加莱-霍普夫指标定理 …… 535
庞加莱不等式 …… 488
庞加莱引理 …… 284
庞加莱对偶性定理 …… 300
庞加莱回归定理 …… 543
庞加莱环域定理 …… 397
庞加莱映射 …… 396,512
庞加莱球面 …… 395
庞加莱锥条件 …… 314
庞特里亚金-安德罗诺夫定
理 …… 530
庞特里亚金对偶性定理 …… 261
庞特里亚金定理 …… 410
庞特里亚金空间 …… 125
庞特里亚金空间的正则分
解 …… 125
庞特里亚金类 …… 288
庞特里亚金数 …… 288
庞特里亚金数的线性独立
性 …… 289
闸函数 …… 314,453
闸锥 …… 333
卷积 …… 241,483
卷积方程 …… 502
卷积半群 …… 320
卷积型积分方程 …… 503
卷积算子 …… 502
单子 …… 349
单叶函数论…… 49
单叶函数参数表示法…… 50
单边拓扑马尔可夫链 …… 519
单连通区域…… 38
单位分解 …… 139,265
单位分解存在性定理 …… 265
单位圆到单位圆的映射…… 41
单层位势 …… 303,488
单层位势导数的跃度关系 …… 488
单纯形 …… 331
单侧极值 …… 209
单侧移位算子 …… 143
单参数变换群 …… 511
单参数微分同胚群 …… 270
单复变函数论…… 34
单值化…… 62
单值化定理…… 63
单值性定理…… 62
单射线性算子 …… 132
单浸入 …… 267
单调有理逼近 …… 231
单调迭代方法 …… 426
单调函数…… 21
单调型映射的满值性定理 …… 168
单调映射 …… 163
单调类…… 88
单调逼近 …… 232
法瓦尔条件 …… 419
法瓦尔定理 …… 234,419
法图-杜布定理 …… 314
法图分支 …… 539
法图分支的有界性 …… 540
法图引理…… 20
法图集 …… 538
法映射 …… 484
法锥 …… 334
泊松公式 …… 447
泊松方程 …… 454
泊松平均 …… 244
泊松括号 …… 437
泊松核…… 53,244,455
泊松核函数…… 84
泊松积分…… 84,246,304,455
泊松积分公式…… 53,454
泊松稳定轨道 …… 513
沿点集的下极限…… 14
沿点集的上极限…… 13
沿点集的导数…… 25
沿点集的极限…… 13
沿路径的积分…… 42
波尔查诺-外尔斯特拉斯定
理…… 37
波动方程 …… 445
波动方程的能量不等式 …… 448
波动方程的基本解 …… 445
波的后效应 …… 447
波的弥散 …… 447
波前集 …… 470
波莱尔-瓦利隆方向 …… 57
波莱尔方向…… 57
波莱尔可测空间…… 90
波莱尔可测函数 …… 18,97
波莱尔例外值…… 57
波莱尔定理…… 56
波莱尔函数…… 97
波莱尔测度空间…… 91
波莱尔集 …… 11,97
波莱尔集类…… 88
波赫哈默尔围道 …… 559
定向丛 …… 287
定向配边类 …… 289
定常系统的奇点 …… 394
定解问题 …… 434
定解问题的解 …… 435
定解条件 …… 434
空向曲面 …… 445
实 n 平面丛 …… 285
实主型拟微分算子 …… 469
实向量丛 …… 269
实系数微分奇异同调群 …… 284
实直线上开集的构造…… 10
实变函数论…… 10
实变函数逼近论 …… 214
实轴…… 36
实部…… 35
试验函数 …… 226
郎金-于果里奥条件 …… 450
弦振动方程 …… 445
孤立子 …… 451
孤立若尔当弧 …… 540
孤立奇点…… 44
孤立波 …… 451
孤立点…… 37
孤立零点的指数 …… 172
降维法 …… 447

函数元素 …… 61
函数公理 …… 348
函数代数 …… 148
函数在一点处有界的非标准特征 …… 350
函数在一点的 δ 振幅 …… 373
函数在区间上的 δ 变差 …… 373
函数在区间上的总变差 …… 374
函数论零集 …… 319
函数连续点集的结构 …… 15
函数层 …… 323
函数构造论 …… 214
函数图象 …… 373
函数图象的闵科夫斯基维数 …… 374
函数图象的豪斯多夫维数 …… 374
函数的支集 …… 32
函数的正部 …… 16
函数的平均值 …… 417
函数的凸化 …… 338
函数的负部 …… 16
函数的闭凸化 …… 338
函数的变分 …… 199
函数的勒贝格点 …… 23
函数空间 …… 28
函数空间 $C_{2\pi}$ …… 215
函数空间 C^k …… 32
函数空间 $C[a,b]$ …… 215
函数空间 $H_0^k(\Omega)$ …… 456
函数空间 $S(E)$ …… 31
函数空间 $W_2^{r,s}(Q_T)$ …… 464
函数空间 $\mathring{W}_2^{r,s}(Q_T)$ …… 465
函数类 $L_{2\pi}^p$ …… 215
函数类 $L^p[a,b]$ …… 215
函数类的逼近阶 …… 234
函数逼近论 …… 213
函数簇 …… 323
参数变分积分 …… 209
线性子空间 …… 108
线性子空间的余维数 …… 108
线性子空间的补子空间 …… 109
线性无关的子空间 …… 108
线性无关集 …… 108
线性双曲型方程组 …… 449
线性包 …… 108
线性边值问题 …… 387
线性同态 …… 109
线性同胚 …… 111
线性同胚映射 …… 111
线性泛函 …… 132
线性泛函延拓定理 …… 118
线性泛函微分方程 …… 414
线性表示 …… 108
线性拓扑 …… 111
线性拓扑同构 …… 111
线性拓扑空间 …… 111
线性变分问题 …… 209
线性变换 …… 40
线性变换的保对称性 …… 41
线性变换的保交比性 …… 41
线性变换的保圆周性 …… 41
线性空间 …… 107
线性空间中的线段 …… 110
线性空间中的超平面 …… 108
线性空间的对偶 …… 113
线性空间的直接和 …… 108
线性空间的线性同构 …… 109
线性空间的乘积空间 …… 109
线性空间的基 …… 108
线性空间的商空间 …… 108
线性空间的维数 …… 108
线性组合 …… 108
线性映射 …… 132
线性映射的图象 …… 133
线性积分方程 …… 490
线性积分算子的分解 …… 191
线性积分算子的全连续性 …… 191
线性宽度 …… 234
线性常微分方程 …… 382
线性距离空间 …… 111
线性偏微分方程 …… 433
线性逼近 …… 230
线性微分方程组 …… 382
线性微分算子 …… 181
线性算子 …… 132
线性算子内插定理 …… 250
线性算子扰动理论 …… 138
线性算子的正交和 …… 139
线性算子的自交换子 …… 144
线性算子的交换子 …… 144
线性算子的闭扩张 …… 134
线性算子的闭延拓 …… 134
线性算子的闭值域定理 …… 134
线性算子的极分解 …… 142
线性算子的初等运算 …… 132
线性算子的直角分解 …… 142
线性算子的单值扩张性 …… 138
线性算子的核 …… 132
线性算子的最小闭扩张 …… 134
线性算子的零空间 …… 132
线性算子逼近 …… 225
线性横截条件 …… 531
线段 …… 330
组合庞特里亚金类 …… 290
细开集 …… 313
细边界值 …… 313
细闭包 …… 313
细闭集 …… 313
细极限 …… 313
细拓扑 …… 312
终归紧向量场 …… 163
终归紧向量场的拓扑度 …… 172
终归紧映射 …… 163
绍凯边界 …… 318
绍凯表现定理 …… 318
绍凯积分表示理论 …… 334
绍凯容量 …… 308
绍德尔不动点定理 …… 174
绍德尔内估计 …… 485
绍德尔全局估计 …… 485
绍德尔估计 …… 485
绍德尔基 …… 121
经典分析模型 …… 346
经典位势 …… 303
经典位势论 …… 303
经典狄利克雷问题 …… 314
经典调和分析 …… 240
经典解 …… 434
经常干扰作用下的稳定性 …… 404

九　画

玻尔-诺伊格鲍尔理论 …… 419
玻尼极值原理 …… 484
挂谷宗一极大函数 …… 255
挠率 …… 279
指示函数 …… 337
指定平均曲率方程 …… 487
指标定理的上同调形式 …… 298
指标理论 …… 180
指标算子 …… 459
指数 …… 281
指数级数 …… 46
指数型二分性 …… 419
指数积分 …… 561,607
按一次近似决定稳定性 …… 401
按范数收敛 …… 31
按度量收敛 …… 109
带边 C^k 流形 …… 275
带位移的奇异积分方程 …… 504
带调和函数 …… 246,558
带符号测度 …… 94
胡尔维茨 ζ 函数 …… 553
胡尔维茨定理 …… 44
茹利亚方向 …… 57
茹利亚点 …… 59
茹利亚集 …… 538
茹利亚集的测度 …… 541
茹科夫斯基变换 …… 72
标准 p 单形 …… 274
标准分析 …… 342
标准丛 …… 279
标准全域 …… 343
标准定义原理 …… 345
标准实体 …… 345

标准实数 …… 349
标准部分 …… 349
标准部分公理 …… 349
标准部分定理 …… 349
标准部分映射 …… 349
标准假设 …… 418
柯巴雅西-罗伊登度量 …… 84
柯巴雅西伪距…… 84
柯尔莫哥洛夫-西奈不变量 …… 546
柯尔莫哥洛夫-西奈定理 …… 547
柯尔莫哥洛夫不等式 …… 255
柯尔莫哥洛夫定理…… 31,217
柯尔莫哥洛夫特征 …… 239
柯西-凡塔皮耶积分表示 …… 80
柯西-阿达马公式 …… 44
柯西-柯瓦列夫斯卡娅定理 …… 443
柯西-赛格积分表示 …… 80
柯西-黎曼条件 …… 39
柯西主值 …… 497
柯西主值积分…… 68
柯西问题 …… 434
柯西初值问题 …… 389
柯西奇异积分方程 …… 194
柯西奇异积分算子 …… 499
柯西定理…… 42,389
柯西型积分 …… 42,69,497
柯西点列 …… 110
柯西核…… 72
柯西核奇异积分方程 …… 499
柯西原理 …… 345
柯西积分公式…… 42
柯特拉不等式 …… 254
相互奇异的广义测度…… 95
相互能量 …… 307
相对不变测度…… 99
相对内部 …… 331
相对代数内部 …… 331
相对极值 …… 198
相对维数函数 …… 152
相轨 …… 415
相似线性算子 …… 135
相似映射 …… 365
相依锥 …… 334
相配层 …… 291
相容条件 …… 461
相容拓扑 …… 115
相联方程 …… 499
相联算子 …… 500
查瑞流 …… 536
柏森理论 …… 550
柏森熵公式 …… 550
柳斯捷尔尼克-施尼雷尔曼
　重数定理 …… 179
柱函数 …… 562
柱函数的一般性质 …… 610
柱测度…… 99
面具 …… 359
面积公式 …… 105
面积原理…… 49
面调和函数 …… 558
残数…… 43
残数定理…… 43
殆复结构 …… 278
殆复流形 …… 278
点态退化系统 …… 408
点集的距离…… 10
点谱 …… 135
临界极限集 …… 540
临界指数的修正 …… 369
临界点 …… 281,478,512,540
临界点理论 …… 282
临界点集 …… 540
临界值 …… 281,479,540
临界情形的稳定性 …… 403
临界群 …… 179
映射半径…… 49
映射的不动点…… 48
映射的正则点 …… 159
映射的正则值 …… 160
映射的连续性 …… 153
映射的奇异点 …… 160
映射的奇异值 …… 160
映射的依序列连续性 …… 153
映射的临界点 …… 160
映射的临界值 …… 160
映射的基本集 …… 162
映射的微分 …… 266
映射族不动点定理 …… 175
星形域…… 38
星算子 …… 299
囿变原函数…… 28
囿变积分…… 28
囿空间 …… 115
囿集 …… 115
哈代-李特尔伍德极大函
　数 …… 249,260
哈代-李特尔伍德极大算子 …… 249
哈代凸性定理…… 47
哈代求和 …… 244
哈代空间…… 66,251
哈代空间的实变特征 …… 251
哈尔子空间 …… 217
哈尔正交系 …… 223
哈尔条件 …… 216
哈尔定理…… 99
哈尔函数 …… 223
哈尔测度…… 98
哈尔展开式 …… 223
哈尔惟一性定理 …… 217
哈托格斯现象…… 78
哈托格斯定理…… 75
哈纳克不等式…… 53,305,454
哈纳克引理 …… 305
哈纳克收敛性定理 …… 454
哈纳克定理…… 53
哈纳克原理 …… 305
哈恩-巴拿赫延拓定理 …… 118
哈恩-巴拿赫定理 …… 336
哈恩分解…… 94
哈特曼-哥布曼定理 …… 529
哈特曼定理 …… 529
哈特曼线性化定理 …… 529
哈密顿-雅可比方程 …… 201,439
哈密顿方程组 …… 201,439
哈密顿场 …… 438
哈密顿张量 …… 200
哈密顿函数 …… 201
哈密顿原理 …… 210
哈德曼-格罗布曼定理 …… 394
哈默尔基 …… 108
哈默斯坦方程 …… 507
哈默斯坦非线性积分算子 …… 192
拜特-雷默瑞小波 …… 360
矩阵变量的超几何函数 …… 556
适定问题 …… 435
香农-麦克米伦-布莱曼定
　理 …… 547
香农取样定理 …… 357
科克曲线 …… 364
科罗夫金定理 …… 226
科洛索夫函数…… 72
科恩条件 …… 360
科恩定理 …… 360
科普卡-斯梅尔定理 …… 531
重分形机理 …… 377
重正规化 …… 542
重合度 …… 173
重合集 …… 480
重调和方程 …… 457
重调和算子 …… 457
重排函数 …… 241
复子流形 …… 276
复化 …… 277
复化切丛 …… 279
复化李括号 …… 279
复化余切丛 …… 279
复化线性映射 …… 278
复平面…… 36
复动力系统 …… 538
复向量丛 …… 269
复向量丛上的拟微分算子 …… 296
复环面 …… 277
复势…… 72
复欧几里得空间…… 73
复变一般指数函数…… 39

复变三角函数…… 39
复变反三角函数…… 39
复变对数函数…… 39
复变对数函数的主值…… 39
复变函数…… 38
复变函数论…… 33
复变函数逼近论 …… 235
复变指数函数…… 39
复变根式函数…… 39
复变幂函数…… 39
复线丛 …… 279
复测度…… 96
复测度的极分解…… 96
复结构 …… 278
复速度…… 72
复值可测函数…… 93
复值可测函数的积分…… 96
复值调和函数 …… 246
复射影空间…… 74,277
复流形…… 81,276
复流形上的外微分形式…… 82
复流形上的共变张量场…… 82
复流形上的亚纯函数 …… 292
复流形上的全纯函数…… 81
复流形上的全纯映射…… 81
复流形上的函数…… 81
复流形上的埃尔米特度量…… 82
复流形的全纯同构…… 81
复流形的全纯等价…… 82
复球面…… 36
复超平面 …… 277
复微分 p 形式 …… 279
复数…… 35
复数的三角表示法…… 36
复数的代数表示法…… 36
复数的主辐角…… 36
复数的向量表示法…… 36
复数的坐标表示法…… 36
复数的表示法…… 35
复数的指数表示法…… 36
复数的绝对值…… 36
复数的辐角…… 36
复数的模…… 36
修正 ζ 函数 …… 521
修正的拉格朗日插值多项式逼近 …… 228
修正的默比乌斯反演 …… 554
修正的默比乌斯变换 …… 553
修正族的临界指数 …… 369
保向共轭 …… 526
保角变换…… 47
保范同构 …… 117
保范映射 …… 118
保定向映射 …… 274
保持测度的映射…… 94
保测变换 …… 543
保测变换的双边生成元 …… 547
保测变换的生成元 …… 547
保测变换的共轭 …… 545
保测变换的同构 …… 545
保测变换的谱同构 …… 545
保测映射…… 94
待定系数法 …… 384
狭义双曲型方程 …… 449
狭义主型算子 …… 472
狭义当儒瓦不定积分…… 26
狭义当儒瓦可积函数…… 26
狭义当儒瓦积分…… 26
度规函数 …… 336
度量子空间 …… 109
度量外测度…… 90
度量张量 …… 299
度量空间 …… 109
度量空间中有界集的非标准特征 …… 354
度量空间中柯西列的非标准特征 …… 354
度量空间的完备化空间 …… 110
度量空间的完备性的非标准特征 …… 354
度量线性空间 …… 111
度量熵 …… 235
迹 …… 151
迹正线性泛函 …… 150
迹范数 …… 137
迹类算子 …… 137
迹群…… 64
施瓦兹不等式 …… 123
施瓦兹公式…… 53
施瓦兹引理…… 47
施瓦兹导数 …… 521
施瓦兹条件 …… 521
施瓦兹定理 …… 398
施瓦兹空间 …… 247
施托尔茨路径…… 40
施坦流形…… 82,276
施罗德函数方程 …… 509
施罗德域 …… 540
施凯特 p 类算子 …… 136
施泰纳圆族…… 41
施勒夫利多项式 …… 565,624
施密特-皮卡定理 …… 495
施密特公式 …… 493
施蒂费尔-惠特尼类 …… 285
施蒂费尔-惠特尼类的存在性 …… 287
施蒂费尔-惠特尼类的吴(文俊)公式 …… 288
施蒂费尔-惠特尼类的惟一性 …… 286
施蒂费尔-惠特尼数 …… 286
施蒂费尔流形 …… 286
差分法 …… 483
差分微分方程 …… 408
差核积分方程 …… 503
类 A_∞ 的逼近 …… 234
类多项式映射 …… 542
类梯度微分同胚 …… 532
迷向向量 …… 125
前阵面 …… 447
逆向赫尔德不等式 …… 255
逆极限空间 …… 517
逆算子 …… 132
测地投影…… 36
测地线 …… 197
测度…… 89
测度代数…… 91,545
测度代数的同构 …… 546
测度延拓的惟一性…… 90
测度问题…… 92
测度论…… 87
测度完全化…… 92
测度完备化…… 92
测度环…… 91
测度的 L^p 维数 …… 376
测度的 L^p 维数的关系 …… 377
测度的 L^∞ 维数 …… 376
测度的支集…… 91
测度的分形结构 …… 375
测度的连续指数 …… 376
测度的势 …… 367
测度的奇异指数 …… 376
测度的相对导数…… 96
测度的点态维数 …… 376
测度的重分形分析 …… 377
测度的弱收敛…… 98
测度的等价…… 95
测度的填充维数 …… 376
测度的截集 …… 377
测度的豪斯多夫维数 …… 375
测度的谱维数 …… 376
测度的熵维数 …… 377
测度空间…… 90
测度空间的乘积…… 97
测度熵 …… 375,546
活动标架 …… 270
洛伦兹空间…… 32,241
洛朗级数…… 45
洛朗定理…… 44
洛朗矩阵 …… 144
洛朗展开式…… 45
洛朗算子 …… 144
洛默尔多项式 …… 562,623
洛默尔函数 …… 565,621
浑收敛 …… 308

浑拓扑 …… 320
恒等逼近 …… 241
恒等算子 …… 132
恰当子集 …… 468
恰当支广义函数 …… 468
恰当支分布 …… 468
恰当支拟微分算子 …… 468
恰当椭圆型算子 …… 457
恰当微分方程 …… 381
恰普雷金升力公式 …… 72
恰普雷根方程 …… 467
误差函数 …… 560,606
诱导丛 …… 269
退化阶数 …… 281
退化抛物型方程 …… 461
退化奇点 …… 394
退化临界点 …… 179,281
退化核的积分方程 …… 490
费马原理 …… 197
费弗曼-施坦不等式 …… 254
费克特节点 …… 238
费伯区域 …… 237
费伯多项式 …… 236
费伯系数 …… 236
费伯变换 …… 236
费伯展开式 …… 236
费伯算子 …… 237
费耶尔节点 …… 238
费耶尔平均 …… 244
费耶尔求和 …… 244
费耶尔和 …… 226
费耶尔核 …… 244
费耶尔算子逼近 …… 226
结构稳定 …… 542
结构稳定系统 …… 399
结构稳定性 …… 398,421
结点 …… 395
绝对 Ω 稳定 …… 527
绝对凸集 …… 111
绝对极值 …… 198
绝对连续函数 …… 22
绝对亨斯托克可积函数 …… 28
绝对结构稳定 …… 527
绝对积分 …… 19
绝对稳定性 …… 405
统计自相似集 …… 365

十　画

耗散算子 …… 146
泰希米勒形变 …… 66
泰希米勒空间 …… 64
泰希米勒度量 …… 65
泰勒定理 …… 44
班勒卫定理 …… 61
班勒卫零集 …… 319
素 C^* 代数 …… 149
素函数 …… 60
素端 …… 51
振荡型奇异积分 …… 255
振荡型积分 …… 254
振荡积分 …… 182,471
振幅函数 …… 181,471
热力学极限 …… 377
热传导方程 …… 461
热传导方程柯西问题的解 …… 462
热传导方程柯西问题解的惟一性 …… 462
热传导方程解的正则性 …… 462
热传导方程解的半群性质 …… 462
热传导方程解的渐近性 …… 462
热传导算子的格林函数 …… 474
埃文斯-塞尔贝格定理 …… 311
埃文斯位势 …… 311
埃文斯定理 …… 311
埃尔米特-费耶尔插值多项式 …… 230
埃尔米特-费耶尔插值多项式逼近 …… 229
埃尔米特双线性泛函 …… 124
埃尔米特多项式 …… 223,574,647
埃尔米特多项式系 …… 223
埃尔米特形式 …… 279
埃尔米特核 …… 490
埃尔米特核的积分方程 …… 493
埃尔米特流形 …… 82
埃尔米特插值公式 …… 237
埃尔米特插值多项式 …… 229
埃尔米特插值多项式逼近 …… 229
埃尔米特算子 …… 141
埃伯莱因-斯穆良定理 …… 122
莱夫谢茨不动点定理 …… 174
莱夫谢茨数 …… 298
莱布尼茨原理 …… 344
莱因哈特域 …… 74
莫尔斯-斯梅尔向量场 …… 531
莫尔斯-斯梅尔系统 …… 530
莫尔斯-斯梅尔微分同胚 …… 531
莫尔斯不等式 …… 180,282
莫尔斯引理 …… 281
莫尔斯泛函 …… 179
莫尔斯函数 …… 281
莫尔斯型数 …… 179
莫尔斯指数 …… 179
莫尔斯指数定理 …… 283
莫尔斯理论 …… 280
莫尔斯理论的基本定理 …… 283
莫利偏差定理 …… 52
莫罗-洛卡费勒定理 …… 339
莫朗集 …… 372
莫朗集的维数 …… 373
莫朗集类 …… 372
莫雷拉定理 …… 42
真间断群 …… 6333
真实伴随算子 …… 415
框架 …… 358
框架算子 …… 358
格劳尔特上同调致零的定理 …… 294
格劳尔特有限性定理 …… 294
格序空间 …… 130
格拉姆-施密特正交化过程 …… 124
格拉斯曼代数 …… 273
格拉斯曼流形 …… 286
格林位势 …… 307
格林坐标 …… 307
格林空间 …… 307
格林空间扫除 …… 311
格林函数 …… 53,307,472
格林函数方法 …… 483
格林线 …… 307
格林测度 …… 312
格林恒等式 …… 463
格林核 …… 307
格林算子 …… 300,474
格罗腾迪克-巴拿赫空间 …… 113
格根鲍尔多项式 …… 575,649
格根鲍尔函数 …… 558,597
格朗沃尔面积定理 …… 49
格隆斯基不等式 …… 50
格雷代码 …… 224
核 …… 302
核 C^* 代数 …… 149
核心 …… 331
核的展开定理 …… 493
核函数 …… 474
核型空间 …… 116
核映射 …… 116
核裂 …… 159
索伯列夫不等式 …… 456
索伯列夫空间 …… 247,456
索伯列夫空间的内插不等式 …… 487
索伯列夫空间的紧嵌入定理 …… 456
索伯列夫嵌入定理 …… 456
索霍茨基公式 …… 69
索霍茨基定理 …… 55
哥尔丁不等式 …… 184,459
哥尔丁意义下的双曲型方程 …… 449
贾德克不等式 …… 218
贾德克核 …… 237
破裂现象 …… 467
原子 …… 252
原子 H^p 空间 …… 252

原子测度 …… 92
套代数 …… 152
逐次逼近法 …… 481,491
逐段多项式逼近 …… 232
逐段单调映射 …… 519
紧子集上的可解性定理 …… 469
紧支撑向量场 …… 163
紧支撑向量场的拓扑度 …… 172
紧支撑映射 …… 162
紧李群上的傅里叶级数 …… 257
紧连续向量场 …… 161
紧连续映射 …… 161
紧性定理 …… 469
紧空间的 K 群 …… 297
紧空间的非标准特征 …… 353
紧框架 …… 358
紧致集 …… 110
紧集 …… 37
紧集上的连续函数 …… 14
紧集的非标准特征 …… 353
紧算子 …… 136
紧算子半群 …… 146
晕 …… 349
恩龙映射 …… 536
圆丛 …… 41
圆束 …… 41
圆环函数 …… 558,598
圆型域 …… 74
圆盘代数 …… 148
圆锥函数 …… 558,598
铎尔博尔-格罗腾迪克引理 …… 279
铎尔博尔同构 …… 293
铎尔博尔复形 …… 293
缺项多项式逼近 …… 233
特里贝尔-立卓金空间 …… 253
特里科米方程 …… 467
特里科米问题 …… 467
特征 …… 258
特征子空间 …… 135
特征方向 …… 437,440
特征方程 …… 384,410,499
特征方程的解 …… 500
特征曲面 …… 440
特征向量 …… 135
特征线法 …… 481
特征带 …… 437
特征标 …… 261
特征标群 …… 261
特征值 …… 135
特征值的重复度 …… 135
特征射线 …… 445
特征超曲面 …… 445
特征群 …… 258
特征算子 …… 499
特征劈锥体 …… 445
特征劈锥面 …… 445
特殊的函数方程 …… 508
特殊的超几何函数 …… 587
特殊性 …… 517
特殊函数 …… 551
特普利茨方程 …… 504
特普利茨代数 …… 149
特普利茨矩阵 …… 144
特普利茨算子 …… 144,295,504
特雷夫茨法 …… 212
特解 …… 437
乘子 …… 243,260,539
乘子算子 …… 248
乘法示性类 …… 290
乘法序列 …… 289
乘法遍历定理 …… 549
乘积 σ 代数 …… 96
乘积拓扑的非标准特征 …… 353
乘积空间中可测集的截口性质 …… 12
乘积空间中的稳定性 …… 403
乘积测度 …… 97
积分一致有界 …… 93
积分一致绝对连续 …… 93
积分几何测度 …… 104
积分方程 …… 489
积分方程与微分方程的关系 …… 494
积分方程的核 …… 490
积分方程的特征函数 …… 491
积分方程的特征值 …… 491
积分因子 …… 381
积分的一致绝对连续性 …… 20
积分的等度绝对连续性 …… 20
积分周期理论 …… 283
积分变换方法 …… 483
积分流形 …… 271
积分微分方程 …… 508
积分微分方程的边值问题 …… 508
积分微分方程的初值问题 …… 508
积流形 …… 265
秩定理 …… 267
值裂 …… 159
倾角引理 …… 524
倒容量 …… 309
健忘泛函 …… 413
射线 …… 330
射影算子 …… 139,295
留数 …… 43
留数定理 …… 43
高阶 F 导算子 …… 156
高阶 F 微分 …… 156
高阶 G 导算子 …… 156
高阶 G 微分 …… 156
高阶一致强椭圆型偏微分算子 …… 457
高阶弗雷歇导算子 …… 156
高阶弗雷歇微分 …… 156
高阶加托导算子 …… 156
高阶加托微分 …… 155
高阶导数的柯西积分公式 …… 43
高阶导算子 …… 156
高阶的非标准分析模型 …… 346
高阶线性方程的分类 …… 441
高阶线性方程的特征方向 …… 441
高阶线性方程的特征方程 …… 440
高阶线性方程的特征曲面 …… 441
高阶线性双曲型方程 …… 448
高阶弱导算子 …… 156
高阶弱微分 …… 156
高阶偏微分算子的象征 …… 457
高阶椭圆型方程的格林函数 …… 474
高阶椭圆型方程的格林算子 …… 474
高阶椭圆型偏微分算子 …… 457
高阶强导算子 …… 156
高阶强椭圆型偏微分算子 …… 457
高阶强微分 …… 156
高阶微分 …… 156
高阶微分方程 …… 382
高维奇异积分方程 …… 504
高维奇异积分算子 …… 505
高斯-外尔斯特拉斯平均 …… 245
高斯-吕卡定理 …… 47
高斯平面 …… 36
高斯级数 …… 555
席夫定理 …… 371
准自相似集 …… 365
准极小集 …… 514
准范数 …… 117
准周期点 …… 512
离散二进小波变换 …… 361
离散小波变换 …… 358
离散半动力系统 …… 511
离散动力系统 …… 510
离散位势论 …… 326
离散变量的正交多项式 …… 575
离散测度 …… 91
离散窗口傅里叶变换 …… 359
离散微分半动力系统 …… 523
离散微分动力系统 …… 511,523
部分分式分解 …… 54
部分实数解 …… 348
部分超实数解 …… 348
部分等距算子 …… 140
部分解定理 …… 348
消失矩 …… 357
涅梅茨基算子 …… 192
涅梅茨基算子的位势性 …… 192

海涅-波莱尔定理 …… 37
流 …… 511
流形上的分析 …… 263
流形上的拟微分算子 …… 295
流形上的偏微分算子 …… 472
流形上的微积分 …… 264
流形上微分算子理论 …… 294
流形的示性类 …… 290
流形的示性数 …… 290
流形的同伦型 …… 282
流形的定向 …… 274
流体动力学方程组 …… 449
流的双曲不变集 …… 529
流等价 …… 526
浸入 …… 267
浸入的存在性定理 …… 267
浸入映射 …… 267
浸润面问题 …… 465
宽度 …… 234
窄区域极值原理 …… 484
容许子空间 …… 428
容许空间 …… 413
容许函数 …… 198
容量 …… 235,308
容量分布 …… 309
容量压缩原理 …… 310
容量维数 …… 368
朗斯基行列式 …… 383
诺伊曼边值问题 …… 435
诺伊曼多项式 …… 565,623
诺伊曼问题 …… 53,453
诺伊曼级数 …… 491
诺伊曼函数 …… 562
诺特方程 …… 200
诺特定理 …… 502
诺特算子 …… 506
调和 p 形式 …… 300
调和下属 …… 306
调和上属 …… 306
调和不变性 …… 305
调和分析 …… 240
调和公理 …… 324
调和方程 …… 452
调和延拓 …… 320
调和多项式 …… 246,305
调和空间 …… 324
调和空间论 …… 324
调和空间里的下调和函数 …… 325
调和空间里的上调和函数 …… 324
调和空间里的亚调和函数 …… 324
调和空间里的里斯分解 …… 325
调和空间里的位势 …… 325
调和空间里的调和函数 …… 324
调和空间里的超调和函数 …… 324
调和函数 …… 53,245,304,452
调和函数极值原理 …… 53
调和函数的正规族 …… 305
调和函数的平均值性质 …… 53
调和测度 …… 53,312
调和测度零集 …… 312
调和弱函数 …… 306
调和强函数 …… 306
调和算子 …… 452
调和簇 …… 323
弱(p,q)范数 …… 250
弱(p,q)型算子 …… 250
弱 * 列紧 …… 115
弱 * 收敛 …… 114
弱 * 序列完备 …… 115
弱 * 拓扑 …… 113
弱 * 基本定向列 …… 114
弱下半连续泛函 …… 177
弱内向映射 …… 163
弱巴拿赫-萨克斯性质 …… 121
弱双曲型方程 …… 448
弱双曲型算子 …… 449
弱正向量丛 …… 280
弱可测向量值函数 …… 100
弱可微函数 …… 106
弱平衡问题的解 …… 309
弱平衡原理 …… 309
弱有界集 …… 115
弱列紧 …… 115
弱负向量丛 …… 280
弱闭对称算子环 …… 151
弱导数 …… 247,455
弱收敛 …… 113,308
弱极大值原理 …… 452
弱极小的特征值判别法 …… 206
弱极值 …… 198
弱极值的必要条件 …… 205
弱极值的充分条件 …… 206
弱连续映射 …… 153
弱序列完备 …… 115
弱拓扑 …… 113
弱奇性核 …… 492
弱哈纳克不等式 …… 485
弱紧生成空间 …… 120
弱基本定向列 …… 114
弱混合 …… 544
弱概括的非标准全域 …… 346
弱微分 …… 155
弱解 …… 299,434
弱解的哈纳克不等式 …… 486
弱算子拓扑 …… 114
弱瘦 …… 313
弱谱积分 …… 140
弱耦合抛物组 …… 467
弱耦合抛物组的极大值原理 …… 466
陶伯定理 …… 45
通有性 …… 523
通有稠密性定理 …… 531
通解 …… 437
通解结构定理 …… 383
预解方程 …… 135
预解集 …… 135
预解算子 …… 135
能量 …… 283,307
能量法 …… 211,478
能量原理 …… 307
能量积分 …… 211,447
能量积分法 …… 448
预层 …… 291
预周期分支 …… 539
预维数序列 …… 373
预填充测度 …… 369
预填充维数 …… 369
预解核 …… 491
桑德拉塞卡尔 H 方程 …… 508

十 一 画

球贝塞尔方程 …… 563
球贝塞尔函数 …… 563
球汉克尔函数 …… 563
球极投影 …… 36
球体波函数 …… 570
球体函数 …… 570
球体调和函数 …… 246
球函数 …… 557
球面的拓扑特征 …… 282
球面调和函数 …… 246
球面距离 …… 36
球诺伊曼函数 …… 563
球调和函数 …… 246
理想边界 …… 317
理想边界的调和测度 …… 319
理想的积分流形 …… 274
域 …… 88
域回归性 …… 514
域的全纯同构 …… 75
域的全纯自同构 …… 76
域的全纯自同构群 …… 76
域的全纯等价 …… 75
域的希洛夫边界 …… 76
域的局部定义函数 …… 79
域的定义函数 …… 79
域的迷向子群 …… 76
捷线 …… 197
推广的绍凯容量 …… 308
推迟势 …… 447
接触间断 …… 451
控制原理 …… 304
基小波 …… 356
基本不等式 …… 377

基本区域…… 64
基本函数…… 64
基本函数的傅里叶变换 …… 128
基本函数空间 K …… 126
基本函数空间 $\mathscr{S}$ …… 129
基本函数空间 Z …… 128
基本点列 …… 110
基本核 …… 321
基本集 …… 533
基本集分解…… 32
基本解的存在性定理 …… 470
基本解组 …… 383
基尔霍夫公式 …… 447
基的等价性 …… 121
基础解 …… 414
勒夫纳微分方程…… 50
勒贝格-康托尔函数 …… 24
勒贝格-斯蒂尔杰斯可测函数…… 24
勒贝格-斯蒂尔杰斯测度 …… 24
勒贝格-斯蒂尔杰斯测度空间…… 91
勒贝格-斯蒂尔杰斯积分 …… 25
勒贝格-斯蒂尔杰斯简单函数…… 24
勒贝格不定积分…… 23
勒贝格内测度…… 13
勒贝格分解定理 …… 22,95
勒贝格可测空间…… 90
勒贝格可测函数…… 16
勒贝格可测函数的结构…… 17
勒贝格可测集…… 11
勒贝格可测集的结构…… 12
勒贝格可测集类…… 12
勒贝格可积函数…… 19
勒贝格外测度…… 11
勒贝格有界收敛定理…… 20
勒贝格刺 …… 314
勒贝格的黎曼可积判别准则…… 21
勒贝格定理…… 17
勒贝格空间 …… 545
勒贝格函数 …… 228
勒贝格测度…… 12
勒贝格测度空间…… 91
勒贝格逐项积分定理…… 20
勒贝格积分…… 18
勒贝格积分的几何意义…… 21
勒贝格积分的分部积分法…… 20
勒贝格积分的换元积分法…… 20
勒贝格积分的第一中值定理…… 19
勒贝格积分的第二中值定理…… 19
勒贝格积分的微积分基本定理…… 23
勒贝格控制收敛定理…… 20
勒贝格常数 …… 227,241
勒让德-芬切尔变换 …… 337
勒让德方程 …… 556
勒让德多项式 …… 222,573,643
勒让德多项式的加法定理 …… 558
勒让德条件 …… 204
勒让德变换 …… 201,377
勒让德函数 …… 556,588
勒让德型椭圆积分 …… 565
勒雷-绍德尔不动点定理 …… 459
勒雷-绍德尔边界条件 …… 174
勒雷-绍德尔度 …… 172
勒雷积分表示公式…… 81
菲涅耳积分 …… 560,606
萨德-斯梅尔定理 …… 160
萨德定理 …… 268
梅尔捷良定理 …… 236
梯度下降流 …… 177
梯度向量场 …… 177
梯度映射 …… 165
桶型空间 …… 115
桶集 …… 115
虚功原理 …… 210
虚轴…… 36
虚部…… 35
虚数…… 35
虚数单位…… 35
常返卷积半群 …… 320
常系数线性微分方程（组）…… 384
常系数微分算子 …… 470
常值层 …… 292
常微分方程 …… 378
常微分方程初值问题 …… 386
常微分方程的方向场 …… 379
常微分方程的边值问题 …… 387
常微分方程的阶 …… 379
常微分方程的奇解 …… 381
常微分方程的周期解 …… 396
常微分方程的特解 …… 379
常微分方程的积分曲线 …… 379
常微分方程的通积分 …… 379
常微分方程的通解 …… 379
常微分方程的解 …… 379
常微分方程定性理论 …… 394
常微分方程组 …… 379
常微分方程组的积分 …… 379
常微分方程解析理论 …… 389
常微分方程解的存在惟一性 …… 386
常微分方程解的延拓 …… 386
常微分方程稳定性理论 …… 400
常微分算子 …… 181
常微系统族 $\mathscr{R}^{**}$ …… 538
常微系统族 $\mathscr{R}^{*}$ …… 538
常数变易公式 …… 414
常数变易法 …… 380
距离 …… 109,198
距离空间 …… 109
银河 …… 349
移位不变集 …… 519
移位算子 …… 143
符号半动力系统 …… 519
符号动力系统 …… 518
符号空间 …… 375
符号差 …… 290
符号差定理 …… 290
第一边值问题…… 53,314,453
第一极大值原理 …… 303
第一返回映射 …… 512
第一纲集 …… 110
第一范畴集 …… 110
第一变分公式 …… 283
第一种拉梅函数 …… 569,635
第一类马蒂厄函数 …… 571
第一类不完全椭圆积分 …… 566
第一类切比雪夫多项式 …… 223,574
第一类贝塞尔函数 …… 562,610
第一类外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
第一类汉克尔函数 …… 562
第一类弗雷德霍姆积分方程 …… 494
第一类西格尔域…… 77
第一类连带勒让德函数 …… 557
第一类完全椭圆积分 …… 566
第一类拉梅函数 …… 569
第一类奇点 …… 391
第一类典型域…… 77
第一类变形马蒂厄函数 …… 571,639
第一类变形贝塞尔函数 …… 563
第一类准解析函数…… 70
第一类球贝塞尔函数 …… 563
第一类勒让德函数 …… 557
第一类移位切比雪夫多项式 …… 574
第一类椭圆函数 …… 567
第一类椭球调和函数 …… 570
第一基本定理…… 58
第二边值问题…… 53,453
第二极大值原理 …… 303
第二纲集 …… 110
第二范畴集 …… 110
第二变分公式 …… 283
第二种拉梅函数 …… 569
第二类马蒂厄函数 …… 571

第二类不完全椭圆积分 …… 566
第二类切比雪夫多项式 …… 223,574
第二类贝塞尔函数 …… 562,613
第二类外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
第二类汉克尔函数 …… 552
第二类西格尔域…… 77
第二类连带勒让德函数 …… 557
第二类完全椭圆积分 …… 566
第二类拉梅函数 …… 569
第二类奇点 …… 391
第二类典型域…… 77
第二类变形马蒂厄函数 …… 571,640
第二类变形贝塞尔函数 …… 563
第二类准解析函数…… 70
第二类球贝塞尔函数 …… 563
第二类勒让德函数 …… 557
第二类移位切比雪夫多项式 …… 574
第二类椭圆函数 …… 567
第二类椭球调和函数 …… 570
第二基本定理…… 58
第三边值问题 …… 453
第三类不完全椭圆积分 …… 566
第三类贝塞尔函数 …… 562,614
第三类外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
第三类完全椭圆积分 …… 566
第三类拉梅函数 …… 569
第三类典型域…… 77
第三类变形马蒂厄函数 …… 572,641
第三类球贝塞尔函数 …… 563
第三类椭圆函数 …… 567
第三类椭球调和函数 …… 570
第五类例外典型域…… 77
第六类例外典型域…… 78
第四类拉梅函数 …… 569
第四类典型域…… 77
第四类椭球调和函数 …… 570
偏齐次均匀康托尔集 …… 373
偏齐次均匀康托尔集的维数 …… 373
偏导算子 …… 155
偏序集上映射不动点定理 …… 175
偏差变元微分方程 …… 407
偏微分方程 …… 433
偏微分方程论 …… 432
偏微分方程的自由项 …… 433
偏微分方程的阶 …… 433
偏微分方程的非齐次项 …… 433
偏微分方程的积分曲面 …… 434
偏微分方程的基本解 …… 442
偏微分方程的解 …… 433
偏微分方程组 …… 433
偏微分算子 …… 181
偏微分算子的主象征 …… 457
斜驶变换…… 40
斜率函数 …… 206
斜微商边界条件 …… 484
斜微商问题 …… 483
象征 …… 183,294
象征运算 …… 184
象征映射 …… 296
象征类 $S^m_{\rho,\delta}(\Omega)$…… 467
减算子 …… 163
康托尔三分集…… 11,371
康托尔定理…… 37
康托尔测度 …… 376
康托尔集…… 11,540
康斯坦丁斯库-柯尼定理 …… 317
商度量空间 …… 109
商赋范线性空间 …… 118
旋转向量场 …… 398
旋转向量场理论 …… 398
旋转抛物面函数 …… 561
旋转角…… 47
旋转数 …… 400,535
旋度 …… 172
盖尔范德表示 …… 148
盖尔范德积分 …… 101
粘性消去法 …… 451
淹没 …… 267
渐近轨道 …… 513
渐近导算子 …… 155
渐近级数…… 46
渐近连续…… 17
渐近值…… 57,540
渐近展式…… 45
渐近概周期函数 …… 419
渐近路径…… 57
渐近锥 …… 333
渐近稳定性 …… 400
混合边值问题 …… 460
混合问题 …… 435
混合型差分微分方程 …… 409
混合型偏微分方程 …… 467
混杂的非游荡点 …… 538
渊点 …… 524
渗流方程 …… 465
惟一性定理 …… 217
惟一性原理 …… 304
惟一遍历性 …… 544
惯性原理 …… 345
寇勃 1/4 圆定理的推广 …… 318
密度 …… 105
密集点…… 13
弹性力学中的最小余能原理 …… 211
弹性平衡方程 …… 442
弹性振动方程 …… 442
弹性理论中的广义变分原理 …… 211
弹性理论中的最小位能原理 …… 211
随机微分方程 …… 430
隐函数定理 …… 157
维纳-霍普夫分解 …… 505
维纳-霍普夫方程 …… 502
维纳-霍普夫技巧 …… 503
维纳-霍普夫积分方程 …… 194
维纳-霍普夫算子 …… 505
维纳代数 …… 147
维纳判别法 …… 312
维纳型覆盖引理 …… 260
维纳测度…… 99
维纳积分…… 99
维纳容量 …… 309
维塔利-哈恩-萨克斯定理 …… 97
维塔利-维纳覆盖引理 …… 253
维塔利收敛定理…… 21
维塔利覆盖…… 13
维塔利覆盖引理 …… 367
维塔利覆盖定理…… 13
维塔利覆盖类 …… 367
维数与点态维数的关系 …… 376

十 二 画

越过弧直接解析开拓…… 61
超几何方程 …… 393,554
超几何方程的基本解 …… 583
超几何多项式 …… 575
超几何级数 …… 554
超几何函数 …… 393,555,582
超几何函数的二次变换 …… 585
超几何函数的邻次关系 …… 584
超几何函数的特殊值 …… 586
超几何函数的渐近展开 …… 588
超不变子空间 …… 137
超比函数 …… 555
超切锥 …… 334
超中立型泛函微分方程 …… 407
超平面 …… 331
超平面的支撑点 …… 332
超平面截面丛 …… 279
超过测度 …… 321
超有限计数空间 …… 355
超有限代数 …… 151
超有限劳勃空间 …… 354
超有限集 …… 345
超自反巴拿赫空间 …… 120
超奇异集 …… 540
超定方程组 …… 433

超实中间值定理 …… 350
超实中值定理 …… 351
超实向量 …… 352
超实最值定理 …… 350
超实数 …… 343
超实数公理 …… 347
超实数存在定理 …… 349
超实数轴 …… 348
超实数域 …… 348
超实数域的惟一性定理 …… 349
超实数域的超幂构造 …… 342
超限直径 …… 310
超前型差分微分方程 …… 409
超结构 …… 343
超结构的初等部分 …… 349
超结构嵌入存在定理 …… 350
超结构嵌入惟一性定理 …… 350
超调和函数 …… 304
超调和簇 …… 323
超球多项式 …… 575
超球函数 …… 559
超球微分方程 …… 559
超越支点 …… 62
超越亚纯函数 …… 54
超越整函数 …… 55
超椭圆曲面 …… 62
超椭圆积分 …… 565
提升 …… 64
博内中值定理 …… 20
博尔查问题 …… 203
博苏克-乌拉姆定理 …… 173
博特周期性定理 …… 297
博特定理 …… 297
博赫纳-马蒂里尼积分表示公式 …… 80
博赫纳-里斯平均 …… 245
博赫纳-费耶尔多项式 …… 417
博赫纳定理 …… 262,419
博赫纳积分 …… 101,167
插值序列 …… 67
揉搓行列式 …… 520
揉搓序列 …… 521
揉搓函数 …… 520
揉搓组 …… 521
揉搓矩阵 …… 520
揉搓增量 …… 520
斯托伊洛夫紧致化 …… 317
斯托克斯定理 …… 274
斯廷罗德运算 …… 287
斯米尔诺夫区域 …… 237
斯图姆-刘维尔边值问题 …… 388
斯图鲁弗函数 …… 564,620
斯莱特条件 …… 338
斯特凡问题 …… 465
斯特拉斯维茨定理 …… 333
斯特林公式 …… 552
斯通-切赫紧致化 …… 317
斯通逼近定理 …… 214
斯梅尔马蹄 …… 536
斯蒂尔杰斯积分方程 …… 496
联合(同时)逼近 …… 230
散度形式二阶线性椭圆型方程的解 …… 485
散度形式算子 …… 455
散射反演法 …… 451
散射量 …… 452
棣莫弗公式 …… 37
椭圆 ϑ 函数 …… 567,629
椭圆马丁边界 …… 318
椭圆变换 …… 40
椭圆函数 …… 62,566
椭圆函数的阶 …… 567
椭圆型方程的广义解 …… 454
椭圆型方程的弱解 …… 454
椭圆型方程组 …… 460
椭圆型方程解的正则性 …… 470
椭圆型拟微分算子 …… 469
椭圆型圆丛 …… 42
椭圆型圆束 …… 41
椭圆型偏微分方程 …… 452
椭圆柱函数 …… 571
椭圆积分 …… 565,624
椭圆维数 …… 318
椭圆算子 …… 296
椭圆算子的狄利克雷问题 …… 458
椭圆算子的指标 …… 297
椭圆算子的格林公式 …… 458
椭圆算子的特征函数 …… 460
椭圆算子的特征值问题 …… 460
椭球坐标系 …… 568
椭球调和函数 …… 570
惠更斯原理 …… 447
惠特尼对偶定理 …… 286
惠特尼和 …… 285
惠特尼乘积定理 …… 285
惠特尼浸入定理 …… 267
惠特尼嵌入定理 …… 267
惠特尼覆盖引理 …… 253
惠特克方程 …… 559
惠特克函数 …… 559,603
逼近问题 …… 122
逼近固有映射 …… 164
逼近固有映射的广义度 …… 172
逼近性质 …… 122
逼近定理 …… 354
逼近格式 …… 164
逼近集 …… 238
确定方程组 …… 433
雅可比 Θ 函数 …… 568
雅可比 ζ 函数 …… 568,634
雅可比方法 …… 438
雅可比方程 …… 205
雅可比多项式 …… 222,574,648
雅可比条件 …… 205
雅可比定理 …… 201
雅可比恒等式 …… 270
雅可比椭圆函数 …… 567,629
雅可比算子 …… 205
最大解和最小解的存在性 …… 426
最大模定理 …… 46
最小正规扩张 …… 143
最小作用原理 …… 211
最小位能原理 …… 211
最小范数 …… 422
最小范数解 …… 421
最优子空间 …… 234
最优场 …… 208
最优逼近阶 …… 225
最佳一致逼近 …… 216
最佳平均逼近 …… 217
最佳有理逼近的特征 …… 231
最佳联合逼近元 …… 231
最佳逼近 …… 216
最佳逼近三角多项式 …… 219
最佳逼近广义多项式 …… 216
最佳逼近有理函数 …… 231
最佳逼近多项式 …… 218
最终零解 …… 414
最速降线 …… 197
最速降线问题 …… 475
最速落径 …… 197
畴数 …… 178,283
嵌入 …… 159,267
嵌入半流 …… 512
嵌入存在性定理 …… 267
嵌入问题 …… 512
嵌入流 …… 512
赋可列半范线性空间 …… 113
赋可列范线性空间 …… 113
赋范代数 …… 147
赋范环 …… 147
赋范线性空间 …… 117
赋范线性空间的对偶空间 …… 118
赋范线性空间的共轭空间 …… 118
赋范线性空间的伴随空间 …… 118
赋范线性空间的直和 …… 118
赋准范线性空间 …… 117
黑利定理 …… 22,335
黑利选择原理 …… 22
黑塞矩阵 …… 281
链上的积分 …… 274
链可迁 …… 516
链回归点 …… 514
链回归集 …… 514
链传递 …… 516

链的边缘 …… 274
链混合 …… 516
锐角原理 …… 172
短时傅里叶变换 …… 357
短程线 …… 197
短程线问题 …… 475
剩余谱 …… 135
稀疏波 …… 451
稀薄点 …… 13
等价分解 …… 60
等价关系 …… 220
等价范数 …… 118
等价的投影 …… 152
等价点 …… 64
等价族 …… 542
等位面 …… 307
等周问题 …… 197,476
等周约束 …… 203
等变映射 …… 180
等度连续的非标准特征 …… 354
等测包 …… 12
等测核 …… 12
等距同构 …… 110,118
等距映射 …… 110,118
等距算子 …… 140
傅里叶-斯蒂尔杰斯变换 …… 262
傅里叶反演公式 …… 262
傅里叶分布 …… 182
傅里叶分析 …… 240
傅里叶级数 …… 240
傅里叶级数的线性求和 …… 243
傅里叶级数的线性求和法 …… 243
傅里叶系数 …… 241
傅里叶和逼近 …… 227
傅里叶变换 …… 245,261,482
傅里叶变换的反演 …… 257
傅里叶变换的反演公式 …… 253
傅里叶变换的限制定理 …… 255
傅里叶乘子 …… 247
傅里叶积分算子 …… 184,471
傅里叶部分和 …… 241
集上的一致连续函数 …… 14
集上的一般绝对连续函数 …… 26
集上的有界变差函数 …… 25
集上的连续函数 …… 14
集上的狭义一般绝对连续函数 …… 26
集上的狭义绝对连续函数 …… 26
集上的绝对连续函数 …… 25
集压缩向量场 …… 162
集压缩向量场的拓扑度 …… 172
集压缩映射 …… 162
集合生成的凸锥 …… 332
集合生成的锥 …… 332
集合的示性函数 …… 16
集合的齐次性 …… 370
集合的特征函数 …… 16
集合的基 …… 313
集合容量 …… 368
集函数 …… 89
集函数的修正 …… 369
集函数族的临界性质 …… 369
集函数族的临界指数 …… 369
集类生成的 σ 代数 …… 88
集类生成的 σ 环 …… 88
集类生成的代数 …… 88
集类生成的环 …… 88
集值 (M) 型映射 …… 168
集值 $(S)_+$ 型映射 …… 168
集值 (S) 型映射 …… 168
集值分析 …… 330
集值压缩映射 …… 167
集值压缩映射不动点定理 …… 176
集值伪单调映射 …… 168
集值向量场 …… 167
集值全连续映射 …… 167
集值极大单调映射 …… 167
集值非扩张映射 …… 167
集值单调映射 …… 167
集值映射 …… 165,340
集值映射的不动点 …… 176
集值映射的半连续性 …… 340
集值映射的有效域 …… 340
集值映射的导数 …… 340
集值映射的拓扑度 …… 176
集值映射的图象 …… 340
集值映射的单值选择 …… 166
集值映射的单值逼近 …… 166
集值映射的积分 …… 166
集值紧映射 …… 167
集值逼近固有映射 …… 167
集值集压缩映射 …… 167
集值锥映射 …… 167
集值增生映射 …… 168
集值凝聚映射 …… 167
焦点 …… 209,395
焦值 …… 209
奥尔利奇空间 …… 32
奥恩斯坦定理 …… 545
循环子空间 …… 137
舒尔空间 …… 113
舒伯特符号 …… 286
鲁宾边值问题 …… 435
鲁宾问题 …… 454
鲁宾孙序列引理 …… 345
鲁宾常数 …… 310
鲁歇定理 …… 44
就范正交系 …… 123,242
普西函数 …… 552,579
普拉托问题 …… 198
普莱姆利-索霍茨基公式 …… 497
普莱姆利-普里瓦洛夫定理 …… 498
普莱姆利公式 …… 69
普特兰姆-富格里德定理 …… 143
普朗托积分微分方程 …… 508
普朗歇尔变换 …… 262
普朗歇尔定理 …… 245,258,262
道格拉斯泛函 …… 198
道路空间 …… 283
道路空间的变分 …… 282
滞后型无穷时滞泛函微分方程 …… 407
滞后型泛函微分方程 …… 406
滞后型差分微分方程 …… 409
滞后型概周期泛函微分方程 …… 410
游荡分支 …… 539
游荡点 …… 514
富比尼定理 …… 21
富比尼逐项微分定理 …… 21
富克斯方程 …… 392
富克斯变换 …… 40
富克斯型方程 …… 554
富克斯群 …… 63
窗口傅里叶变换局部化算子 …… 357
窗口傅里叶变换的框架 …… 359
遍历分支 …… 545
遍历性 …… 544
遍历性理论 …… 543
遍历情形 …… 535
幂级数 …… 44
幂级数解法 …… 385
幂等算子 …… 135
幂零算子 …… 135
谢尔品斯基依测度覆盖定理 …… 13
谢尔品斯基垫 …… 371
属于幂级数的乘法序列 …… 290
强 (p,q) 范数 …… 250
强 (p,q) 型算子 …… 250
强双曲型算子 …… 449
强可测向量值函数 …… 100
强外尔斯特拉斯条件 …… 208
强列紧 …… 115
强收敛 …… 114,307
强拟凸域 …… 79
强极大值原理 …… 453
强极值 …… 198
强极值的必要条件 …… 208
强极值的充分条件 …… 208
强求和 …… 244
强连续映射 …… 153
强拓扑 …… 114
强制泛函 …… 177

强迫双线性型 …… 458
强单调映射 …… 163
强性逼近 …… 232
强基本定向列 …… 114
强勒让德条件 …… 205
强混合 …… 544
强惟一性定理 …… 217
强椭圆型方程组 …… 460
强雅可比条件 …… 205
强微分 …… 155
强解 …… 434
强稳定性 …… 422
强算子拓扑 …… 114
强瘦 …… 313
强横截条件 …… 531
疏朗集 …… 110
缓增广义函数 …… 247

十 三 画

瑞利-里茨方法 …… 212
填充茹利亚集 …… 542
填充测度 …… 369
填充测度的弗罗斯特曼引理 …… 369
填充维数 …… 369
蒙日-安培方程 …… 487
蒙日方程 …… 439
蒙日曲线 …… 437
蒙日向量 …… 437
蒙日束 …… 436
蒙日轴 …… 437
蒙日锥 …… 437
蒙泰尔空间 …… 116
楔函数 …… 413
概自守函数 …… 420
概自守微分方程 …… 420
概周期向量函数 …… 418
概周期系统 …… 416
概周期泛函微分方程 …… 409
概周期函数 …… 416
概周期函数的指数集 …… 417
概周期函数的逼近定理 …… 417
概周期函数的傅里叶级数 …… 417
概周期函数的傅里叶系数 …… 417
概周期函数的傅里叶指数 …… 417
概周期函数的模 …… 417
概周期函数的模包含 …… 418
概周期常微分方程 …… 416
概周期解 …… 413
概括的非标准全域 …… 345
概率有界集 …… 170
概率位势论 …… 327
概率直径 …… 170
概率非紧性测度 …… 170
概率空间 …… 91
概率空间的同构 …… 545
概率度量空间 …… 169
概率度量空间上的压缩映射 …… 170
概率度量空间中的收敛序列 …… 169
概率度量空间中的连续映射 …… 169
概率度量空间中的柯西列 …… 169
概率度量空间中的等距 …… 169
概率测度 …… 91
概率积分 …… 560,606
概率预紧集 …… 170
概率赋范线性空间 …… 170
概率集压缩映射 …… 171
概率凝聚映射 …… 171
零(外)容集 …… 308
零内倒容集 …… 310
零内容集 …… 308
零外倒容集 …… 310
零级 δ 邻域 …… 198
零级距离 …… 198
零性子空间 …… 125
零性向量 …… 125
零点收敛指数 …… 55
零测度 …… 268
零集 …… 13
辐角原理 …… 43
路径 …… 42
路径集 …… 371
锥 …… 332
锥映射 …… 163
锥映射不动点定理 …… 175
锥映射的拓扑度 …… 172
稠定闭线性算子 …… 133
稠定线性算子 …… 133
稠定线性算子的闭扩张 …… 134
简化函数 …… 311
简化测度 …… 321
简单 C^* 代数 …… 149
简单极小歧变集 …… 538
简单奇点 …… 525
简单周期轨道 …… 522
简单波 …… 451
简单函数 …… 16,92
魁特序列空间 …… 114
微分方程 …… 7
微分方程组的首次积分 …… 382
微分半动力系统 …… 511
微分动力系统 …… 522
微分约束 …… 203
微分形式 …… 273,276
微分形式的李导数 …… 273
微分形式的周期 …… 284
微分流形 …… 265
微分理想 …… 273
微分算子 …… 181,294
微连续 …… 351
微局部分析 …… 185
遥远性定理 …… 353
遥远点 …… 353
詹姆斯空间 …… 120
鲍尔空间 …… 325
解公理 …… 348
解对初值和参数连续依赖性定理 …… 386
解对初值和参数的可微性定理 …… 386
解析开拓 …… 60
解析开拓原理 …… 60
解析开拓链 …… 61
解析元素 …… 61
解析曲线 …… 38
解析层 …… 292
解析函数 …… 38
解析函数边值问题 …… 68
解析函数论 …… 38
解析函数的 m 阶零点 …… 43
解析函数的无穷次可微性 …… 39
解析函数的支点 …… 62
解析函数的分支 …… 61
解析函数的存在域 …… 61
解析函数的自然边界 …… 61
解析函数的奇点 …… 61
解析函数的保域性 …… 47
解析函数的零点 …… 43
解析函数零点的孤立性 …… 43
解析特普利茨算子 …… 144
解析容量 …… 319
解析超曲面 …… 277
解析集 …… 308
解析算子半群 …… 146
解的 L^p 内估计 …… 486
解的 L^p 全局估计 …… 486
解的 L^p 估计 …… 486
解的可微性 …… 464
解的平展性 …… 408
解的有界性 …… 413
解的连续依赖性 …… 408
解的间断性 …… 450
解的指数估计 …… 414
解的振动性 …… 413
解的最终有界性 …… 413
解的等价类 …… 409
解的稳定性 …… 435
解柯西问题的特征线法 …… 440
解映射 …… 409
解核 …… 190
数学 …… 1
数学物理中的反问题 …… 435

数学物理方程 …… 433
满射线性算子 …… 132
源点 …… 524
滤子 …… 534
滤波器的消失矩 …… 360
塞尔对偶定理 …… 294
塞尔定理 …… 294
福克斯积分方程 …… 496
群上的正质量原理 …… 321
群上的平衡原理 …… 321
群上的扫除原理 …… 321
群上的位势论 …… 320
群上的位势核 …… 320
群上的质量惟一性原理 …… 321
群上的控制原理 …… 321
群作用下的不变泛函 …… 180
障碍问题 …… 480
叠加原理 …… 382
叠合度 …… 173
嘉当-苏伦定理 …… 78
嘉当-塞尔有限性定理 …… 294
嘉当扫除定理 …… 311
嘉当定理 A …… 293
嘉当定理 B …… 293
嘉当惟一性定理 …… 75
赫尔曼德尔乘子定理 …… 248
赫尔德连续性 …… 357
赫尔德空间 …… 253,436
赫弗里格定理 …… 267
赫茨空间 …… 257
聚点 …… 37
聚点的非标准特征 …… 352
聚值 …… 55
聚值集 …… 55
模 E 子流形 …… 276
模函数 …… 64
模群 …… 66
稳定极限环 …… 396
稳定的 D 算子 …… 411
稳定性 …… 400
稳定性条件 …… 361
稳定性依赖于初始时刻 …… 411
稳定性依赖于滞量 …… 411
稳定性猜测 …… 531
稳定流形 …… 529,550
稳定流形定理 …… 530
稳定域 …… 539
稳定集 …… 530
算子 $\bar{\partial}$ …… 279
算子 ∂ …… 279
算子方法 …… 385
算子半群 …… 144,427
算子半群方法 …… 442
算子半群的无穷小生成元 …… 144
算子半群的近似式 …… 145
算子半群的拉普拉斯变换 …… 145
算子半群的指标 …… 145
算子的协核空间 …… 506
算子的拟单调性 …… 426
算子的换位 …… 137
算子的原子性 …… 406
算子值测度 …… 102
算子值域 …… 134
算子理论 …… 131
算子群 …… 145
算子演算 …… 138

十 四 画

膜振动方程 …… 445
豪斯多夫-杨不等式 …… 246
豪斯多夫-杨定理 …… 243
豪斯多夫空间的非标准特征 …… 353
豪斯多夫测度 …… 104,366
豪斯多夫距离 …… 165
豪斯多夫维数 …… 104,367,541
瘦性 …… 313
端子集 …… 333
端点 …… 113,332
端点定理 …… 113
精细层 …… 292
赛格多项式 …… 236
谱 …… 135
谱分解 …… 532
谱半径 …… 135,147
谱同构不变量 …… 545
谱极大子空间 …… 137
谱系 …… 140
谱点 …… 420
谱映射定理 …… 139
谱测度 …… 139
谱测度的支集 …… 140
谱测度空间 …… 139
谱积分 …… 139
谱集 …… 135
谱算子 …… 138

十 五 画

增长数 …… 519
增生映射 …… 164
增算子 …… 163
鞍点 …… 395,524
横截条件 …… 475
横截性 …… 160
横截性条件 …… 202
横截相交 …… 537
横截面 …… 525
横截映射 …… 268
暴露点 …… 333
影 …… 349
影响区域 …… 446
黎卡提方程 …… 381
黎曼 P 方程 …… 554
黎曼 ζ 函数 …… 552,580
黎曼-希尔伯特边值问题 …… 69
黎曼-罗赫-希策布鲁赫定理 …… 298
黎曼-罗赫定理 …… 63
黎曼-施瓦兹反射原理 …… 61
黎曼-施瓦兹对称原理 …… 61
黎曼-勒贝格引理 …… 246
黎曼不变量 …… 451
黎曼公式 …… 482
黎曼边值问题 …… 69,498
黎曼曲面 …… 62,279
黎曼曲面的亏格 …… 63
黎曼问题 …… 450,498
黎曼问题的指标 …… 498
黎曼形式 …… 277
黎曼函数 …… 481
黎曼映射定理 …… 48
黎曼度量 …… 161
黎曼流形 …… 299
黎曼球面 …… 36
黎曼微分方程 …… 554
德·吉奥基-纳什估计 …… 485
德拉姆上同调群 …… 284,293
德拉姆同态 …… 284
德拉姆定理 …… 284
德拉姆复形 …… 284,293
德窖特茨基-罗杰斯定理 …… 122
熵 …… 235
熵条件 …… 451
熵映射 …… 546

十 六 画

薛定谔方程 …… 442
整平坦流 …… 106
整体分析 …… 263
整体解析函数 …… 61
整体稳定性 …… 411
整函数 …… 55
整函数的下级 …… 56
整函数的级 …… 56
整函数的格 …… 56
整线性变换 …… 41
整流 …… 105
霍奇分解定理 …… 300
霍奇理论 …… 299
霍姆格伦的惟一性定理 …… 443
霍普夫边界点定理 …… 453
霍普夫同伦分类定理 …… 173
霍普夫纤维化 …… 277
霍普夫型边界点定理 …… 464
霍普夫流形 …… 277

默比乌斯反演 …… 553
默比乌斯变换 …… 40,553
默比乌斯函数 …… 553
默塞尔定理 …… 493
赞格蒙空间 …… 253
凝聚向量场 …… 162
凝聚向量场的拓扑度 …… 172
凝聚层 …… 293
凝聚映射 …… 162
激波 …… 450

十七画

黛多问题 …… 197

十八画

覆盖曲面 …… 63
覆盖原理 …… 367

十九画

瓣状调和函数 …… 558
爆炸性 …… 541

其他

AF 代数 …… 149
A_p 权 …… 249
A_p 条件 …… 249
B^* 代数 …… 148
BL_0 函数 …… 316
BLD 函数 …… 315
BLD 族 …… 315
BL 函数 …… 315
BMO 范数 …… 252
BMO 函数空间 …… 251
B 代数 …… 147
B 扩大 …… 346
B 模型 …… 346
C^* 代数 …… 148
C^* 代数上正线性映射 …… 150
C^* 代数中的正元 …… 150
C^* 代数的表示 …… 150
C^* 代数的忠实表示 …… 150
C^* 代数的素理想 …… 149
C^* 代数的循环表示 …… 150
C^* 半范数 …… 149
C^* 范数 …… 148
C_0 半群 …… 427
C_0 半群的指数稳定性 …… 429
C_0 半群的渐近稳定性 …… 429
C_0 类等度连续算子半群 …… 144
C_0 类算子半群 …… 144
C_0 类算子群 …… 146
C^1 封闭引理 …… 532
$C_{2\pi}$ 中的饱和性 …… 225
CCR 代数 …… 149
C^k 类可微纤维丛 …… 269
C^k 类微分结构 $\mathscr{F}$ …… 265
C^k 流形 …… 265
C^k 流形间的 C^k 映射 …… 265
C^k 微分同胚 …… 265
$\mathbb{C}^n$ 中的无界域 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中的龙格域 …… 78
$\mathbb{C}^n$ 中的有界域 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中的多圆柱 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中的单位多圆柱 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中的星形域 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中的域 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中域的边界 …… 76
C^rCR 稳定性 …… 527
$C^r\Omega$ 稳定性 …… 527
C^r 向量场 …… 523
C^r 封闭引理猜测 …… 532
C^r 映射 …… 156
C^r 结构稳定性 …… 525
C^r 流 …… 523
C^r 常微系统 …… 523
C^r 微分半动力系统 …… 523
C^r 微分动力系统 …… 523
CW 复形 …… 286
$C[a,b]$中的饱和性 …… 225
$C-R$ 条件 …… 39
C 绝对连续测度 …… 310
c 维分布 …… 270
${}_cE'$ 的外代数 …… 278
${}_cE$ 的外代数 …… 278
D 划分法 …… 412
$E^p(M)$中的内积 …… 299
$\mathscr{E}$ 空间 …… 306
E 素函数 …… 60
E 流形 …… 275
$\mathscr{F}_0$ 的等价类 …… 366
F_σ 型集 …… 11
F 可微 …… 155
F 幂级数 …… 157
F 微分 …… 155
F 解析映射 …… 157
$f(t)$的平移函数集 $T(f)$ …… 417
$f(t)$的外壳 …… 417
GCR 代数 …… 149
GNS 构造 …… 150
G_δ 型集 …… 11
G 可微 …… 155
G 全纯映射 …… 157
G 幂级数 …… 156
G 微分 …… 155
$\mathscr{H}$ 正则集 …… 324
$\mathscr{H}$ 扫除 …… 323
$\mathscr{H}$ 调和测度 …… 324
H^p 空间 …… 251
H 方程 …… 194
H 锥 …… 326
H 锥理论 …… 326
J 长度 …… 206
J 距离 …… 206
J 稳定 …… 542
$\mathscr{K}$ 解析集 …… 308
K^* 上的逆梅林变换 …… 260
K^* 上的梅林变换 …… 259
KdV 方程 …… 451
K 亏格 …… 290
K 近乎处处 …… 308
K 空间 …… 130
k 重极限环 …… 396
K 容量 …… 308
L_a^2 函数的再生核 …… 67
$L^2[a,b]$中函数的傅里叶级数 …… 29
L^2 中完全的规范正交系 …… 30
L^2 中完备的规范正交系 …… 30
L^2 中的内积 …… 29
L^2 中的规范正交系 …… 29
L^2 有界性定理 …… 469
L^2 空间 …… 28
LCA 群 …… 261
L_w^p 度量下的逼近 …… 220
L^p 中的柯西列 …… 31
L^p 中的弱收敛 …… 31
L^p 中的强收敛 …… 30
L^p 空间 …… 30
l^p 空间 …… 32
L^p 度量下的逼近 …… 221
L_a^p 空间 …… 261
L^∞空间 …… 31
l^∞空间 …… 32
L 亏格 …… 290
MP 集 …… 323
M 进制小波 …… 362
M 的定义函数 …… 280
m 阶 l 次连带勒让德函数 …… 557,597
m 阶 l 次第一类连带勒让德函数 …… 557
m 阶 l 次第二类连带勒让德函数 …… 557
m 阶线性偏微分算子 …… 457
m 耗散算子 …… 427
$N_{\mathscr{F}}$ 类零集 …… 319
n 正线性泛函 …… 150
n 正线性映射 …… 150
n 阶线性方程的奇点 …… 392
n 阶线性常微分方程 …… 382
n 连通区域到平行割线区域的映射 …… 48

n连通区域到圆界区域的映射 …… 48
n连通区域到螺旋割线区域的映射 …… 48
n线性型 …… 155
n线性算子 …… 155
n标架 …… 286
O模层 …… 292
PA性质 …… 236
PB解 …… 315
PS条件 …… 479
PWB解 …… 315
P式稳定轨道 …… 513
p级数域 …… 258
p进数域 …… 258
P调和空间 …… 325
p链 …… 274
q拟凸域 …… 280
Q拓扑 …… 353
$\mathbf{R}^n$中开集的构造 …… 10
$\mathbf{R}^n$中的拟微分算子 …… 295
$\mathbf{R}^n$中的指标公式 …… 297
$\mathbf{R}^n$中的点集 …… 10
$\mathbf{R}^n$中标准拟微分算子 …… 295
$\mathbf{R}^n$空间中的变分不等式 …… 479
R等价 …… 526
R共轭 …… 526
S^1指标 …… 181
SLp域 …… 280
S极限 …… 353
S连续 …… 351
S拓扑 …… 353
S类 …… 49
S测度 …… 355
S调和空间 …… 325
s阶赫尔德条件 …… 374
s维豪斯多夫测度 …… 366
s集 …… 366
$T(f,\varepsilon)$的包含区间长 …… 417
$T1$定理 …… 248
$\mathscr{U}$广义狄利克雷问题 …… 323
$\mathscr{U}$广义狄利克雷问题的解 …… 323
$\mathscr{U}$可解集 …… 323
$\mathscr{U}$调和测度 …… 323
UHF代数 …… 149
u_0凸算子 …… 163
u_0凹算子 …… 163
VMO函数空间 …… 255
V强迫 …… 459
W^*代数 …… 151
Z_2指标 …… 180
Λ核 …… 303
Σ极值点 …… 318
Σ类 …… 49
Ω半稳定性 …… 527
Ω共轭 …… 526
Ω等价 …… 526
Ω爆炸 …… 534
α上调和函数 …… 306
α内容量 …… 309
α正则点 …… 312
α外容量 …… 309
α伪轨 …… 518
α极限点 …… 513
α极限集 …… 513
α极集 …… 310
α位势 …… 302
α细开集 …… 313
α细闭集 …… 313
α细极限 …… 313
α细拓扑 …… 313
α相互能量 …… 307
α格林函数 …… 312
α格林测度 …… 312
α核 …… 302
α容量 …… 309
α调和函数 …… 306
α能量 …… 307
α瘦 …… 313
β跟踪 …… 518
δ式函数列 …… 127
δ测度 …… 91
δ覆盖 …… 366
$\varepsilon\delta$连续 …… 351
ε下半连续集值映射 …… 165
ε上半连续集值映射 …… 165
ε平移数集 …… 417
ε网 …… 110,235
ε连续集值映射 …… 165
ε概周期数集 …… 417
ε覆盖 …… 235
ζ函数 …… 534
ζ集 …… 546
κ次扩大的定向极限 …… 346
λ引理 …… 524
λ类 …… 89
μ^*可测集 …… 90
μ上调和测度 …… 321
μ调和测度 …… 321
μ零测度集 …… 92
μ零集 …… 92
π类 …… 89
σ代数 …… 88
σ加法类 …… 88
σ有限广义测度 …… 94
σ有限广义测度空间 …… 94
σ有限测度 …… 89
σ有限测度代数 …… 91
σ有限测度环 …… 91
σ有限测度空间 …… 91
σ完备向量格 …… 130
σ环 …… 88
σ域 …… 88
χ平衡分布 …… 322
χ扫除测度 …… 321
χ容量 …… 321
ω极限点 …… 513
ω极限集 …… 513
ω周期过程 …… 415
$\bar{\partial}$问题 …… 79
$\bar{\partial}$算子 …… 79
#函数 …… 252
(M)型映射 …… 164
(n,ε)支架集 …… 548
(n,ε)分离集 …… 548
$(\mathrm{P.S})^+$条件 …… 177
$(\mathrm{P.S})^-$条件 …… 177
$(\mathrm{P.S})_c$条件 …… 177
$(\mathrm{P.S})$条件 …… 177
(r,s)型张量丛 …… 273
(r,s)型张量场 …… 273
$(S)_+$型映射 …… 164
(S)型映射 …… 164
(α,T)伪轨 …… 518
(α,T)链 …… 518
*有限集 …… 345
*连续 …… 351
*表示 …… 148
*映射 …… 344
*映射的初等部分 …… 349
I_n型因子 …… 152
Ⅰ型冯·诺伊曼代数 …… 151
II_1型因子 …… 152
II_∞型因子 …… 152
Ⅱ型冯·诺伊曼代数 …… 151
Ⅲ型冯·诺伊曼代数 …… 151
Ⅲ型因子 …… 152
2上调和函数 …… 306
2正则点 …… 312
2核 …… 303
$5r$覆盖引理 …… 367

条目音序索引

说明：1. 该索引收录了本卷正文中给出释文的全部条目及其参见条目，提供读者按汉语拼音方式检索使用。

2. 以汉字起首的条目标题按第一字的汉语拼音字母顺序排列，若第一字的声母、韵母相同，则按声调的阴平、阳平、上声、去声顺序排列。第一个字相同的，则按第二个字的汉语拼音字母顺序排列，多音字按不同的拼音字母顺序排列，依此类推。

3. 凡第一个字为西文字母、数学符号、罗马数字和阿拉伯数字起首的条目标题，一律排在汉字起首条目标题的最后。以西文字母起首的条目标题分别按其字母的花体、大写、小写及字母本身的先后顺序排列；数学符号起首的条目标题按知识结构顺序排列；数字起首的条目标题按由小到大的顺序排列。若起首的字母、符号及数字相同时，仍按其后汉字的拼音字母顺序排列。

A

阿贝尔-泊松平均 …… 245
阿贝尔簇 …… 277
阿贝尔定理 …… 45
阿贝尔函数方程 …… 509
阿贝尔积分 …… 62
阿贝尔积分方程 …… 495
阿贝尔积分算子 …… 495
阿贝尔投影 …… 151
阿贝尔微分 …… 63
阿波罗尼奥斯圆族 …… 41
阿达马三圆定理 …… 47
阿达马因子分解定理 …… 54
阿蒂亚-博特-莱夫谢茨数 …… 298
阿蒂亚-辛格指标定理 …… 298
阿尔佩尔条件 …… 238
阿基米德单位 …… 130
阿基米德向量格 …… 130
阿龙扎扬-史密斯核 …… 303
阿梅留定理 …… 419
阿南达姆-布雷洛位势 …… 303
阿诺尔德-霍曼环 …… 540
阿佩尔二变量超几何函数 …… 556
阿希士尔-列维坦积分 …… 233
阿希士尔-列维坦积分逼近 …… 233
埃伯莱因-斯穆良定理 …… 122
埃尔米特-费耶尔插值多项式 …… 230
埃尔米特-费耶尔插值多项式逼近 …… 229
埃尔米特插值多项式 …… 229
埃尔米特插值多项式逼近 …… 229
埃尔米特插值公式 …… 237
埃尔米特多项式 …… 223,574,647
埃尔米特多项式系 …… 223
埃尔米特核 …… 490
埃尔米特核的积分方程 …… 493
埃尔米特流形 …… 82
埃尔米特双线性泛函 …… 124
埃尔米特算子 …… 141
埃尔米特形式 …… 279
埃文斯-塞尔贝格定理 …… 311
埃文斯定理 …… 311
埃文斯位势 …… 311
艾德曼-外尔斯特拉斯角条件 …… 203
艾克兰德变分原理 …… 177
艾里函数 …… 564,620
安德罗诺夫定理 …… 396
安格尔函数 …… 564
安格尔函数和韦伯函数 $E(Z)$ …… 619
安诺索夫封闭引理 …… 532
安诺索夫可微映射 …… 528
安诺索夫流 …… 529
安诺索夫同胚 …… 518
安诺索夫微分同胚 …… 528
安诺索夫向量场 …… 529
鞍点 …… 395,524
按度量收敛 …… 109
按范数收敛 …… 31
按一次近似决定稳定性 …… 401
凹函数 …… 335
奥恩斯坦定理 …… 545
奥尔利奇空间 …… 32

B

巴恩斯广义超几何级数 …… 555
巴恩斯积分 …… 555
巴拿赫 * 代数 …… 148
巴拿赫-阿劳格鲁定理 …… 114
巴拿赫-芬斯勒流形 …… 161
巴拿赫-马祖尔距离 …… 119
巴拿赫-萨克斯定理 …… 31
巴拿赫-萨克斯性质 …… 120
巴拿赫-施坦豪斯定理 …… 134
巴拿赫不动点定理 …… 174
巴拿赫代数 …… 147
巴拿赫代数的表示 …… 147
巴拿赫代数的根 …… 147
巴拿赫定理 …… 22
巴拿赫格 …… 130
巴拿赫极限 …… 119
巴拿赫空间 …… 117
巴拿赫空间的同胚问题 …… 119
巴拿赫空间上的算子半群 …… 145
巴拿赫空间中的级数 …… 121
巴拿赫流形 …… 158
巴拿赫流形的切丛 …… 159
巴拿赫流形的切空间 …… 158
巴拿赫流形的切向量 …… 158
巴拿赫流形的余切丛 …… 159
巴拿赫流形的余切空间 …… 159
巴拿赫流形的余切向量 …… 159
巴拿赫流形的子流形 …… 160
巴拿赫流形上的 C^r 映射 …… 158
巴拿赫逆算子定理 …… 134
巴拿赫向量丛 …… 159
巴拿赫指标函数 …… 22

巴赛特函数 …… 563
柏森理论 …… 550
柏森熵公式 …… 550
拜特-雷默瑞小波 …… 360
班勒卫定理 …… 61
班勒卫零集 …… 319
半单的巴拿赫代数 …… 147
半端子集 …… 333
半范数 …… 117
半分离解 …… 422
半负子空间 …… 125
半共轭 …… 526
半环 …… 88
半奇数阶贝塞尔函数 …… 616
半奇数阶变形贝塞尔函数 …… 618
半极集 …… 313
半结构稳定性 …… 526
半绝对连续函数 …… 23
半空间 …… 331
半连续函数 …… 15
半连续函数隔离定理 …… 15
半连续映射 …… 154
半流 …… 511
半内积 …… 146,424
半诺特算子 …… 506
半瘦 …… 313
半双线性泛函 …… 124
半稳定极限环 …… 396
半稳定性 …… 526
半细边界值 …… 313
半细极限 …… 313
半线性偏微分方程 …… 433
半序线性空间 …… 129
半有界变差的向量值测度 …… 102
半有界算子 …… 142
半有限冯·诺伊曼代数 …… 151
半有限迹 …… 151
半有限投影 …… 152
半正定核 …… 493
半正子空间 …… 125
半自反局部凸空间 …… 116
伴随边界条件 …… 387
伴随边值问题 …… 387,458
伴随方程 …… 463
伴随微分方程 …… 385
伴随线性算子 …… 133
伴随形式 …… 299
伴随组 …… 458
瓣状调和函数 …… 558
包络 C^* 代数 …… 149
饱和的超结构嵌入 …… 350
饱和的非标准全域 …… 345
饱和公理 …… 348
保测变换 …… 543
保测变换的共轭 …… 545
保测变换的谱同构 …… 545
保测变换的生成元 …… 547
保测变换的双边生成元 …… 547
保测变换的同构 …… 545
保测映射 …… 94
保持测度的映射 …… 94
保定向映射 …… 274
保范同构 …… 117
保范映射 …… 118
保角变换 …… 47
保向共轭 …… 526
鲍尔空间 …… 325
暴露点 …… 333
爆炸性 …… 541
贝尔纲定理 …… 110
贝尔函数 …… 17,98
贝尔集 …… 98
贝尔集类 …… 98
贝尔可测函数 …… 98
贝尔曼方程 …… 486
贝克域 …… 540
贝塞尔不等式 …… 29,123
贝塞尔方程 …… 561
贝塞尔函数 …… 561
贝塞尔积分 …… 562
贝塞尔位势 …… 260
贝塞尔位势空间 …… 247
贝塔函数 …… 552,578
本迪克松定理 …… 397
本性奇点 …… 44
本性有界函数类 …… 31
本原 C^* 代数 …… 149
本原理想 …… 149
本征向量 …… 135
本征值 …… 135
本质边界条件 …… 198
本质谱 …… 151
本质自伴算子 …… 142
逼近定理 …… 354
逼近格式 …… 164
逼近固有映射 …… 164
逼近固有映射的广义度 …… 172
逼近集 …… 238
逼近问题 …… 122
逼近性质 …… 122
比伯巴赫猜想 …… 50
比伯巴赫多项式 …… 236
比较定理 …… 464
比林斯利定理 …… 367
彼得-外尔定理 …… 257
彼得罗夫斯基意义下的双曲型方程 …… 449
毕晓普-费尔泼斯定理 …… 332
闭包的非标准特征 …… 352
闭轨 …… 395
闭集 …… 37
闭集的非标准特征 …… 352
闭集上的抽象柯西问题 …… 425
闭集上的解的存在性 …… 425
闭集上连续函数的延拓定理 …… 15
闭黎曼曲面 …… 63
闭路径 …… 38
闭平面 …… 36
闭球套定理 …… 110
闭区域 …… 38
闭凸函数 …… 338
闭图象定理 …… 134
闭线性算子 …… 133
闭线性子空间 …… 118
闭形式 …… 284
边界 …… 37
边界的非标准特征 …… 353
边界点 …… 37
边界对应定理 …… 47
边界条件 …… 434
边缘的定向 …… 275
边值问题 …… 435
变动边界变分问题 …… 203
变分被积函数 …… 198
变分不等式 …… 479
变分法 …… 196
变分法基本引理 …… 199
变分方法 …… 50
变分积分 …… 198
变分问题 …… 198,475
变分问题的反问题 …… 211
变分问题的直接法 …… 211
变分学 …… 197
变分原理 …… 210,477,548
变量分离法 …… 380
变形贝塞尔函数 …… 563,617
变形马蒂厄方程 …… 571
变形马蒂厄函数 …… 571
遍历分支 …… 545
遍历情形 …… 535
遍历性 …… 544
遍历性理论 …… 543
标准 p 单形 …… 274
标准部分 …… 349
标准部分定理 …… 349
标准部分公理 …… 349
标准部分映射 …… 349
标准丛 …… 279
标准定义原理 …… 345
标准分析 …… 342
标准假设 …… 418
标准全域 …… 343
标准实数 …… 349
标准实体 …… 345
表现定理 …… 393

别索夫空间 …… 247,261
波的后效应 …… 447
波的弥散 …… 447
波动方程 …… 445
波动方程的基本解 …… 445
波动方程的能量不等式 …… 448
波尔查诺-外尔斯特拉斯定理 …… 37
波赫哈默尔围道 …… 559
波莱尔-瓦利隆方向 …… 57
波莱尔测度空间 …… 91
波莱尔定理 …… 56
波莱尔方向 …… 57
波莱尔函数 …… 97
波莱尔集 …… 11,97
波莱尔集类 …… 88
波莱尔可测函数 …… 18,97
波莱尔可测空间 …… 90
波莱尔例外值 …… 57
波前集 …… 470
玻尔-诺伊格鲍尔理论 …… 419
玻尼极值原理 …… 484
伯恩施坦-鲁宾孙定理 …… 355
伯恩斯坦不等式 …… 218
伯恩斯坦多项式 …… 226
伯恩斯坦算子 …… 226
伯恩斯坦算子逼近 …… 226
伯恩斯坦型定理 …… 220
伯恩斯坦引理 …… 236
伯格曼度量 …… 83
伯格曼度量方阵 …… 83
伯格曼核函数 …… 82,236
伯格曼空间 …… 67
伯格曼流形 …… 83
伯格曼投影 …… 68
伯克霍夫遍历定理 …… 543
伯克霍夫插值多项式 …… 229
伯克霍夫插值多项式逼近 …… 229
伯克霍夫积分 …… 101
伯克霍夫中心 …… 514
伯努利多项式 …… 572,650
伯努利方程 …… 380
伯努利数 …… 572,651
伯努利拓扑 …… 320
伯努利移位 …… 543
伯西柯维奇函数的维数 …… 374
泊松方程 …… 454
泊松公式 …… 447
泊松核 …… 53,244,455
泊松核函数 …… 84
泊松积分 …… 84,246,304,455
泊松积分公式 …… 53,454
泊松括号 …… 437
泊松平均 …… 244
泊松稳定轨道 …… 513
博尔查问题 …… 203
博赫纳-费耶尔多项式 …… 417
博赫纳-里斯平均 …… 245
博赫纳-马蒂里尼积分表示公式 …… 80
博赫纳定理 …… 262,419
博赫纳积分 …… 101,167
博内中值定理 …… 20
博苏克-乌拉姆定理 …… 173
博特定理 …… 297
博特周期性定理 …… 297
补法向量 …… 483
补法向微商 …… 483
不变测度 …… 98,321
不变测度的遍历分解 …… 545
不变调和函数 …… 83
不变分支 …… 540
不变集 …… 398,513
不变集的 C^r 结构稳定性 …… 527
不变集的半结构稳定性 …… 528
不变向量场 …… 270
不变子空间 …… 137
不变子空间格 …… 137
不变坐标 …… 519
不定度规空间 …… 125
不定内积空间 …… 125
不动点 …… 174,512
不动点理论 …… 174
不动点指数 …… 174
不交凸集的分隔性定理 …… 112
不可约表示 …… 147
不适定问题 …… 435,495
不同测度与维数的比较 …… 369
不完全贝塔函数 …… 555
不完全伽马函数 …… 560,605
不完全椭圆积分 …… 566
不稳定极限环 …… 396
不稳定集 …… 530
不稳定流形 …… 530
不稳定性 …… 400
布拉施克乘积 …… 66
布朗运动的位势论 …… 327
布劳德不动点定理 …… 176
布劳威尔不动点定理 …… 174
布劳威尔度 …… 171
布雷洛空间 …… 325
布洛赫猜测 …… 59
布洛赫常数 …… 51
布洛赫定理 …… 51
布洛赫函数 …… 68
布洛赫空间 …… 68
布确域 …… 540
部分超实数解 …… 348
部分等距算子 …… 140
部分分式分解 …… 54
部分解定理 …… 348
部分实数解 …… 348

C

参数变分积分 …… 209
残数 …… 43
残数定理 …… 43
仓特善紧致化 …… 317
仓西定理 …… 296
测地投影 …… 36
测地线 …… 197
测度 …… 89
测度代数 …… 91,545
测度代数的同构 …… 546
测度的 L^p 维数 …… 376
测度的 L^p 维数的关系 …… 377
测度的 L^∞ 维数 …… 376
测度的等价 …… 95
测度的点态维数 …… 376
测度的分形结构 …… 375
测度的豪斯多夫维数 …… 375
测度的截集 …… 377
测度的连续指数 …… 376
测度的谱维数 …… 376
测度的奇异指数 …… 376
测度的弱收敛 …… 98
测度的熵维数 …… 377
测度的势 …… 367
测度的填充维数 …… 376
测度的相对导数 …… 96
测度的支集 …… 91
测度的重分形分析 …… 377
测度环 …… 91
测度空间 …… 90
测度空间的乘积 …… 97
测度论 …… 87
测度熵 …… 375,546
测度完备化 …… 92
测度完全化 …… 92
测度问题 …… 92
测度延拓的惟一性 …… 90
层 …… 291
层的标准分解 …… 292
层的分解 …… 292
层的截面 …… 291
层的截面预层 …… 291
层论 …… 290
层同构 …… 291
层同态 …… 291
层系数的上同调群 …… 292
插值序列 …… 67
查瑞流 …… 536
差分法 …… 483
差分微分方程 …… 408
差核积分方程 …… 503

常返卷积半群 …… 320
常数变易法 …… 380
常数变易公式 …… 414
常微分方程 …… 378
常微分方程初值问题 …… 386
常微分方程的边值问题 …… 387
常微分方程的方向场 …… 379
常微分方程的积分曲线 …… 379
常微分方程的阶 …… 379
常微分方程的解 …… 379
常微分方程的奇解 …… 381
常微分方程的特解 …… 379
常微分方程的通积分 …… 379
常微分方程的通解 …… 379
常微分方程的周期解 …… 396
常微分方程定性理论 …… 394
常微分方程解的存在惟一性 …… 386
常微分方程解的延拓 …… 386
常微分方程解析理论 …… 389
常微分方程稳定性理论 …… 400
常微分方程组 …… 379
常微分方程组的积分 …… 379
常微分算子 …… 181
常微系统族 $\mathscr{B}^{*}$ …… 538
常微系统族 $\mathscr{B}^{**}$ …… 538
常系数微分算子 …… 470
常系数线性微分方程(组) …… 384
常值层 …… 292
场的横截曲面 …… 206
场的基本函数 …… 206
超比函数 …… 555
超不变子空间 …… 137
超调和簇 …… 323
超调和函数 …… 304
超定方程组 …… 433
超过测度 …… 321
超几何多项式 …… 575
超几何方程 …… 393,554
超几何方程的基本解 …… 583
超几何函数 …… 393,555,582
超几何函数的二次变换 …… 585
超几何函数的渐近展开 …… 588
超几何函数的邻次关系 …… 584
超几何函数的特殊值 …… 586
超几何级数 …… 554
超结构 …… 343
超结构的初等部分 …… 349
超结构嵌入存在定理 …… 350
超结构嵌入惟一性定理 …… 350
超平面 …… 331
超平面的支撑点 …… 332
超平面截面丛 …… 279
超奇异集 …… 540
超前型差分微分方程 …… 409
超切锥 …… 334
超球多项式 …… 575
超球函数 …… 559
超球微分方程 …… 559
超实数 …… 343
超实数存在定理 …… 349
超实数公理 …… 347
超实数域 …… 348
超实数域的超幂构造 …… 342
超实数域的惟一性定理 …… 349
超实数轴 …… 348
超实向量 …… 352
超实中间值定理 …… 350
超实中值定理 …… 351
超实最值定理 …… 350
超椭圆积分 …… 565
超椭圆曲面 …… 62
超限直径 …… 310
超有限代数 …… 151
超有限集 …… 345
超有限计数空间 …… 355
超有限劳勃空间 …… 354
超越亚纯函数 …… 54
超越整函数 …… 55
超越支点 …… 62
超中立型泛函微分方程 …… 407
超自反巴拿赫空间 …… 120
陈(省身)类 …… 288
陈类的乘积公式 …… 288
陈数 …… 288
陈数的线性独立性 …… 289
陈特征标 …… 289
成带条件 …… 437
乘法遍历定理 …… 549
乘法示性类 …… 290
乘法序列 …… 289
乘积 σ 代数 …… 96
乘积测度 …… 97
乘积空间中的稳定性 …… 403
乘积空间中可测集的截口性质 …… 12
乘积拓扑的非标准特征 …… 353
乘子 …… 243,260,539
乘子算子 …… 248
尺度函数 …… 359
尺度序列 …… 363
尺度序列的完全重构条件 …… 360
斥性周期点 …… 539
冲击波 …… 450
抽象逼近 …… 238
抽象边界 …… 316
抽象测度 …… 89
抽象测度论 …… 88
抽象调和分析 …… 257
抽象调和锥 …… 316
抽象积分 …… 93
抽象积分论 …… 88
抽象柯西问题 …… 146,423
抽象柯西问题的皮卡定理 …… 423
抽象柯西问题解的存在惟一性 …… 425
抽象柯西问题局部解的存在性 …… 424
抽象柯西问题整体解的存在性 …… 425
抽象空间 $L^p(1\leqslant p\leqslant+\infty)$ …… 131
抽象空间的锥 …… 425
抽象空间中的微分方程 …… 423
抽象位势锥 …… 316
畴数 …… 178,283
稠定闭线性算子 …… 133
稠定线性算子 …… 133
稠定线性算子的闭扩张 …… 134
初-边值问题 …… 435,461
初等波 …… 451
初等不动点 …… 524
初等的非标准分析模型 …… 346
初等复变函数 …… 39
初等扩张原理 …… 350
初等算子 …… 139
初始集 …… 408
初始条件 …… 434
初始值 …… 434
初值问题 …… 434
传递性条件 …… 371
窗口傅里叶变换的框架 …… 359
窗口傅里叶变换局部化算子 …… 357
纯不连续群 …… 277
纯量算子 …… 138
纯态 …… 150
纯无限冯·诺伊曼代数 …… 151
纯无限投影 …… 152
纯虚数 …… 35
次导数 …… 339
次调和函数 …… 246,304
次可加遍历定理 …… 549
次可加泛函 …… 112
次可加函数 …… 336
次可微 …… 339
次扩张亚纯函数 …… 540
次连续映射 …… 153
次特征 …… 439
次梯度 …… 339
次微分 …… 339
次线性函数 …… 336
次正常算子 …… 143
次正规算子 …… 143
次自反空间 …… 120
丛截面的芽层 …… 292

丛射 …… 269
丛同态 …… 285
存在性定理 …… 216

D

达伯-萨多夫斯基不动点定理 …… 175
达布定理 …… 276
达布中值公式 …… 38
达芬方程 …… 400
达朗贝尔-欧拉条件 …… 39
达朗贝尔公式 …… 447
大范围分析 …… 263
大范围渐近稳定性 …… 411
大范围一致渐近稳定性 …… 411
大轨道 …… 542
大时滞渐近稳定性 …… 412
大时滞稳定性 …… 411
代数 …… 88
代数闭包 …… 331
代数闭集 …… 331
代数边界 …… 331
代数簇 …… 277
代数多项式逼近 …… 218
代数多项式逼近的逆定理 …… 219
代数函数 …… 62
代数开集 …… 331
代数流形 …… 277
代数内部 …… 331
代数算子 …… 136,506
代数算子方程 …… 506
代数体函数 …… 59
代数支点 …… 62
带边 C^k 流形 …… 275
带调和函数 …… 246,558
带符号测度 …… 94
带位移的奇异积分方程 …… 504
殆复结构 …… 278
殆复流形 …… 278
待定系数法 …… 384
黛多问题 …… 197
丹尼尔表示定理 …… 97
丹尼尔积分 …… 97
单边拓扑马尔可夫链 …… 519
单参数变换群 …… 511
单参数微分同胚群 …… 270
单侧极值 …… 209
单侧移位算子 …… 143
单层位势 …… 303,488
单层位势导数的跃度关系 …… 488
单纯形 …… 331
单调逼近 …… 232
单调迭代方法 …… 426
单调函数 …… 21
单调类 …… 88
单调型映射的满值性定理 …… 168
单调映射 …… 163
单调有理逼近 …… 231
单复变函数论 …… 34
单浸入 …… 267
单连通区域 …… 38
单射线性算子 …… 132
单位分解 …… 139,265
单位分解存在性定理 …… 265
单位圆到单位圆的映射 …… 41
单叶函数参数表示法 …… 50
单叶函数论 …… 49
单值化 …… 62
单值化定理 …… 63
单值性定理 …… 62
单子 …… 349
当儒瓦-施瓦兹定理 …… 534
当儒瓦-杨-萨克斯定理 …… 24
当儒瓦不定积分 …… 26
当儒瓦积分 …… 26
当儒瓦流 …… 535
导出集 …… 37
导算子 …… 139,159
导子 …… 265
倒容量 …… 309
到波莱尔集的 α 扫除 …… 312
道格拉斯泛函 …… 198
道路空间 …… 283
道路空间的变分 …… 282
德·吉奥基-纳什估计 …… 485
德窖特茨基-罗杰斯定理 …… 122
德拉姆定理 …… 284
德拉姆复形 …… 284,293
德拉姆上同调群 …… 284,293
德拉姆同态 …… 284
等变映射 …… 180
等测包 …… 12
等测核 …… 12
等度连续的非标准特征 …… 354
等价的投影 …… 152
等价点 …… 64
等价范数 …… 118
等价分解 …… 60
等价关系 …… 220
等价族 …… 542
等距算子 …… 140
等距同构 …… 110,118
等距映射 …… 110,118
等位面 …… 307
等周问题 …… 197,476
等周约束 …… 203
狄喇克 δ 函数 …… 126
狄喇克测度 …… 91
狄喇克分布 …… 126
狄利克雷边值问题 …… 435
狄利克雷泛函 …… 198
狄利克雷核 …… 227,241
狄利克雷积分 …… 198,315,477
狄利克雷级数 …… 45
狄利克雷级数的收敛横标 …… 45
狄利克雷级数收敛半平面 …… 45
狄利克雷空间 …… 325
狄利克雷空间论 …… 325
狄利克雷区域 …… 53
狄利克雷问题 …… 53,453
狄利克雷形式 …… 326
狄利克雷域 …… 314
狄利克雷原理 …… 315,477
狄利克雷组 …… 458
狄氏型 …… 326
狄氏型理论 …… 325
迪厄多内的例子 …… 424
迪拉克定理 …… 397
迪尼导数 …… 24
第二边值问题 …… 53,453
第二变分公式 …… 283
第二范畴集 …… 110
第二纲集 …… 110
第二基本定理 …… 58
第二极大值原理 …… 303
第二类贝塞尔函数 …… 562,613
第二类变形贝塞尔函数 …… 563
第二类变形马蒂厄函数 …… 571,640
第二类不完全椭圆积分 …… 566
第二类典型域 …… 77
第二类汉克尔函数 …… 552
第二类拉梅函数 …… 569
第二类勒让德函数 …… 557
第二类连带勒让德函数 …… 557
第二类马蒂厄函数 …… 571
第二类奇点 …… 391
第二类切比雪夫多项式 …… 223,574
第二类球贝塞尔函数 …… 563
第二类椭球调和函数 …… 570
第二类椭圆函数 …… 567
第二类完全椭圆积分 …… 566
第二类外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
第二类西格尔域 …… 77
第二类移位切比雪夫多项式 …… 574
第二类准解析函数 …… 70
第二种拉梅函数 …… 569
第六类例外典型域 …… 78
第三边值问题 …… 453
第三类贝塞尔函数 …… 562,614
第三类变形马蒂厄函数 …… 572,641

第三类不完全椭圆积分 …… 566
第三类典型域…… 77
第三类拉梅函数 …… 569
第三类球贝塞尔函数 …… 563
第三类椭球调和函数 …… 570
第三类椭圆函数 …… 567
第三类外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
第三类完全椭圆积分 …… 566
第四类典型域…… 77
第四类拉梅函数 …… 569
第四类椭球调和函数 …… 570
第五类例外典型域…… 77
第一边值问题…… 53,314,453
第一变分公式 …… 283
第一返回映射 …… 512
第一范畴集 …… 110
第一纲集 …… 110
第一基本定理…… 58
第一极大值原理 …… 303
第一类贝塞尔函数 …… 562,610
第一类变形贝塞尔函数 …… 563
第一类变形马蒂厄函数 …… 571,639
第一类不完全椭圆积分 …… 566
第一类典型域…… 77
第一类弗雷德霍姆积分方程 …… 494
第一类汉克尔函数 …… 562
第一类拉梅函数 …… 569
第一类勒让德函数 …… 557
第一类连带勒让德函数 …… 557
第一类马蒂厄函数 …… 571
第一类奇点 …… 391
第一类切比雪夫多项式 …… 223,574
第一类球贝塞尔函数 …… 563
第一类椭球调和函数 …… 570
第一类椭圆函数 …… 567
第一类外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
第一类完全椭圆积分 …… 566
第一类西格尔域…… 77
第一类移位切比雪夫多项式 …… 574
第一类准解析函数…… 70
第一种拉梅函数 …… 569,635
棣莫弗公式…… 37
典范变换 …… 201
典范乘积…… 54
典范方程组 …… 200,537
典型条件测度族 …… 546
典型纤维 …… 269
典型淹没 …… 268
典型域…… 77
典型坐标 …… 533
典则变换 …… 471
典则方程组 …… 439
点集的距离…… 10
点谱 …… 135
点态退化系统 …… 408
电容器原理 …… 322
迭代函数系 …… 371
迭核 …… 190
叠合度 …… 173
叠加原理 …… 382
定常系统的奇点 …… 394
定解条件 …… 434
定解问题 …… 434
定解问题的解 …… 435
定向丛 …… 287
定向配边类 …… 289
动力系统 …… 510
动力系统的中心 …… 514
杜·布瓦-雷蒙引理 …… 199
杜勃维茨基-米柳金锥 …… 334
杜俊基延拓定理 …… 173
度规函数 …… 336
度量空间 …… 109
度量空间的完备化空间 …… 110
度量空间的完备性的非标准特征 …… 354
度量空间中柯西列的非标准特征 …… 354
度量空间中有界集的非标准特征 …… 354
度量熵 …… 235
度量外测度…… 90
度量线性空间 …… 111
度量张量 …… 299
度量子空间 …… 109
端点 …… 113,332
端点定理 …… 113
端子集 …… 333
短程线 …… 197
短程线问题 …… 475
短时傅里叶变换 …… 357
对称埃尔米特流形…… 77
对称巴拿赫代数 …… 148
对称的 n 线性算子 …… 155
对称函数 …… 288
对称核 …… 302,490
对称核方程的性质 …… 492
对称核线性积分算子 …… 190
对称核线性积分算子的特征函数 …… 190
对称核线性积分算子的特征值 …… 190
对称化算子 …… 272
对称双曲型方程组 …… 449
对称双线性泛函 …… 125
对称算子 …… 141
对称算子的自伴扩张 …… 142
对称有界域…… 77
对称原理的一般形式…… 61
对称张量 …… 272
对合方程组 …… 439
对合分布 …… 270
对合运算 …… 148
对偶半群 …… 146
对偶不变性 …… 116
对偶窗口傅里叶框架 …… 359
对偶格 …… 131
对偶函数 …… 337
对偶积分方程 …… 503
对偶空间 …… 112
对偶框架 …… 358
对偶理论 …… 338
对偶群 …… 261
对偶线性算子 …… 133
对偶向量丛 …… 278
对偶向量族 …… 121
对偶小波框架 …… 358
对偶性质 …… 203
对偶映射 …… 168
对偶锥 …… 333
对数残数…… 43
对数核 …… 303
对数积分 …… 561,607
对数留数…… 43
对数容量 …… 310
对数位势 …… 303
对数支点…… 62
对于非线性算子半群的不变原理 …… 430
多饱和的非标准全域 …… 345
多边形映射…… 48
多分辨率分析 …… 359
多复变函数的 H^p 空间 …… 84
多复变函数的积分表示…… 80
多复变函数论…… 73
多复变解析函数…… 75
多复变全纯函数…… 74
多复变数 BMOA 函数 …… 85
多复变数布洛赫函数…… 85
多复变数极大函数…… 85
多复变数奈望林纳函数类…… 84
多复变数内函数…… 85
多复变数斯米尔诺夫函数类…… 85
多复变数亚纯函数…… 85
多复变数自守函数…… 86
多复变数自守函数的基本域…… 86
多伽马函数 …… 552

多解定理 …… 479
多扩大 …… 346
多扩大的饱和性 …… 346
多扩大的概括性 …… 346
多连通区域…… 38
多维小波 …… 363
多线性算子 …… 255
多项式的倒数逼近 …… 231
多项式紧算子 …… 136
多小波 …… 363
多值解析函数…… 62
多值映射 …… 165
多重次调和函数…… 78
多重次调和穷竭函数…… 78
多重调和函数 …… 318
多重傅里叶级数 …… 243
铎尔博尔-格罗腾迪克引理…… 279
铎尔博尔复形 …… 293
铎尔博尔同构 …… 293

E

恩龙映射 …… 536
二变量超几何函数 …… 555
二次泛函 …… 125
二次共轭函数 …… 337
二次换位定理 …… 151
二阶变分 …… 204
二阶非线性双曲型方程 …… 448
二阶拟线性椭圆型方程 …… 455
二阶偏微分算子的伴随算子 …… 444
二阶偏微分算子的格林公式 …… 444
二阶强椭圆型偏微分方程 …… 452
二阶退化双曲型方程 …… 448
二阶退化椭圆型偏微分方程 …… 452
二阶完全非线性椭圆型方程 …… 486
二阶线性抛物型方程 …… 461
二阶线性抛物型方程的基本解 …… 463
二阶线性偏微分方程的标准型 …… 441
二阶线性偏微分方程的分类 …… 441
二阶线性双曲型方程 …… 444
二阶线性双曲型方程的混合问题 …… 446
二阶线性双曲型方程的柯西问题 …… 445
二阶线性椭圆算子的基本解 …… 473
二阶线性椭圆型方程狄利克雷问题的格林函数 …… 474
二阶线性椭圆型偏微分方程 …… 452
二阶严格椭圆型偏微分方程 …… 452
二进小波 …… 361
二进小波变换 …… 361
二进小波变换重构公式 …… 361
二进重构小波 …… 361
二维马勒特算法 …… 361
二项测度 …… 377
二重序列收敛的非标准特征 …… 350

F

发展方程 …… 428,442
发展系统 …… 428
法图-杜布定理 …… 314
法图分支 …… 539
法图分支的有界性 …… 540
法图集 …… 538
法图引理…… 20
法瓦尔定理 …… 234,419
法瓦尔条件 …… 419
法映射 …… 484
法锥 …… 334
反变张量 …… 271
反对称核 …… 490
反对称核的积分方程 …… 494
反对称化算子 …… 272
反对称张量 …… 272
反函数定理 …… 157,267
反全纯向量丛 …… 279
反向延拓定理 …… 407
反演映射…… 48
反应扩散方程组 …… 467
泛定方程 …… 434
泛函的变分 …… 475
泛函的极值 …… 475
泛函的极值函数 …… 475
泛函的临界点 …… 176
泛函的临界值 …… 176
泛函分析 …… 107
泛函积分…… 99
泛函微分方程 …… 405
泛函微分方程的边值问题 …… 415
泛函微分方程的广义解 …… 408
泛函微分方程的通解 …… 414
泛函微分方程的稳定性 …… 411
泛函微分方程解的延拓 …… 407
范数 …… 117
范数拓扑 …… 113
仿傅里叶积分算子 …… 188
仿积 …… 186
仿积算子 …… 187
仿射包 …… 330
仿射函数 …… 336
仿射集 …… 330
仿射压缩 …… 365
仿射映射 …… 365
仿微分算子 …… 187
仿微分算子的象征 …… 187
仿线性化 …… 188
非阿基米德赋值 …… 258
非标准测度论 …… 354
非标准泛函分析 …… 355
非标准分析 …… 341
非标准全域 …… 343
非标准实数 …… 349
非标准拓扑 …… 352
非标准微积分 …… 346
非调和比…… 41
非对称核的积分方程 …… 493
非固有鞍点 …… 516
非光滑分析 …… 168,329
非紧半单李群上的傅里叶变换 …… 257
非紧性测度 …… 162,424
非绝对积分…… 19
非扩张映射 …… 162
非扩张映射不动点定理 …… 174
非平凡分解…… 60
非齐次边值问题 …… 435
非齐次波动方程柯西问题的解 …… 447
非齐次黎曼问题的一般解 …… 498
非齐次线性边值问题 …… 387
非齐次线性概周期微分方程 …… 418
非齐次线性微分方程 …… 380
非齐次线性微分方程组 …… 382
非切向边界值 …… 313
非切向极限值…… 67
非三角傅里叶分析 …… 240
非凸分析 …… 329
非退化的调和簇 …… 323
非退化临界点 …… 179,281
非退化奇点 …… 394
非退化子空间 …… 125
非完整约束 …… 203
非限覆盖曲面…… 64
非线性本征值 …… 157
非线性逼近 …… 230
非线性边值问题 …… 389
非线性调和空间 …… 326
非线性二阶微分方程的边值问题 …… 426
非线性弗雷德霍姆积分方程 …… 507
非线性公理位势论 …… 326
非线性积分方程 …… 507

非线性积分方程中的变分方法 …… 193
非线性积分方程中的拓扑方法 …… 194
非线性积分算子 …… 508
非线性积分算子的全连续性 …… 193
非线性偏微分方程 …… 433
非线性奇异积分方程 …… 507
非线性算子 …… 153
非线性算子半群的稳定性 …… 429
非线性特征向量 …… 157
非线性特征元 …… 157
非线性特征值 …… 157
非线性位势论 …… 326
非线性沃尔泰拉积分方程 …… 507
非线性希尔-吉田耕作定理 …… 427
非线性映射 …… 153
非游荡点 …… 514
非游荡集 …… 514
非原子测度 …… 92
非原子测度空间 …… 92
非正常积分的非标准特征 …… 351
非正则点 …… 312
非正则奇点 …… 391
非自伴边值问题 …… 388
菲涅耳积分 …… 560,606
肥集 …… 313
费伯变换 …… 236
费伯多项式 …… 236
费伯区域 …… 237
费伯算子 …… 237
费伯系数 …… 236
费伯展开式 …… 236
费弗曼-施坦不等式 …… 254
费克特节点 …… 238
费马原理 …… 197
费耶尔和 …… 226
费耶尔核 …… 244
费耶尔节点 …… 238
费耶尔平均 …… 244
费耶尔求和 …… 244
费耶尔算子逼近 …… 226
分布 …… 126
分布核 …… 468
分步法 …… 408
分叉点 …… 158
分割 ζ 的基 …… 546
分割 ζ 生成的 σ 代数 …… 546
分解惟一性 …… 60
分离变量法 …… 480
分歧 …… 480
分歧点 …… 158,480
分歧方程 …… 158
分歧解 …… 158
分歧理论 …… 157
分式线性变换 …… 40
分析 …… 7
分析的标准模型 …… 346
分析的非标准模型 …… 346
分析学 …… 5
分形乘积 …… 370
分形乘积的豪斯多夫测度 …… 370
分形乘积的豪斯多夫维数 …… 370
分形乘积的填充测度 …… 370
分形乘积的填充维数 …… 370
分形分析 …… 364
分形几何 …… 364
分形投影 …… 370
分支 …… 399
分子 …… 252
芬切尔-莫罗定理 …… 337
芬切尔问题 …… 338
芬斯勒度量 …… 161
芬斯勒结构 …… 160
冯·诺伊曼代数 …… 150
冯·诺伊曼代数的分解 …… 152
冯·诺伊曼代数的分类 …… 151
冯·诺伊曼代数的中心 …… 151
弗拉格曼-林德勒夫定理 …… 46
弗雷德霍姆定理 …… 492
弗雷德霍姆二择一定理 …… 484
弗雷德霍姆公式 …… 492
弗雷德霍姆积分方程 …… 490
弗雷德霍姆理论 …… 189
弗雷德霍姆算子 …… 137,460
弗雷德霍姆线性积分算子 …… 188
弗雷德霍姆行列式 …… 189,492
弗雷德霍姆型积分微分方程 …… 508
弗雷德霍姆映射 …… 160
弗雷德霍姆映射的拓扑度 …… 173
弗雷歇-泰勒公式 …… 157
弗雷歇层 …… 293
弗雷歇导算子 …… 155
弗雷歇定理 …… 29
弗雷歇解析映射 …… 157
弗雷歇可微 …… 155
弗雷歇空间 …… 117
弗雷歇幂级数 …… 157
弗雷歇微分 …… 155
弗里德里希斯不等式 …… 488
弗罗贝尼乌斯定理(第二形式) …… 274
弗罗贝尼乌斯定理(第一形式) …… 271
弗罗贝尼乌斯定理(经典形式) …… 271
弗罗贝尼乌斯方法 …… 393
弗罗斯特曼引理 …… 367
弗洛伊德定理 …… 217
符号半动力系统 …… 519
符号差 …… 290
符号差定理 …… 290
符号动力系统 …… 518
符号空间 …… 375
辐角原理 …… 43
福克斯积分方程 …… 496
负定算子 …… 142
负李亚普诺夫式稳定性 …… 516
负向泊松稳定轨道 …… 513
负向渐近轨道 …… 514
负型不动点 …… 521
负性向量 …… 125
负性子空间 …… 125
附属变分问题 …… 204
复变对数函数 …… 39
复变对数函数的主值 …… 39
复变反三角函数 …… 39
复变根式函数 …… 39
复变函数 …… 38
复变函数逼近论 …… 235
复变函数论 …… 33
复变幂函数 …… 39
复变三角函数 …… 39
复变一般指数函数 …… 39
复变指数函数 …… 39
复测度 …… 96
复测度的极分解 …… 96
复超平面 …… 277
复动力系统 …… 538
复化 …… 277
复化李括号 …… 279
复化切丛 …… 279
复化线性映射 …… 278
复化余切丛 …… 279
复环面 …… 277
复结构 …… 278
复流形 …… 81,276
复流形的全纯等价 …… 82
复流形的全纯同构 …… 81
复流形上的埃尔米特度量 …… 82
复流形上的共变张量场 …… 82
复流形上的函数 …… 81
复流形上的全纯函数 …… 81
复流形上的全纯映射 …… 81
复流形上的外微分形式 …… 82
复流形上的亚纯函数 …… 292
复欧几里得空间 …… 73
复平面 …… 36
复球面 …… 36
复射影空间 …… 74,277
复势 …… 72
复数 …… 35

复数的表示法…… 35
复数的代数表示法…… 36
复数的辐角…… 36
复数的绝对值…… 36
复数的模…… 36
复数的三角表示法…… 36
复数的向量表示法…… 36
复数的指数表示法…… 36
复数的主辐角…… 36
复数的坐标表示法…… 36
复速度…… 72
复微分 p 形式 …… 279
复线丛 …… 279
复向量丛 …… 269
复向量丛上的拟微分算子 …… 296
复值调和函数 …… 246
复值可测函数…… 93
复值可测函数的积分…… 96
复子流形 …… 276
赋范代数 …… 147
赋范环 …… 147
赋范线性空间 …… 117
赋范线性空间的伴随空间 …… 118
赋范线性空间的对偶空间 …… 118
赋范线性空间的共轭空间 …… 118
赋范线性空间的直和 …… 118
赋可列半范线性空间 …… 113
赋可列范线性空间 …… 113
赋准范线性空间 …… 117
傅里叶-斯蒂尔杰斯变换 …… 262
傅里叶变换 …… 245,261,482
傅里叶变换的反演 …… 257
傅里叶变换的反演公式 …… 253
傅里叶变换的限制定理 …… 255
傅里叶部分和 …… 241
傅里叶乘子 …… 247
傅里叶反演公式 …… 262
傅里叶分布 …… 182
傅里叶分析 …… 240
傅里叶和逼近 …… 227
傅里叶积分算子 …… 184,471
傅里叶级数 …… 240
傅里叶级数的线性求和 …… 243
傅里叶级数的线性求和法 …… 243
傅里叶系数 …… 241
富比尼定理…… 21
富比尼逐项微分定理…… 21
富克斯变换…… 40
富克斯方程 …… 392
富克斯群…… 63
富克斯型方程 …… 554
覆盖曲面…… 63
覆盖原理 …… 367

G

伽马函数 …… 551,576
伽马函数的欧拉无穷乘积公式 …… 552
伽马函数的外尔斯特拉斯无穷乘积公式 …… 552
盖尔范德表示 …… 148
盖尔范德积分 …… 101
概括的非标准全域 …… 345
概率测度…… 91
概率度量空间 …… 169
概率度量空间上的压缩映射 …… 170
概率度量空间中的等距 …… 169
概率度量空间中的柯西列 …… 169
概率度量空间中的连续映射 …… 169
概率度量空间中的收敛序列 …… 169
概率非紧性测度 …… 170
概率赋范线性空间 …… 170
概率积分 …… 560,606
概率集压缩映射 …… 171
概率空间…… 91
概率空间的同构 …… 545
概率凝聚映射 …… 171
概率位势论 …… 327
概率有界集 …… 170
概率预紧集 …… 170
概率直径 …… 170
概周期常微分方程 …… 416
概周期泛函微分方程 …… 409
概周期函数 …… 416
概周期函数的逼近定理 …… 417
概周期函数的傅里叶级数 …… 417
概周期函数的傅里叶系数 …… 417
概周期函数的傅里叶指数 …… 417
概周期函数的模 …… 417
概周期函数的模包含 …… 418
概周期函数的指数集 …… 417
概周期解 …… 413
概周期系统 …… 416
概周期向量函数 …… 418
概自守函数 …… 420
概自守微分方程 …… 420
高阶 F 导算子 …… 156
高阶 F 微分 …… 156
高阶 G 导算子 …… 156
高阶 G 微分 …… 156
高阶导数的柯西积分公式…… 43
高阶导算子 …… 156
高阶的非标准分析模型 …… 346
高阶弗雷歇导算子 …… 156
高阶弗雷歇微分 …… 156
高阶加托导算子 …… 156
高阶加托微分 …… 155
高阶偏微分算子的象征 …… 457
高阶强导算子 …… 156
高阶强椭圆型偏微分算子 …… 457
高阶强微分 …… 156
高阶弱导算子 …… 156
高阶弱微分 …… 156
高阶椭圆型方程的格林函数 …… 474
高阶椭圆型方程的格林算子 …… 474
高阶椭圆型偏微分算子 …… 457
高阶微分 …… 156
高阶微分方程 …… 382
高阶线性方程的分类 …… 441
高阶线性方程的特征方程 …… 440
高阶线性方程的特征方向 …… 441
高阶线性方程的特征曲面 …… 441
高阶线性双曲型方程 …… 448
高阶一致强椭圆型偏微分算子 …… 457
高斯-吕卡定理 …… 47
高斯-外尔斯特拉斯平均 …… 245
高斯级数 …… 555
高斯平面…… 36
高维奇异积分方程 …… 504
高维奇异积分算子 …… 505
哥尔丁不等式 …… 184,459
哥尔丁意义下的双曲型方程 …… 449
格根鲍尔多项式 …… 575,649
格根鲍尔函数 …… 558,597
格拉姆-施密特正交化过程 …… 124
格拉斯曼代数 …… 273
格拉斯曼流形 …… 286
格朗沃尔面积定理…… 49
格劳尔特上同调致零的定理 …… 294
格劳尔特有限性定理 …… 294
格雷代码 …… 224
格林测度 …… 312
格林函数…… 53,307,472
格林函数方法 …… 483
格林核 …… 307
格林恒等式 …… 463
格林空间 …… 307
格林空间扫除 …… 311
格林算子 …… 300,474
格林位势 …… 307
格林线 …… 307
格林坐标 …… 307
格隆斯基不等式…… 50
格罗腾迪克-巴拿赫空间 …… 113

格序空间 …… 130
各类指数的关系 …… 369
更新方程 …… 410
公理 A 结构稳定系统 …… 531
公理 A 流 …… 532
公理 A 同胚 …… 518
公理 A 系统 …… 532
公理化位势论 …… 322
共单调逼近 …… 232
共点定理 …… 345
共点关系 …… 345
共轭丛 …… 288
共轭点 …… 205,283
共轭调和函数 …… 53,246
共轭调和函数系 …… 246
共轭复数 …… 36
共轭傅里叶积分 …… 247
共轭函数 …… 242,337
共轭函数逼近 …… 220
共轭级数 …… 242
共轭线性算子 …… 133
共轭向量空间 …… 278
共轭映射 …… 278
共轭值 …… 205
共鸣定理 …… 133
共形等价黎曼曲面 …… 63
共形映射 …… 47
共依锥 …… 334
构造外测度的方法 …… 90
孤立波 …… 451
孤立点 …… 37
孤立零点的指数 …… 172
孤立奇点 …… 44
孤立若尔当弧 …… 540
孤立子 …… 451
古尔萨问题 …… 481
古津序列 …… 288
固定边界变分问题 …… 198
固有映射 …… 161
挂谷宗一极大函数 …… 255
关于广义测度的积分 …… 96
关于解的极限集上一致稳定性 …… 420
关于圆的对称点 …… 40
惯性原理 …… 345
光程(函数) …… 206
光程函数方程 …… 439
光滑巴拿赫空间 …… 121
光滑分布 …… 270
光滑覆盖曲面 …… 64
光滑流 …… 270,511
光滑流形 …… 265
光滑模 …… 215
光滑算子 …… 468
光滑向量场 …… 270
广义 ζ 函数 …… 553,581
广义波莱尔集类 …… 88
广义测度 …… 94
广义测度的负变差 …… 95
广义测度的负集 …… 94
广义测度的绝对连续性 …… 95
广义测度的强绝对连续性 …… 95
广义测度的全变差 …… 95
广义测度的若尔当分解 …… 95
广义测度的正变差 …… 94
广义测度的正集 …… 94
广义测度空间 …… 94
广义超几何级数 …… 555
广义超限直径 …… 310
广义当儒瓦可积函数 …… 26
广义导数 …… 456
广义导算子 …… 139
广义等周问题 …… 203
广义狄利克雷级数 …… 45
广义狄利克雷问题 …… 314
广义费伯多项式 …… 237
广义弗雷德霍姆算子 …… 506
广义高斯-格林公式 …… 105
广义哈纳克原理 …… 305
广义函数 …… 125
广义函数的不定积分 …… 127
广义函数的导数 …… 127
广义函数的非标准实现 …… 355
广义函数的傅里叶变换 …… 128
广义函数的卷积 …… 128
广义函数的牛顿位势 …… 316
广义函数的位势 …… 316
广义函数的原函数 …… 127
广义函数的张量积 …… 128
广义函数的支集 …… 127
广义函数的直积 …… 128
广义函数核 …… 316
广义函数空间 K' …… 127
广义函数空间 $\mathscr{S}'$ …… 129
广义函数空间 Z' …… 128
广义函数与函数的乘积 …… 128
广义极大值原理 …… 303
广义极限 …… 119
广义解 …… 434
广义解析函数 …… 69
广义解析函数的保持区域定理 …… 71
广义解析函数的基本核 …… 71
广义解析函数的黎曼-希尔伯特边值问题 …… 71
广义解析函数的黎曼边值问题 …… 71
广义解析函数的黎曼映射定理 …… 71
广义解析函数零点的孤立性 …… 71
广义解析函数序列的凝聚原理 …… 71
广义柯西公式 …… 70
广义柯西问题的黎曼方法 …… 482
广义柯西型积分 …… 71
广义拉盖尔多项式 …… 574,647
广义拉梅函数 …… 569
广义马丁边界 …… 318
广义幂级数 …… 71
广义幂零算子 …… 136
广义幂零元 …… 147
广义莫尔斯引理 …… 179
广义施瓦兹引理 …… 47
广义梯度 …… 340
广义维纳-霍普夫方程 …… 505
广义有界变差函数 …… 25
广义原函数 …… 23
广义最大模定理 …… 46
归纳极限 …… 116
规范正交多项式系 …… 222
规范正交基 …… 124
规范正交系 …… 123,242
轨道 …… 512
轨道稳定性 …… 403
轨线 …… 512
过程 …… 415
过收敛 …… 238

H

哈代-李特尔伍德极大函数 …… 249,260
哈代-李特尔伍德极大算子 …… 249
哈代空间 …… 66,251
哈代空间的实变特征 …… 251
哈代求和 …… 244
哈代凸性定理 …… 47
哈德曼-格罗布曼定理 …… 394
哈恩-巴拿赫定理 …… 336
哈恩-巴拿赫延拓定理 …… 118
哈恩分解 …… 94
哈尔测度 …… 98
哈尔定理 …… 99
哈尔函数 …… 223
哈尔条件 …… 216
哈尔惟一性定理 …… 217
哈尔展开式 …… 223
哈尔正交系 …… 223
哈尔子空间 …… 217
哈密顿-雅可比方程 …… 201,439
哈密顿场 …… 438
哈密顿方程组 …… 201,439
哈密顿函数 …… 201
哈密顿原理 …… 210
哈密顿张量 …… 200

哈默尔基 …… 108
哈默斯坦方程 …… 507
哈默斯坦非线性积分算子 …… 192
哈纳克不等式…… 53,305,454
哈纳克定理…… 53
哈纳克收敛性定理 …… 454
哈纳克引理 …… 305
哈纳克原理 …… 305
哈特曼-哥布曼定理 …… 529
哈特曼定理 …… 529
哈特曼线性化定理 …… 529
哈托格斯定理…… 75
哈托格斯现象…… 78
海涅-波莱尔定理 …… 37
亥姆霍兹方程 …… 455
亥姆霍兹方程的格林函数 …… 473
函数逼近论 …… 213
函数层 …… 323
函数簇 …… 323
函数代数 …… 148
函数的闭凸化 …… 338
函数的变分 …… 199
函数的负部…… 16
函数的勒贝格点…… 23
函数的平均值 …… 417
函数的凸化 …… 338
函数的正部…… 16
函数的支集…… 32
函数公理 …… 348
函数构造论 …… 214
函数空间…… 28
函数空间 $C_{2\pi}$ …… 215
函数空间 C^k …… 32
函数空间 $C[a,b]$ …… 215
函数空间 $H_0^k(\Omega)$ …… 456
函数空间 $\mathring{W}_2^{r,s}(Q_T)$ …… 465
函数空间 $S(E)$ …… 31
函数空间 $W_2^{r,s}(Q_T)$ …… 464
函数类 $L_{2\pi}^p$ …… 215
函数类 $L^p[a,b]$ …… 215
函数类的逼近阶 …… 234
函数连续点集的结构…… 15
函数论零集 …… 319
函数图象 …… 373
函数图象的豪斯多夫维数 …… 374
函数图象的闵科夫斯基维数 …… 374
函数元素…… 61
函数在区间上的 δ 变差 …… 373
函数在区间上的总变差 …… 374
函数在一点处有界的非标准特征 …… 350
函数在一点的 δ 振幅 …… 373
汉克尔函数 …… 562
豪斯多夫-杨不等式 …… 246
豪斯多夫-杨定理 …… 243
豪斯多夫测度 …… 104,366
豪斯多夫距离 …… 165
豪斯多夫空间的非标准特征 …… 353
豪斯多夫维数 …… 104,367,541
好 λ 不等式 …… 254
耗散算子 …… 146
合痕 …… 177
核 …… 302
核 C^* 代数 …… 149
核的展开定理 …… 493
核函数 …… 474
核裂 …… 159
核心 …… 331
核型空间 …… 116
核映射 …… 116
赫茨空间 …… 257
赫尔德空间 …… 253,436
赫尔德连续性 …… 357
赫尔曼德尔乘子定理 …… 248
赫弗里格定理 …… 267
黑利定理…… 22,335
黑利选择原理…… 22
黑塞矩阵 …… 281
亨森引理 …… 346
亨斯托克积分…… 27
亨斯托克积分的微积分基本定理…… 28
亨斯托克控制收敛定理…… 27
亨特-惠登定理 …… 314
亨特核 …… 322
恒等逼近 …… 241
恒等算子 …… 132
横截面 …… 525
横截条件 …… 475
横截相交 …… 537
横截性 …… 160
横截性条件 …… 202
横截映射 …… 268
后继函数 …… 396
后阵面 …… 447
胡尔维茨 ζ 函数 …… 553
胡尔维茨定理…… 44
互为解析开拓…… 61
环…… 88
环面上的微分方程 …… 399
环面上的无理流 …… 535
环面自同态 …… 536
环绕 …… 178
环绕数…… 42,297
缓增广义函数 …… 247
回复轨道 …… 515
回复性定理 …… 521
回复运动 …… 515
回邻锥 …… 334
回收方向 …… 333
回收锥 …… 333
回转点 …… 519
汇合型超几何方程 …… 559
汇合型超几何方程的解 …… 602
汇合型超几何函数 …… 559
惠更斯原理 …… 447
惠特克方程 …… 559
惠特克函数 …… 559,603
惠特尼乘积定理 …… 285
惠特尼对偶定理 …… 286
惠特尼覆盖引理 …… 253
惠特尼和 …… 285
惠特尼浸入定理 …… 267
惠特尼嵌入定理 …… 267
浑收敛 …… 308
浑拓扑 …… 320
混合边值问题 …… 460
混合问题 …… 435
混合型差分微分方程 …… 409
混合型偏微分方程 …… 467
混杂的非游荡点 …… 538
活动标架 …… 270
霍姆格伦的惟一性定理 …… 443
霍普夫边界点定理 …… 453
霍普夫流形 …… 277
霍普夫同伦分类定理 …… 173
霍普夫纤维化 …… 277
霍普夫型边界点定理 …… 464
霍奇分解定理 …… 300
霍奇理论 …… 299

J

迹 …… 151
迹范数 …… 137
迹类算子 …… 137
迹群…… 64
迹正线性泛函 …… 150
积分变换方法 …… 483
积分的等度绝对连续性…… 20
积分的一致绝对连续性…… 20
积分方程 …… 489
积分方程的核 …… 490
积分方程的特征函数 …… 491
积分方程的特征值 …… 491
积分方程与微分方程的关系 …… 494
积分几何测度 …… 104
积分流形 …… 271
积分微分方程 …… 508
积分微分方程的边值问题 …… 508
积分微分方程的初值问题 …… 508
积分一致绝对连续…… 93
积分一致有界…… 93

积分因子 …… 381
积分周期理论 …… 283
积流形 …… 265
基本不等式 …… 377
基本点列 …… 110
基本函数 …… 64
基本函数的傅里叶变换 …… 128
基本函数空间 K …… 126
基本函数空间 $\mathscr{S}$ …… 129
基本函数空间 Z …… 128
基本核 …… 321
基本集 …… 533
基本集分解 …… 32
基本解的存在性定理 …… 470
基本解组 …… 383
基本区域 …… 64
基础解 …… 414
基的等价性 …… 121
基尔霍夫公式 …… 447
基小波 …… 356
激波 …… 450
吉布斯测度 …… 375
吉布斯现象 …… 244
吉洪诺夫不动点定理 …… 175
吉洪诺夫解 …… 462
级数的绝对收敛 …… 121
级数的收敛 …… 121
级数的无条件收敛 …… 121
级数收敛的非标准特征 …… 350
极 …… 116
极大代数 …… 148
极大单调映射 …… 163
极大积分流形 …… 271
极大极分解 …… 142
极大极小原理 …… 479
极大交换自伴代数 …… 151
极大理想 …… 148
极大增生映射 …… 164
极点 …… 44
极端点 …… 51
极化函数 …… 337
极化恒等式 …… 125
极集 …… 310,333
极拓扑 …… 116
极限的非标准特征 …… 350
极限环 …… 396
极限环不存在性判别法 …… 396
极限环存在性判别法 …… 397
极限环惟一性判别法 …… 397
极限环稳定性的判定 …… 396
极限集理论 …… 397
极限紧向量场 …… 163
极限紧映射 …… 163
极小边界 …… 317
极小调和函数 …… 316
极小动力系统 …… 515
极小化极大 …… 210
极小化序列 …… 212,477
极小极大原理 …… 178
极小集 …… 398,515
极小歧变集 …… 538
极小曲面 …… 197
极小曲面方程 …… 487
极小瘦 …… 316
极小吸引中心 …… 515
极小细拓扑 …… 317
极小值原理 …… 305
极小周期轨道 …… 522
极值 …… 198
极值场 …… 208
极值函数 …… 198
极值曲线 …… 198,475
极锥 …… 333
极子空间 …… 235
集函数 …… 89
集函数的修正 …… 369
集函数族的临界性质 …… 369
集函数族的临界指数 …… 369
集合的基 …… 313
集合的齐次性 …… 370
集合的示性函数 …… 16
集合的特征函数 …… 16
集合容量 …… 368
集合生成的凸锥 …… 332
集合生成的锥 …… 332
集类生成的 σ 代数 …… 88
集类生成的 σ 环 …… 88
集类生成的代数 …… 88
集类生成的环 …… 88
集上的绝对连续函数 …… 25
集上的连续函数 …… 14
集上的狭义绝对连续函数 …… 26
集上的狭义一般绝对连续函数 …… 26
集上的一般绝对连续函数 …… 26
集上的一致连续函数 …… 14
集上的有界变差函数 …… 25
集压缩向量场 …… 162
集压缩向量场的拓扑度 …… 172
集压缩映射 …… 162
集值 (M) 型映射 …… 168
集值 $(S)_+$ 型映射 …… 168
集值 (S) 型映射 …… 168
集值逼近固有映射 …… 167
集值单调映射 …… 167
集值非扩张映射 …… 167
集值分析 …… 330
集值极大单调映射 …… 167
集值集压缩映射 …… 167
集值紧映射 …… 167
集值凝聚映射 …… 167
集值全连续映射 …… 167
集值伪单调映射 …… 168
集值向量场 …… 167
集值压缩映射 …… 167
集值压缩映射不动点定理 …… 176
集值映射 …… 165,340
集值映射的半连续性 …… 340
集值映射的不动点 …… 176
集值映射的单值逼近 …… 166
集值映射的单值选择 …… 166
集值映射的导数 …… 340
集值映射的积分 …… 166
集值映射的图象 …… 340
集值映射的拓扑度 …… 176
集值映射的有效域 …… 340
集值增生映射 …… 168
集值锥映射 …… 167
几何测度论 …… 103
几何光学近似方法 …… 445
几何函数论 …… 49
几何亏格 …… 279
几何式横截条件 …… 531
几乎处处 …… 13,93
几乎处处收敛 …… 16
几乎开线性映射 …… 115
几乎可分值的向量值函数 …… 100
几乎切比雪夫集 …… 239
几乎一致收敛 …… 17
几乎周期轨道 …… 515
几乎周期运动 …… 516
计数测度 …… 91
季曼定理 …… 218
加廖尔金法 …… 478
加廖尔金方法 …… 212
加权移位算子 …… 143
加托-泰勒公式 …… 157
加托导算子 …… 155
加托可微 …… 155
加托幂级数 …… 156
加托全纯映射 …… 157
加托微分 …… 154
加性函数方程 …… 509
嘉当-塞尔有限性定理 …… 294
嘉当-苏伦定理 …… 78
嘉当定理 A …… 293
嘉当定理 B …… 293
嘉当扫除定理 …… 311
嘉当惟一性定理 …… 75
贾德克不等式 …… 218
贾德克核 …… 237
间断解 …… 450
间断条件 …… 450
减算子 …… 163
简单 C^* 代数 …… 149

简单波 …… 451
简单函数 …… 16,92
简单极小歧变集 …… 538
简单奇点 …… 525
简单周期轨道 …… 522
简化测度 …… 321
简化函数 …… 311
健忘泛函 …… 413
渐近导算子 …… 155
渐近概周期函数 …… 419
渐近轨道 …… 513
渐近级数 …… 46
渐近连续 …… 17
渐近路径 …… 57
渐近稳定性 …… 400
渐近展式 …… 45
渐近值 …… 57,540
渐近锥 …… 333
降维法 …… 447
交比 …… 41
交叉集 …… 542
交错定理 …… 216
交换(`)代数的表示 …… 149
交换巴拿赫代数 …… 147
交换巴拿赫代数的表示 …… 148
焦点 …… 209,395
焦值 …… 209
角谷静夫-樊壤-格里克斯伯格不动点定理 …… 176
角极限 …… 314
角微商 …… 40
阶乘函数 …… 552
阶梯形算法 …… 360
接触间断 …… 451
节 …… 265
杰克森定理 …… 218
杰克森核 …… 227
杰克森算子逼近 …… 226
杰克森型定理 …… 220
结点 …… 395
结构稳定 …… 542
结构稳定系统 …… 399
结构稳定性 …… 398,421
捷线 …… 197
解的 L^p 估计 …… 486
解的 L^p 内估计 …… 486
解的 L^p 全局估计 …… 486
解的等价类 …… 409
解的间断性 …… 450
解的可微性 …… 464
解的连续依赖性 …… 408
解的平展性 …… 408
解的稳定性 …… 435
解的有界性 …… 413
解的振动性 …… 413
解的指数估计 …… 414
解的最终有界性 …… 413
解对初值和参数的可微性定理 …… 386
解对初值和参数连续依赖性定理 …… 386
解公理 …… 348
解核 …… 190
解柯西问题的特征线法 …… 440
解析层 …… 292
解析超曲面 …… 277
解析函数 …… 38
解析函数边值问题 …… 68
解析函数的 m 阶零点 …… 43
解析函数的保域性 …… 47
解析函数的存在域 …… 61
解析函数的分支 …… 61
解析函数的零点 …… 43
解析函数的奇点 …… 61
解析函数的无穷次可微性 …… 39
解析函数的支点 …… 62
解析函数的自然边界 …… 61
解析函数零点的孤立性 …… 43
解析函数论 …… 38
解析集 …… 308
解析开拓 …… 60
解析开拓链 …… 61
解析开拓原理 …… 60
解析曲线 …… 38
解析容量 …… 319
解析算子半群 …… 146
解析特普利茨算子 …… 144
解析元素 …… 61
解映射 …… 409
紧集 …… 37
紧集的非标准特征 …… 353
紧集上的连续函数 …… 14
紧空间的 K 群 …… 297
紧空间的非标准特征 …… 353
紧框架 …… 358
紧李群上的傅里叶级数 …… 257
紧连续向量场 …… 161
紧连续映射 …… 161
紧算子 …… 136
紧算子半群 …… 146
紧性定理 …… 469
紧支撑向量场 …… 163
紧支撑向量场的拓扑度 …… 172
紧支撑映射 …… 162
紧致集 …… 110
紧子集上的可解性定理 …… 469
近标准点 …… 353
近乎处处 …… 308
近似导数 …… 25
近似点谱 …… 135
近似极限 …… 14
近似连续 …… 14
近于连续的函数 …… 14
近于一致收敛 …… 17
浸入 …… 267
浸入的存在性定理 …… 267
浸入映射 …… 267
浸润面问题 …… 465
茎 …… 291
经常干扰作用下的稳定性 …… 404
经典狄利克雷问题 …… 314
经典调和分析 …… 240
经典分析模型 …… 346
经典解 …… 434
经典位势 …… 303
经典位势论 …… 303
精细层 …… 292
就范正交系 …… 123,242
局部 m 凸拓扑代数 …… 153
局部不稳定集 …… 530
局部不稳定流形 …… 530
局部超调和函数 …… 324
局部乘积结构 …… 532
局部哈代空间 …… 255
局部赫尔德连续性 …… 357
局部化理论 …… 506
局部化原理 …… 242
局部极集 …… 310
局部极值 …… 198
局部集压缩映射 …… 162
局部结构稳定性 …… 528
局部截痕 …… 512
局部紧交换群 …… 261
局部紧空间的 $K(X)$ …… 297
局部浸盖 …… 159
局部浸入 …… 159
局部可积函数 …… 32,127
局部可解性 …… 469
局部可解性定理 …… 469
局部李普希茨函数 …… 340
局部李普希茨连续映射 …… 154
局部流 …… 270
局部流等价 …… 526
局部凝聚映射 …… 162
局部诺特算子 …… 507
局部谱 …… 138
局部三角变换 …… 363
局部熵 …… 547
局部算子 …… 468
局部凸空间 …… 112
局部凸拓扑代数 …… 153
局部拓扑等价 …… 526
局部拓扑共轭 …… 526
局部稳定集 …… 530
局部稳定流形 …… 530

局部线性化 …… 421
局部型算子 …… 507
局部序凸空间 …… 131
局部有界空间 …… 112
局部有界拓扑代数 …… 153
局部有界映射 …… 154
局部域 …… 258
局部域上的 B 函数 …… 260
局部域上的 Γ 函数 …… 260
局部域上的泊松型核 …… 259
局部域上的分布 …… 259
局部域上的分布空间 …… 259
局部域上的傅里叶变换 …… 259
局部域上的傅里叶级数 …… 258
局部域上的恒等逼近核 …… 261
局部域上的检验函数空间 …… 259
局部域上的特征的分歧性质 …… 259
局部域上的希尔伯特变换 …… 261
局部域上函数的导数 …… 261
局部预解集 …… 138
局部正则化算子 …… 507
局部正则性刻画 …… 357
局部坐标系 …… 265
矩阵变量的超几何函数 …… 556
具有非负特征形式的二阶方程 …… 452
具有里斯表示的算子 …… 103
具有双曲坐标的同胚 …… 518
距离 …… 109,198
距离空间 …… 109
聚点 …… 37
聚点的非标准特征 …… 352
聚值 …… 55
聚值集 …… 55
卷积 …… 241,483
卷积半群 …… 320
卷积方程 …… 502
卷积算子 …… 502
卷积型积分方程 …… 503
决定区域 …… 446
绝对 Ω 稳定 …… 527
绝对亨斯托克可积函数 …… 28
绝对积分 …… 19
绝对极值 …… 198
绝对结构稳定 …… 527
绝对连续函数 …… 22
绝对凸集 …… 111
绝对稳定性 …… 405
均衡集 …… 111
均衡平移不变距离 …… 112
均衡凸包 …… 111
均衡凸集 …… 111

K

卡尔金代数 …… 151
卡尔马-沃尔什定理 …… 237
卡尔松-亨特定理 …… 242
卡尔松测度 …… 67,253
卡拉西奥多里-哈恩延拓定理 …… 90
卡拉西奥多里边界 …… 51
卡拉西奥多里定理 …… 334
卡拉西奥多里度量 …… 83
卡拉西奥多里方程 …… 208
卡拉西奥多里条件 …… 12,192,90
卡拉西奥多里外测度 …… 90
卡拉西奥多里伪距 …… 83
卡莱曼条件 …… 504
卡里斯梯不动点定理 …… 175
卡普兰斯基稠密性定理 …… 151
开尔文变换 …… 305,484
开尔文函数 …… 564
开覆盖 …… 37
开集 …… 37
开集的非标准特征 …… 352
开集条件 …… 371
开黎曼曲面 …… 63
开平面 …… 36
开映射定理 …… 48,134
开映像定理 …… 134
开映照定理 …… 134
凯莱变换 …… 141
坎托罗维奇法 …… 212,478
康斯坦丁斯库-柯尼定理 …… 317
康托尔测度 …… 376
康托尔定理 …… 37
康托尔集 …… 11,540
康托尔三分集 …… 11,371
考尔德伦-赞格蒙变换 …… 248
考尔德伦-赞格蒙分解引理 …… 248
考尔德伦-赞格蒙核 …… 248
考尔德伦-赞格蒙奇异积分 …… 248
考尔德伦-赞格蒙算子 …… 248
考尔德伦-赞格蒙型分解 …… 260
考尔德伦表示定理 …… 254
考尔德伦交换子 …… 254
柯巴雅西-罗伊登度量 …… 84
柯巴雅西伪距 …… 84
柯尔莫哥洛夫-西奈不变量 …… 546
柯尔莫哥洛夫-西奈定理 …… 547
柯尔莫哥洛夫不等式 …… 255
柯尔莫哥洛夫定理 …… 31,217
柯尔莫哥洛夫特征 …… 239
柯特拉不等式 …… 254
柯西-阿达马公式 …… 44
柯西-凡塔皮耶积分表示 …… 80
柯西-柯瓦列夫斯卡娅定理 …… 443
柯西-黎曼条件 …… 39
柯西-赛格积分表示 …… 80
柯西初值问题 …… 389
柯西点列 …… 110
柯西定理 …… 42,389
柯西核 …… 72
柯西核奇异积分方程 …… 499
柯西积分公式 …… 42
柯西奇异积分方程 …… 194
柯西奇异积分算子 …… 499
柯西问题 …… 434
柯西型积分 …… 42,69,497
柯西原理 …… 345
柯西主值 …… 497
柯西主值积分 …… 68
科恩定理 …… 360
科恩条件 …… 360
科克曲线 …… 364
科罗夫金定理 …… 226
科洛索夫函数 …… 72
科普卡-斯梅尔定理 …… 531
壳方程 …… 418
壳扰动下的稳定性 …… 422
可补空间 …… 124
可测变换 …… 94,543
可测动力学 …… 541
可测分割 …… 546
可测函数 …… 93
可测函数的几何意义 …… 16
可测集 …… 12,90
可测集值映射 …… 166
可测矩形 …… 96
可测空间 …… 90
可测空间的乘积 …… 96
可测群 …… 99
可测映射 …… 93
可乘线性泛函 …… 148
可达边界点 …… 37
可导锥 …… 334
可定向流形 …… 274
可度量化的拓扑线性空间 …… 112
可分的可测群 …… 99
可分度量空间 …… 109
可分解算子 …… 137
可分离变量方程 …… 379
可分值的向量值函数 …… 100
可赋范拓扑线性空间 …… 113
可积函数的非标准特征 …… 351
可继承性 …… 422
可加函数 …… 336
可加算子 …… 132
可交换函数 …… 542
可解集 …… 323
可解性公理 …… 324
可扩流 …… 517

可扩同胚 …… 517
可扩映射 …… 517
可列加法类 …… 88
可列可加集函数 …… 89
可逆保测变换 …… 543
可逆线性算子 …… 133
可求积集 …… 104
可求积流 …… 106
可去集 …… 319
可去奇点 …… 44
可容集 …… 308
可容性 …… 308
可数概括的非标准全域 …… 346
可数基 …… 121
可数可加集函数 …… 89
可数值函数 …… 100
可微函数的非标准特征 …… 351
可微奇异 p 单形 …… 274
可微算子半群 …… 146
可析度量空间 …… 109
可约解析子集 …… 277
可允许常数 …… 356
可允许集族 …… 115
可允许条件 …… 356
可允许拓扑 …… 115
可允许小波 …… 356
克贝 1/4 定理 …… 49
克贝函数的旋转 …… 50
克贝偏差定理 …… 49
克拉克广义方向导数 …… 340
克拉克切锥 …… 334
克莱罗方程 …… 381
克莱姆点 …… 539
克莱茵-戈登方程 …… 442
克勒流形 …… 82
克勒流形上的分解定理 …… 300
克里洛夫-萨弗诺夫估计 …… 486
克里斯托费尔-施瓦兹公式 …… 48
克利猜测 …… 239
克列因-鲁特曼定理 …… 191
克列因-米尔曼定理 …… 333
克列因-米尔曼端点定理 …… 113
克列因空间 …… 125
克罗内克指数 …… 286
克纳塞横截性定理 …… 208
空向曲面 …… 445
控制原理 …… 304
寇勃 1/4 圆定理的推广 …… 318
库恩-塔克尔定理 …… 339
库默尔方程 …… 559
库默尔函数 …… 559,599
库辛第二问题 …… 86
库辛第一问题 …… 86
块函数 …… 252
块生成的空间 …… 252
宽度 …… 234
框架 …… 358
框架算子 …… 358
亏量 …… 58
亏量关系 …… 58
亏值 …… 58
亏指数 …… 142
亏子空间 …… 142
魁特序列空间 …… 114
扩充复平面 …… 36
扩充实值函数 …… 13
扩充实值集函数 …… 89
扩大 …… 345
扩张不变集 …… 529
扩张定理 …… 350
扩张性质 …… 119
扩张亚纯函数 …… 540
扩张映射 …… 162,529
扩张子空间 …… 523

L

拉德马赫函数系 …… 256
拉德马赫级数的维数 …… 374
拉东-尼科迪姆导数 …… 96
拉东-尼科迪姆定理 …… 95
拉东-尼科迪姆性质 …… 102
拉东变换 …… 496
拉东测度 …… 98
拉东积分方程 …… 496
拉盖尔多项式 …… 223,574,646
拉格朗日-查皮特方法 …… 438
拉格朗日插值多项式 …… 228
拉格朗日插值多项式逼近 …… 228
拉格朗日乘数 …… 203
拉格朗日乘子 …… 338
拉格朗日乘子法 …… 476
拉格朗日函数 …… 198,338
拉格朗日式负稳定 …… 515
拉格朗日式稳定 …… 515
拉格朗日式正稳定 …… 515
拉格朗日问题 …… 204
拉回 …… 269
拉克斯-密格拉蒙定理 …… 459
拉梅多项式 …… 569
拉梅函数 …… 569
拉梅微分方程 …… 568
拉普拉斯-贝尔特拉米算子 …… 299
拉普拉斯变换 …… 482
拉普拉斯变换法 …… 384
拉普拉斯方程 …… 452
拉普拉斯方程的基本解 …… 455
拉普拉斯算子 …… 452
拉普拉斯算子的格林函数 …… 473
拉普拉斯算子的特征值问题 …… 460
拉萨尔不变原理 …… 405
拉兹密辛条件 …… 412
莱布尼茨原理 …… 344
莱夫谢茨不动点定理 …… 174
莱夫谢茨数 …… 298
莱因哈特域 …… 74
兰道常数 …… 51
兰道定理 …… 57
郎金-于果里奥条件 …… 450
朗斯基行列式 …… 383
劳勃测度 …… 354
劳勃测度空间 …… 354
劳勃积分定理 …… 355
劳勃提升定理 …… 355
劳顿定理 …… 360
劳顿条件 …… 360
勒贝格-康托尔函数 …… 24
勒贝格-斯蒂尔杰斯测度 …… 24
勒贝格-斯蒂尔杰斯测度空间 …… 91
勒贝格-斯蒂尔杰斯积分 …… 25
勒贝格-斯蒂尔杰斯简单函数 …… 24
勒贝格-斯蒂尔杰斯可测函数 …… 24
勒贝格不定积分 …… 23
勒贝格测度 …… 12
勒贝格测度空间 …… 91
勒贝格常数 …… 227,241
勒贝格刺 …… 314
勒贝格的黎曼可积判别准则 …… 21
勒贝格定理 …… 17
勒贝格分解定理 …… 22,95
勒贝格函数 …… 228
勒贝格积分 …… 18
勒贝格积分的第二中值定理 …… 19
勒贝格积分的第一中值定理 …… 19
勒贝格积分的分部积分法 …… 20
勒贝格积分的换元积分法 …… 20
勒贝格积分的几何意义 …… 21
勒贝格积分的微积分基本定理 …… 23
勒贝格可测函数 …… 16
勒贝格可测函数的结构 …… 17
勒贝格可测集 …… 11
勒贝格可测集的结构 …… 12
勒贝格可测集类 …… 12
勒贝格可测空间 …… 90
勒贝格可积函数 …… 19
勒贝格空间 …… 545
勒贝格控制收敛定理 …… 20
勒贝格内测度 …… 13

勒贝格外测度…… 11
勒贝格有界收敛定理…… 20
勒贝格逐项积分定理…… 20
勒夫纳微分方程…… 50
勒雷-绍德尔边界条件…… 174
勒雷-绍德尔不动点定理…… 459
勒雷-绍德尔度…… 172
勒雷积分表示公式…… 81
勒让德-芬切尔变换…… 337
勒让德变换…… 201,377
勒让德多项式…… 222,573,643
勒让德多项式的加法定理…… 558
勒让德方程…… 556
勒让德函数…… 556,588
勒让德条件…… 204
勒让德型椭圆积分…… 565
类 Λ_∞ 的逼近…… 234
类多项式映射…… 542
类梯度微分同胚…… 532
离散半动力系统…… 511
离散变量的正交多项式…… 575
离散测度…… 91
离散窗口傅里叶变换…… 359
离散动力系统…… 510
离散二进小波变换…… 361
离散微分半动力系统…… 523
离散微分动力系统…… 511,523
离散位势论…… 326
离散小波变换…… 358
黎卡提方程…… 381
黎曼 P 方程…… 554
黎曼 ζ 函数…… 552,580
黎曼-勒贝格引理…… 246
黎曼-罗赫-希策布鲁赫定理…… 298
黎曼-罗赫定理…… 63
黎曼-施瓦兹对称原理…… 61
黎曼-施瓦兹反射原理…… 61
黎曼-希尔伯特边值问题…… 69
黎曼边值问题…… 69,498
黎曼不变量…… 451
黎曼度量…… 161
黎曼公式…… 482
黎曼函数…… 481
黎曼流形…… 299
黎曼球面…… 36
黎曼曲面…… 62,279
黎曼曲面的亏格…… 63
黎曼微分方程…… 554
黎曼问题…… 450,498
黎曼问题的指标…… 498
黎曼形式…… 277
黎曼映射定理…… 48
李-约克混沌…… 521
李括号…… 270
李普希茨常数…… 154
李普希茨连续映射…… 154
李普希茨区域…… 314
李普希茨条件…… 154
李普希茨同胚…… 119
李普希茨映射…… 366
李球…… 77
李特尔伍德-佩利 g 函数…… 250
李特尔伍德三原则…… 17
李亚普诺夫-施密特过程…… 158
李亚普诺夫第二方法…… 402
李亚普诺夫第一方法…… 402
李亚普诺夫泛函方法…… 412
李亚普诺夫函数…… 403
李亚普诺夫函数的存在性…… 404
李亚普诺夫函数法…… 422
李亚普诺夫曲面…… 488
李亚普诺夫式稳定性…… 516
李亚普诺夫特征数…… 401
李亚普诺夫特征指数…… 549
李亚普诺夫稳定性…… 401
里茨方法…… 211,478
里斯-菲舍尔定理…… 123
里斯-费希尔定理…… 29
里斯-绍德尔理论…… 136
里斯变换…… 249
里斯表示定理…… 31
里斯定理…… 17
里斯分解定理…… 306
里斯分数次积分…… 260
里斯核…… 302
里斯基…… 359
里斯空间…… 129
里斯算子…… 295,505
里斯凸性定理…… 250
里斯位势…… 250,302
里斯位势论…… 302
里斯引理…… 119
理想边界…… 317
理想边界的调和测度…… 319
理想的积分流形…… 274
立体调和函数…… 558
利赫滕斯坦定理…… 209
利玉域…… 540
连带的测度环…… 91
连带勒让德方程…… 556
连带勒让德函数…… 557,591
连结问题…… 69
连通集…… 38
连续半动力系统…… 511
连续窗口傅里叶变换…… 356
连续窗口傅里叶变换的重构公式…… 357
连续的非标准特征…… 350
连续动力系统…… 511
连续动态系统的最优控制…… 476
连续函数可微点集的结构…… 15
连续集值映射…… 165
连续流…… 511
连续模…… 215
连续谱…… 135
连续曲线…… 37
连续双线性型…… 459
连续小波变换…… 356
连续小波变换的重构公式…… 356
连续性模…… 215
连续性原理…… 303
连续映射…… 153
联合(同时)逼近…… 230
链传递…… 516
链的边缘…… 274
链回归点…… 514
链回归集…… 514
链混合…… 516
链可迁…… 516
链上的积分…… 274
两点边值问题…… 387
列紧集…… 110
列维-辛钦公式…… 322
列维测度…… 322
列维定理…… 20
列维函数…… 474
列维问题…… 79
列维形式…… 280
列优势…… 421
邻接锥…… 334
邻域…… 37
林德勒夫渐近定理…… 46
临界点…… 281,478,512,540
临界点集…… 540
临界点理论…… 282
临界极限集…… 540
临界情形的稳定性…… 403
临界群…… 179
临界值…… 281,479,540
临界指数的修正…… 369
零(外)容集…… 308
零测度…… 268
零点收敛指数…… 55
零级 δ 邻域…… 198
零级距离…… 198
零集…… 13
零内倒容集…… 310
零内容集…… 308
零外倒容集…… 310
零性向量…… 125
零性子空间…… 125
刘维尔定理…… 54,483
刘维尔公式…… 383
留数…… 43

留数定理 …… 43
流 …… 511
流的双曲不变集 …… 529
流等价 …… 526
流体动力学方程组 …… 449
流形的定向 …… 274
流形的示性类 …… 290
流形的示性数 …… 290
流形的同伦型 …… 282
流形上的分析 …… 263
流形上的拟微分算子 …… 295
流形上的偏微分算子 …… 472
流形上的微积分 …… 264
流形上微分算子理论 …… 294
柳斯捷尔尼克-施尼雷尔曼
重数定理 …… 179
龙格定理 …… 236
龙格型定理 …… 78
卢津猜测 …… 242
卢津定理 …… 17,98
卢津面积积分 …… 250
卢伊关于无解的线性偏微
分方程的例子 …… 443
鲁宾边值问题 …… 435
鲁宾常数 …… 310
鲁宾孙序列引理 …… 345
鲁宾问题 …… 454
鲁歇定理 …… 44
路径 …… 42
路径集 …… 371
滤波器的消失矩 …… 360
滤子 …… 534
吕埃尔不等式 …… 550
罗伯森猜想 …… 50
罗曼-梅尼绍夫定理 …… 40
罗伊登紧致化 …… 317
洛朗定理 …… 44
洛朗级数 …… 45
洛朗矩阵 …… 144
洛朗算子 …… 144
洛朗展开式 …… 45
洛伦兹空间 …… 32,241
洛默尔多项式 …… 562,623
洛默尔函数 …… 565,621

M

马蒂厄方程 …… 570
马蒂厄函数 …… 571,636
马丁边界 …… 317
马丁积分表现 …… 317
马丁紧致化 …… 317
马丁空间 …… 317
马尔可夫不等式 …… 218
马尔可夫分割 …… 533
马尔可夫系统 …… 216
马尔可夫系统的逼近 …… 216
马尔可夫移位 …… 543
马尔姆奎斯特定理 …… 390
马克仙积分 …… 28
马肯厚普条件 …… 249
马勒特算法 …… 361
马钦凯维奇乘子定理 …… 243
马钦凯维奇积分 …… 250
马钦凯维奇内插定理 …… 250
马氏过程位势论 …… 328
马祖尔空间 …… 115
玛斯传德定理 …… 370
码映射 …… 375
迈尔场 …… 207
迈尔问题 …… 204
迈耶小波 …… 360
麦基空间 …… 115
麦基拓扑 …… 116
麦克缪伦集 …… 372
麦克缪伦集的维数 …… 372
麦克斯韦方程 …… 450
满射线性算子 …… 132
芒德布罗集 …… 539
梅尔捷良定理 …… 236
门杰概率赋范线性空间 …… 170
门杰空间 …… 169
蒙日-安培方程 …… 487
蒙日方程 …… 439
蒙日曲线 …… 437
蒙日束 …… 436
蒙日向量 …… 437
蒙日轴 …… 437
蒙日锥 …… 437
蒙泰尔空间 …… 116
迷向向量 …… 125
米尔恩方程 …… 503
米赫林乘子定理 …… 248
米林猜想 …… 50
米塔-列夫勒定理 …… 54
密度 …… 105
密集点 …… 13
幂等算子 …… 135
幂级数 …… 44
幂级数解法 …… 385
幂零算子 …… 135
面调和函数 …… 558
面积公式 …… 105
面积原理 …… 49
面具 …… 359
闵茨逼近 …… 233
闵茨多项式 …… 233
闵茨系统 …… 233
闵科夫斯基定理 …… 335
闵科夫斯基泛函 …… 112
闵科夫斯基函数 …… 336
闵科夫斯基容度 …… 368
闵科夫斯基维数 …… 368
模 E 子流形 …… 276
模函数 …… 64
模群 …… 66
膜振动方程 …… 445
莫尔斯-斯梅尔微分同胚 …… 531
莫尔斯-斯梅尔系统 …… 530
莫尔斯-斯梅尔向量场 …… 531
莫尔斯不等式 …… 180,282
莫尔斯泛函 …… 179
莫尔斯函数 …… 281
莫尔斯理论 …… 280
莫尔斯理论的基本定理 …… 283
莫尔斯型数 …… 179
莫尔斯引理 …… 281
莫尔斯指数 …… 179
莫尔斯指数定理 …… 283
莫朗集 …… 372
莫朗集的维数 …… 373
莫朗集类 …… 372
莫雷拉定理 …… 42
莫利偏差定理 …… 52
莫罗-洛卡费勒定理 …… 339
默比乌斯变换 …… 40,553
默比乌斯反演 …… 553
默比乌斯函数 …… 553
默塞尔定理 …… 493
母函数 …… 572

N

纳维-斯托克斯方程 …… 450
奈望林纳理论 …… 58
挠率 …… 279
内逼近定理 …… 345
内变分 …… 200
内部惟一性定理 …… 45
内的有限可加测度空间 …… 354
内点 …… 37
内定义原理 …… 345
内函数 …… 67
内函数定理 …… 345
内积 …… 122
内积空间 …… 122
内积空间的等距同构 …… 124
内积空间的共轭映射 …… 104
内基数 …… 345
内集 …… 344
内集合论 …… 342
内容量 …… 308
内射 C^* 代数 …… 149
内射线性算子 …… 132
内实体 …… 345
内性定理 …… 345
内映射半径 …… 318

内在核心 …… 331
内正则测度…… 98
能量 …… 283,307
能量法 …… 211,478
能量积分 …… 211,447
能量积分法 …… 448
能量原理 …… 307
尼伦伯格不等式 …… 487
拟埃尔米特-费耶尔插值多项式 …… 230
拟埃尔米特-费耶尔插值多项式逼近 …… 230
拟凹函数 …… 336
拟变分不等式 …… 480
拟不变测度…… 99
拟对称函数…… 52
拟范数 …… 117
拟弗雷德霍姆方程 …… 502
拟弗雷德霍姆算子 …… 502
拟共形反射…… 52
拟共形映射…… 51
拟共形映射存在定理…… 52
拟共形映射的边值问题…… 52
拟基本解 …… 296,469
拟基本解存在定理 …… 469
拟局部算子 …… 468
拟局部性质 …… 468
拟距离 …… 109
拟可逆元 …… 147
拟扩张亚纯函数 …… 542
拟幂零算子 …… 136
拟逆 …… 469
拟逆元 …… 147
拟桶集 …… 115
拟桶型空间 …… 115
拟凸函数 …… 336
拟凸域…… 78
拟完备的拓扑线性空间 …… 111
拟微分算子 …… 183,468
拟微分算子的椭圆点 …… 472
拟微分算子的有界性 …… 184
拟线性化方法 …… 426
拟线性偏微分方程 …… 433
拟线性位势论 …… 326
拟相似线性算子 …… 135
拟圆…… 52
拟正常算子 …… 143
拟正定核 …… 191
拟正规算子 …… 143
拟正规族…… 59
拟周期函数 …… 420
拟周期线性系统 …… 420
逆极限空间 …… 517
逆算子 …… 132
逆向赫尔德不等式 …… 255
涅梅茨基算子 …… 192
涅梅茨基算子的位势性 …… 192
凝聚层 …… 293
凝聚向量场 …… 162
凝聚向量场的拓扑度 …… 172
凝聚映射 …… 162
牛顿方法 …… 542
牛顿核 …… 303
牛顿容量 …… 310
牛顿位势 …… 302,455
牛顿问题 …… 197
扭扩 …… 511
扭扩空间 …… 512
纽曼定理 …… 231
诺特定理 …… 502
诺特方程 …… 200
诺特算子 …… 506
诺伊曼边值问题 …… 435
诺伊曼多项式 …… 565,623
诺伊曼函数 …… 562
诺伊曼级数 …… 491
诺伊曼问题…… 53,453

O

欧拉-拉格朗日乘数 …… 203
欧拉-拉格朗日定理 …… 203
欧拉-拉格朗日方程 …… 199
欧拉-拉格朗日方程的不变性 …… 200
欧拉必要条件 …… 199
欧拉常数 …… 552,581
欧拉多项式 …… 572,650
欧拉法 …… 212
欧拉方程 …… 200,384,475
欧拉公式…… 36
欧拉类 …… 287
欧拉数 …… 572,650
欧拉有限差分法 …… 476

P

帕德逼近 …… 232
帕德表 …… 232
帕尔型插值逼近 …… 229
帕塞瓦尔等式…… 29,124,243
帕塞瓦尔定理 …… 243
帕塞瓦尔公式 …… 262
庞加莱-本迪克松定理 …… 397
庞加莱-霍普夫指标定理 …… 535
庞加莱不等式 …… 488
庞加莱对偶性定理 …… 300
庞加莱环域定理 …… 397
庞加莱回归定理 …… 543
庞加莱球面 …… 395
庞加莱引理 …… 284
庞加莱映射 …… 396,512
庞加莱锥条件 …… 314
庞特里亚金-安德罗诺夫定理 …… 530
庞特里亚金定理 …… 410
庞特里亚金对偶性定理 …… 261
庞特里亚金空间 …… 125
庞特里亚金空间的正则分解 …… 125
庞特里亚金类 …… 288
庞特里亚金数 …… 288
庞特里亚金数的线性独立性 …… 289
抛物变换…… 40
抛物发展系统 …… 428
抛物函数 …… 561
抛物权数 …… 466
抛物线柱函数 …… 560,608
抛物型方程的定解问题 …… 461
抛物型方程的广义解 …… 465
抛物型方程的极大值原理 …… 464
抛物型方程的能量不等式 …… 463
抛物型方程的拟基本解 …… 463
抛物型方程的拟基本解方法 …… 462
抛物型方程组 …… 466
抛物型偏微分方程 …… 460
抛物型圆丛…… 42
抛物型圆束…… 41
抛物域 …… 540
佩蒂斯积分 …… 101,167
佩蒂斯可测性定理 …… 100
佩克索托定理 …… 531
佩利-维纳定理 …… 246
佩龙积分…… 27
佩龙上函数…… 26
佩龙下函数…… 26
皮卡大定理…… 56
皮卡定理…… 56
皮卡例外值…… 56
皮卡问题 …… 481
皮卡小定理…… 56
皮卡逐次逼近法 …… 386
偏差变元微分方程 …… 407
偏导算子 …… 155
偏齐次均匀康托尔集 …… 373
偏齐次均匀康托尔集的维数 …… 373
偏微分方程 …… 433
偏微分方程的非齐次项 …… 433
偏微分方程的积分曲面 …… 434
偏微分方程的基本解 …… 442
偏微分方程的阶 …… 433
偏微分方程的解 …… 433
偏微分方程的自由项 …… 433
偏微分方程论 …… 432

偏微分方程组 …… 433
偏微分算子 …… 181
偏微分算子的主象征 …… 457
偏序集上映射不动点定理 …… 175
平凡 P 式稳定轨道 …… 513
平凡层 …… 292
平方逼近 …… 221
平衡测度 …… 309,375
平衡点 …… 512
平衡集 …… 111
平衡位势 …… 309
平衡问题 …… 309
平衡原理 …… 309
平衡状态 …… 548
平滑算子 …… 361
平均逼近 …… 217
平均法 …… 423
平均连续性…… 30
平均收敛…… 21
平均值定理…… 42,454
平面波按球面波展开 …… 564
平面波按柱面波展开 …… 563
平面奇点的指标 …… 395
平稳点 …… 200
平稳函数 …… 200
平稳曲面 …… 200
平稳曲线 …… 200
平稳曲线场 …… 206
平稳曲线簇 …… 206
平稳值 …… 200
平性凸赋范线性空间 …… 120
平移不变核 …… 302
平移不变距离 …… 111
平移算子 …… 143
平移映射…… 41
破裂现象 …… 467
普拉托问题 …… 198
普莱姆利-普里瓦洛夫定理 …… 498
普莱姆利-索霍茨基公式 …… 497
普莱姆利公式…… 69
普朗托积分微分方程 …… 508
普朗歇尔变换 …… 262
普朗歇尔定理 …… 245,258,262
普特兰姆-富格里德定理 …… 143
普西函数 …… 552,579
谱 …… 135
谱半径 …… 135,147
谱测度 …… 139
谱测度的支集 …… 140
谱测度空间 …… 139
谱点 …… 420
谱分解 …… 532
谱积分 …… 139
谱极大子空间 …… 137
谱集 …… 135
谱算子 …… 138
谱同构不变量 …… 545
谱系 …… 140
谱映射定理 …… 139

Q

齐次边值问题 …… 435
齐次波动方程柯西问题的解 …… 446
齐次积分方程 …… 490
齐次均匀康托尔集 …… 372
齐次均匀康托尔集的维数 …… 373
齐次壳方程 …… 418
齐次黎曼问题的典则函数 …… 498
齐次黎曼问题的一般解 …… 498
齐次莫朗集 …… 372
齐次偏微分方程 …… 433
齐次算子 …… 132
齐次微分方程 …… 380
齐次线性边值问题 …… 387
齐次线性微分方程 …… 380
齐次线性微分方程组 …… 382
齐次线性系统的稳定性 …… 401
齐次张量 …… 272
齐型空间 …… 255
齐性西格尔域…… 77
齐性有界域…… 76
齐性域…… 76
奇点 …… 390,512
奇点指标 …… 534
奇解 …… 437
奇谱 …… 470
奇性传播定理 …… 470
奇异初值问题 …… 467
奇异点 …… 540
奇异点集 …… 540
奇异函数…… 24
奇异积分方程 …… 496
奇异积分方程的正则化 …… 500
奇异积分方程的指标 …… 499
奇异拉东变换 …… 257
奇异情形 …… 535
奇异性凝聚原理 …… 134
奇异自伴边值问题 …… 388
奇支集 …… 470
歧变集 …… 538
歧点 …… 158
恰当椭圆型算子 …… 457
恰当微分方程 …… 381
恰当支分布 …… 468
恰当支广义函数 …… 468
恰当支拟微分算子 …… 468
恰当子集 …… 468
恰普雷根方程 …… 467
恰普雷金升力公式…… 72
迁移卷积半群 …… 320
前阵面 …… 447
欠定方程组 …… 433
嵌入 …… 159,267
嵌入半流 …… 512
嵌入存在性定理 …… 267
嵌入流 …… 512
嵌入问题 …… 512
强(p,q)范数 …… 250
强(p,q)型算子 …… 250
强单调映射 …… 163
强横截条件 …… 531
强混合 …… 544
强基本定向列 …… 114
强极大值原理 …… 453
强极值 …… 198
强极值的必要条件 …… 208
强极值的充分条件 …… 208
强解 …… 434
强可测向量值函数 …… 100
强勒让德条件 …… 205
强连续映射 …… 153
强列紧 …… 115
强拟凸域…… 79
强迫双线性型 …… 458
强求和 …… 244
强收敛 …… 114,307
强瘦 …… 313
强双曲型算子 …… 449
强算子拓扑 …… 114
强椭圆型方程组 …… 460
强拓扑 …… 114
强外尔斯特拉斯条件 …… 208
强微分 …… 155
强惟一性定理 …… 217
强稳定性 …… 422
强性逼近 …… 232
强雅可比条件 …… 205
强制泛函 …… 177
切比雪夫定理 …… 218
切比雪夫多项式 …… 222,645
切比雪夫级数部分和逼近 …… 227
切比雪夫集 …… 239
切比雪夫组 …… 216
切饼集 …… 374
切饼集的豪斯多夫维数的鲍恩公式 …… 375
切饼映射 …… 375
切丛 …… 268
切空间 …… 266
切萨罗平均 …… 244
切萨罗求和 …… 244
切萨罗数 …… 244
切纤维丛 …… 275
切向量 …… 266

切向量场 …… 160
切映射 …… 159
切锥 …… 333
倾角引理 …… 524
球贝塞尔方程 …… 563
球贝塞尔函数 …… 563
球调和函数 …… 246
球函数 …… 557
球汉克尔函数 …… 563
球极投影 …… 36
球面的拓扑特征 …… 282
球面调和函数 …… 246
球面距离 …… 36
球诺伊曼函数 …… 563
球体波函数 …… 570
球体调和函数 …… 246
球体函数 …… 570
区段 …… 519
区段数 …… 519
区间函数 …… 89
区间映射的 C^r 封闭引理 …… 522
区间映射的伯克霍夫中心
及中心深度 …… 521
区间映射周期轨道的结构 …… 522
区图 …… 264
区域 …… 38
区域的横截线 …… 51
区域的零链 …… 51
曲线上的切向量 …… 266
全变差 …… 22
全陈类 …… 288
全纯二次微分 …… 65
全纯函数 …… 38
全纯函数正规族 …… 59
全纯同构映射 …… 75
全纯凸包 …… 78
全纯凸域 …… 78
全纯线丛 …… 279
全纯向量丛 …… 278
全纯向量丛上的分解定理 …… 300
全纯映射 …… 75,276
全纯映射的导数 …… 75
全纯映射的雅可比矩阵 …… 75
全纯域 …… 78
全积分 …… 437
全局极值 …… 199
全局渐近稳定性 …… 404
全连续算子 …… 136
全连续向量场 …… 161
全连续映射 …… 161
全密点 …… 13
全庞特里亚金类 …… 288
全施蒂费尔-惠特尼类 …… 285
全时滞稳定性 …… 412
全斯廷罗德运算 …… 287
全微分方程 …… 381
全吴(文俊)类 …… 287
缺项多项式逼近 …… 233
确定方程组 …… 433
群上的控制原理 …… 321
群上的平衡原理 …… 321
群上的扫除原理 …… 321
群上的位势核 …… 320
群上的位势论 …… 320
群上的正质量原理 …… 321
群上的质量惟一性原理 …… 321
群作用下的不变泛函 …… 180

R

扰动 …… 399
热传导方程 …… 461
热传导方程解的半群性质 …… 462
热传导方程解的渐近性 …… 462
热传导方程解的正则性 …… 462
热传导方程柯西问题的解 …… 462
热传导方程柯西问题解的
惟一性 …… 462
热传导算子的格林函数 …… 474
热力学极限 …… 377
日冕问题 …… 67
容量 …… 235,308
容量分布 …… 309
容量维数 …… 368
容量压缩原理 …… 310
容许函数 …… 198
容许空间 …… 413
容许子空间 …… 428
揉搓函数 …… 520
揉搓矩阵 …… 520
揉搓行列式 …… 520
揉搓序列 …… 521
揉搓增量 …… 520
揉搓组 …… 521
茹科夫斯基变换 …… 72
茹利亚点 …… 59
茹利亚方向 …… 57
茹利亚集 …… 538
茹利亚集的测度 …… 541
软层 …… 292
锐角原理 …… 172
瑞利-里茨方法 …… 212
若尔当定理 …… 38
若尔当分解定理 …… 22
若尔当弧 …… 37
若尔当曲线 …… 38
弱(p,q)范数 …… 250
弱(p,q)型算子 …… 250
弱 * 基本定向列 …… 114
弱 * 列紧 …… 115
弱 * 收敛 …… 114
弱 * 拓扑 …… 113
弱 * 序列完备 …… 115
弱巴拿赫-萨克斯性质 …… 121
弱闭对称算子环 …… 151
弱导数 …… 247,455
弱负向量丛 …… 280
弱概括的非标准全域 …… 346
弱哈纳克不等式 …… 485
弱混合 …… 544
弱基本定向列 …… 114
弱极大值原理 …… 452
弱极小的特征值判别法 …… 206
弱极值 …… 198
弱极值的必要条件 …… 205
弱极值的充分条件 …… 206
弱解 …… 299,434
弱解的哈纳克不等式 …… 486
弱紧生成空间 …… 120
弱可测向量值函数 …… 100
弱可微函数 …… 106
弱连续映射 …… 153
弱列紧 …… 115
弱内向映射 …… 163
弱耦合抛物组 …… 467
弱耦合抛物组的极大值原
理 …… 466
弱平衡问题的解 …… 309
弱平衡原理 …… 309
弱谱积分 …… 140
弱奇性核 …… 492
弱收敛 …… 113,308
弱瘦 …… 313
弱双曲型方程 …… 448
弱双曲型算子 …… 449
弱算子拓扑 …… 114
弱拓扑 …… 113
弱微分 …… 155
弱下半连续泛函 …… 177
弱序列完备 …… 115
弱有界集 …… 115
弱正向量丛 …… 280

S

萨德-斯梅尔定理 …… 160
萨德定理 …… 268
塞尔定理 …… 294
塞尔对偶定理 …… 294
赛格多项式 …… 236
三角插值多项式逼近 …… 227
三角多项式 …… 219
三角多项式逼近 …… 219
三角多项式逼近的逆定理 …… 220
三角多项式逼近的正定理 …… 219
三角范数 …… 169
三角算子代数 …… 152

三解定理 …… 479
散度形式二阶线性椭圆型方程的解 …… 485
散度形式算子 …… 455
散射反演法 …… 451
散射量 …… 452
桑德拉塞卡尔 H 方程 …… 508
扫除 …… 311
扫除测度 …… 311
扫除函数 …… 311
扫除空间 …… 326
扫除空间的连续位势 …… 326
扫除空间论 …… 326
扫除空间中的函数锥 …… 326
扫除位势 …… 311
扫除问题 …… 311
扫除原理 …… 311
色散变换 …… 501
沙可夫斯基定理 …… 521
沙可夫斯基序 …… 521
山路引理 …… 178,479
商度量空间 …… 109
商赋范线性空间 …… 118
熵 …… 235
熵条件 …… 451
熵映射 …… 546
上半连续集值映射 …… 165
上半平面到单位圆内的映射 …… 41
上半平面到上半平面(下半平面)的映射 …… 41
上半有界算子 …… 142
上导数 …… 24
上调和函数 …… 304,452
上调和函数的对应测度 …… 306
上函数 …… 315
上极限函数 …… 15
上接触集 …… 484
上解 …… 315
上揉搓函数 …… 520
上揉搓组 …… 520
上图 …… 337
上线性函数 …… 336
上溢原理 …… 345
绍德尔不动点定理 …… 174
绍德尔估计 …… 485
绍德尔基 …… 121
绍德尔内估计 …… 485
绍德尔全局估计 …… 485
绍凯边界 …… 318
绍凯表现定理 …… 318
绍凯积分表示理论 …… 334
绍凯容量 …… 308
射线 …… 330
射影算子 …… 139,295
伸缩率 …… 47
伸缩与旋转映射 …… 41
渗流方程 …… 465
生成函数 …… 471,572
生成元的稳定族 …… 429
剩余谱 …… 135
施蒂费尔-惠特尼类 …… 285
施蒂费尔-惠特尼类的存在性 …… 287
施蒂费尔-惠特尼类的惟一性 …… 286
施蒂费尔-惠特尼类的吴(文俊)公式 …… 288
施蒂费尔-惠特尼数 …… 286
施蒂费尔流形 …… 286
施凯特 p 类算子 …… 136
施勒夫利多项式 …… 565,624
施罗德函数方程 …… 509
施罗德域 …… 540
施密特-皮卡定理 …… 495
施密特公式 …… 493
施泰纳圆族 …… 41
施坦流形 …… 82,276
施托尔茨路径 …… 40
施瓦兹不等式 …… 123
施瓦兹导数 …… 521
施瓦兹定理 …… 398
施瓦兹公式 …… 53
施瓦兹空间 …… 247
施瓦兹条件 …… 521
施瓦兹引理 …… 47
时间 1 映射 …… 511
时间 t 映射 …… 511
时频局部化算子 …… 357
时向曲面 …… 445
时向曲线 …… 445
时滞动力系统 …… 415
时滞系统 …… 409
实 n 平面丛 …… 285
实变函数逼近论 …… 214
实变函数论 …… 10
实部 …… 35
实系数微分奇异同调群 …… 284
实向量丛 …… 269
实直线上开集的构造 …… 10
实轴 …… 36
实主型拟微分算子 …… 469
示性类 …… 290
示性类理论 …… 285
示性数 …… 290
试验函数 …… 226
适定问题 …… 435
收敛半径 …… 44
收敛性公理 …… 324
收敛性质 …… 324
收敛圆 …… 44
收缩算子 …… 141
收缩子空间 …… 523
守恒律 …… 450
守恒律的广义解 …… 450
瘦性 …… 313
舒伯特符号 …… 286
舒尔空间 …… 113
疏朗集 …… 110
数学 …… 1
数学物理方程 …… 433
数学物理中的反问题 …… 435
双边拓扑马尔可夫链 …… 519
双侧李亚普诺夫式稳定性 …… 516
双侧移位算子 …… 143
双层位势 …… 303,488
双层位势的跃度关系 …… 488
双尺度差分方程 …… 359
双调和方程 …… 457
双调和函数 …… 318
双伽马函数 …… 552
双极定理 …… 116
双李普希茨映射 …… 366
双裂 …… 159
双曲变换 …… 40
双曲不变集 …… 528
双曲不动点 …… 524
双曲发展系统 …… 429
双曲函数 …… 39
双曲奇点 …… 394,524
双曲线性流 …… 523
双曲线性同构 …… 523
双曲线性向量场 …… 523
双曲线性映射 …… 523
双曲型方程的特征问题 …… 481
双曲型偏微分方程 …… 444
双曲型圆丛 …… 42
双曲型圆束 …… 41
双曲亚纯函数 …… 540
双曲周期点 …… 524
双曲周期轨 …… 524
双全纯映射 …… 75
双射线性算子 …… 132
双特征 …… 439
双特征带 …… 439
双正交尺度序列 …… 362
双正交尺度序列的完全重构条件 …… 362
双正交系 …… 121
双正交小波 …… 362
双正交小波基 …… 362
双正交小波序列 …… 362
双轴球面函数 …… 557
水坝渗流问题 …… 465
司捷克洛夫定理 …… 30

斯蒂尔杰斯积分方程 …… 496
斯莱特条件 …… 338
斯梅尔马蹄 …… 536
斯米尔诺夫区域 …… 237
斯特凡问题 …… 465
斯特拉斯维茨定理 …… 333
斯特林公式 …… 552
斯廷罗德运算 …… 287
斯通-切赫紧致化 …… 317
斯通逼近定理 …… 214
斯图鲁弗函数 …… 564,620
斯图姆-刘维尔边值问题 …… 388
斯托克斯定理 …… 274
斯托伊洛夫紧致化 …… 317
似乎处处 …… 308
松弛牛顿法 …… 542
素 C^* 代数 …… 149
素端 …… 51
素函数 …… 60
算子 $\bar{\partial}$ …… 279
算子 ∂ …… 279
算子半群 …… 144,427
算子半群的近似式 …… 145
算子半群的拉普拉斯变换 …… 145
算子半群的无穷小生成元 …… 144
算子半群的指标 …… 145
算子半群方法 …… 442
算子的换位 …… 137
算子的拟单调性 …… 426
算子的协核空间 …… 506
算子的原子性 …… 406
算子方法 …… 385
算子理论 …… 131
算子群 …… 145
算子演算 …… 138
算子值测度 …… 102
算子值域 …… 134
随机微分方程 …… 430
索伯列夫不等式 …… 456
索伯列夫空间 …… 247,456
索伯列夫空间的紧嵌入定理 …… 456
索伯列夫空间的内插不等式 …… 487
索伯列夫嵌入定理 …… 456
索霍茨基定理 …… 55
索霍茨基公式 …… 69

T

太阳点 …… 239
太阳集 …… 238
态 …… 150
泰勒定理 …… 44
泰希米勒度量 …… 65
泰希米勒空间 …… 64
泰希米勒形变 …… 66
弹性理论中的广义变分原理 …… 211
弹性理论中的最小位能原理 …… 211
弹性力学中的最小余能原理 …… 211
弹性平衡方程 …… 442
弹性振动方程 …… 442
汤姆森函数 …… 564
陶伯定理 …… 45
套代数 …… 152
特解 …… 437
特雷夫茨法 …… 212
特里贝尔-立卓金空间 …… 253
特里科米方程 …… 467
特里科米问题 …… 467
特普利茨代数 …… 149
特普利茨方程 …… 504
特普利茨矩阵 …… 144
特普利茨算子 …… 144,295,504
特殊的超几何函数 …… 587
特殊的函数方程 …… 508
特殊函数 …… 551
特殊性 …… 517
特征 …… 258
特征标 …… 261
特征标群 …… 261
特征超曲面 …… 445
特征带 …… 437
特征方程 …… 384,410,499
特征方程的解 …… 500
特征方向 …… 437,440
特征劈锥面 …… 445
特征劈锥体 …… 445
特征曲面 …… 440
特征群 …… 258
特征射线 …… 445
特征算子 …… 499
特征线法 …… 481
特征向量 …… 135
特征值 …… 135
特征值的重复度 …… 135
特征子空间 …… 135
梯度下降流 …… 177
梯度向量场 …… 177
梯度映射 …… 165
提升 …… 64
田形调和函数 …… 558
填充测度 …… 369
填充测度的弗罗斯特曼引理 …… 369
填充茹利亚集 …… 542
填充维数 …… 369
条件基 …… 122
条件极值 …… 203
条件极值变分问题 …… 475
条件熵 …… 546
调和 p 形式 …… 300
调和不变性 …… 305
调和测度 …… 53,312
调和测度零集 …… 312
调和簇 …… 323
调和多项式 …… 246,305
调和方程 …… 452
调和分析 …… 240
调和公理 …… 324
调和函数 …… 53,245,304,452
调和函数的平均值性质 …… 53
调和函数的正规族 …… 305
调和函数极值原理 …… 53
调和空间 …… 324
调和空间里的超调和函数 …… 324
调和空间里的调和函数 …… 324
调和空间里的里斯分解 …… 325
调和空间里的上调和函数 …… 324
调和空间里的位势 …… 325
调和空间里的下调和函数 …… 325
调和空间里的亚调和函数 …… 324
调和空间论 …… 324
调和强函数 …… 306
调和弱函数 …… 306
调和上属 …… 306
调和算子 …… 452
调和下属 …… 306
调和延拓 …… 320
通解 …… 437
通解结构定理 …… 383
通有稠密性定理 …… 531
通有性 …… 523
同构测度环 …… 91
同构测度空间 …… 91
同伦算子 …… 285
统计自相似集 …… 365
桶集 …… 115
桶型空间 …… 115
投影的比较 …… 152
投影极限 …… 117
投影算子 …… 135,139
投影拓扑 …… 117
凸包 …… 110,330
凸逼近 …… 238
凸多胞体 …… 331
凸多面体 …… 330
凸分析 …… 329
凸函数 …… 335
凸函数的有效域 …… 336
凸集 …… 110,330
凸集分离定理 …… 332
凸集支撑定理 …… 332

凸壳 …… 111
凸体 …… 111
凸性不等式 …… 336
凸锥 …… 332
凸组合 …… 330
图册 …… 265
图递归集 …… 371
图递归集的维数 …… 371
图递归矩阵 …… 371
推迟势 …… 447
推广的绍凯容量 …… 308
退化核的积分方程 …… 490
退化阶数 …… 281
退化临界点 …… 179,281
退化抛物型方程 …… 461
退化奇点 …… 394
托玛级数 …… 555
托姆定理 …… 289
托姆横截性引理 …… 268
托姆环面双曲自同构 …… 536
托姆空间 …… 289
托姆同构 …… 287
托姆同构定理 …… 287
托内利定理 …… 21
椭球调和函数 …… 570
椭球坐标系 …… 568
椭圆 ϑ 函数 …… 567,629
椭圆变换 …… 40
椭圆函数 …… 62,566
椭圆函数的阶 …… 567
椭圆积分 …… 565,624
椭圆马丁边界 …… 318
椭圆算子 …… 296
椭圆算子的狄利克雷问题 …… 458
椭圆算子的格林公式 …… 458
椭圆算子的特征函数 …… 460
椭圆算子的特征值问题 …… 460
椭圆算子的指标 …… 297
椭圆维数 …… 318
椭圆型方程的广义解 …… 454
椭圆型方程的弱解 …… 454
椭圆型方程解的正则性 …… 470
椭圆型方程组 …… 460
椭圆型拟微分算子 …… 469
椭圆型偏微分方程 …… 452
椭圆型圆丛 …… 42
椭圆型圆束 …… 41
椭圆柱函数 …… 571
拓扑 Ω 稳定性 …… 527
拓扑安诺索夫同胚 …… 518
拓扑安诺索夫映射 …… 518
拓扑不可约表示 …… 147
拓扑传递 …… 516
拓扑代数 …… 153
拓扑等价 …… 421,525
拓扑动力系统 …… 510
拓扑度 …… 171
拓扑共轭 …… 525
拓扑混合 …… 516
拓扑可测空间 …… 90
拓扑可迁 …… 516
拓扑空间上的贝尔测度 …… 98
拓扑空间上的波莱尔测度 …… 97
拓扑空间上的波莱尔集类 …… 97
拓扑里斯空间 …… 131
拓扑幂零元 …… 147
拓扑熵 …… 375,547
拓扑双曲不变集 …… 518
拓扑稳定性 …… 525
拓扑线性空间 …… 111
拓扑线性空间的泛函延拓定理 …… 112
拓扑向量空间 …… 111
拓扑压 …… 548

W

瓦尔德概率赋范线性空间 …… 170
瓦尔德积分 …… 27
瓦尔德空间 …… 169
瓦尔德上函数 …… 27
瓦尔德下函数 …… 27
瓦莱·普桑和逼近 …… 227
瓦莱·普桑平均 …… 227,244
外测度 …… 89
外代数 …… 272
外导数 …… 273
外点 …… 37
外尔斯特拉斯 E 函数 …… 206
外尔斯特拉斯 ζ 函数 …… 567,628
外尔斯特拉斯 σ 函数 …… 567
外尔斯特拉斯 σ 函数和余 σ 函数 …… 628
外尔斯特拉斯表示公式 …… 208
外尔斯特拉斯场 …… 208
外尔斯特拉斯第一定理 …… 55
外尔斯特拉斯点 …… 63
外尔斯特拉斯定理 …… 54,214
外尔斯特拉斯函数的维数 …… 374
外尔斯特拉斯基本因式 …… 54
外尔斯特拉斯空隙定理 …… 63
外尔斯特拉斯条件 …… 206
外尔斯特拉斯椭圆函数 …… 567,627
外尔斯特拉斯型椭圆积分 …… 566
外函数 …… 67
外积 …… 272
外集 …… 345
外容量 …… 308
外实体 …… 345
外微分 …… 273
外微分算子 …… 273
外形式丛 …… 273
外映射半径 …… 318
外正则测度 …… 98
完备测度 …… 92
完备测度空间 …… 92
完备的巴拿赫-芬斯勒流形 …… 161
完备的概率度量空间 …… 169
完备的拓扑线性空间 …… 111
完备的希尔伯特-黎曼流形 …… 161
完备度量空间 …… 109
完备系 …… 242
完备性公理 …… 324
完备正交系 …… 123
完全测度 …… 92
完全非稳定动力系统 …… 516
完全非线性偏微分方程 …… 433
完全核 …… 321
完全加法类 …… 88
完全解析函数 …… 61
完全可加集函数 …… 89
完全椭圆积分 …… 566
完全稳定性 …… 404
完全有界集 …… 110
完全预层 …… 292
完全正交系 …… 123
完全正线性泛函 …… 150
完全正线性映射 …… 150
完整约束 …… 203
万有覆盖曲面 …… 64
万有空间 …… 118
网 …… 366
网的 s 维豪斯多夫测度 …… 366
网的等价 …… 366
网的聚点的非标准特征 …… 353
网的强等价 …… 366
网收敛的非标准特征 …… 353
微分半动力系统 …… 511
微分动力系统 …… 522
微分方程 …… 7
微分方程组的首次积分 …… 382
微分理想 …… 273
微分流形 …… 265
微分算子 …… 181,294
微分形式 …… 273,276
微分形式的李导数 …… 273
微分形式的周期 …… 284
微分约束 …… 203
微局部分析 …… 185
微连续 …… 351
韦伯方程 …… 560
韦伯函数 $D_\nu(z)$ …… 560
韦伯函数 $E_\nu(z)$ …… 564
韦夸等价正则化定理 …… 500
韦伊测度 …… 99

惟一遍历性 …… 544
惟一性定理 …… 217
惟一性原理 …… 304
维纳-霍普夫方程 …… 502
维纳-霍普夫分解 …… 505
维纳-霍普夫积分方程 …… 194
维纳-霍普夫技巧 …… 503
维纳-霍普夫算子 …… 505
维纳测度 …… 99
维纳代数 …… 147
维纳积分 …… 99
维纳判别法 …… 312
维纳容量 …… 309
维纳型覆盖引理 …… 260
维数与点态维数的关系 …… 376
维塔利-哈恩-萨克斯定理 …… 97
维塔利-维纳覆盖引理 …… 253
维塔利覆盖 …… 13
维塔利覆盖定理 …… 13
维塔利覆盖类 …… 367
维塔利覆盖引理 …… 367
维塔利收敛定理 …… 21
未定向配边类 …… 286
伪单调映射 …… 164
伪轨跟踪性质 …… 517
伪梯度流 …… 177
伪梯度向量场 …… 177
位势 …… 302
位势的基本原理 …… 303
位势方程 …… 452
位势论 …… 301
位势网(列)的收敛准则 …… 309
位相函数 …… 181,471
稳定的 D 算子 …… 411
稳定极限环 …… 396
稳定集 …… 530
稳定流形 …… 529,550
稳定流形定理 …… 530
稳定性 …… 400
稳定性猜测 …… 531
稳定性条件 …… 361
稳定性依赖于初始时刻 …… 411
稳定性依赖于滞量 …… 411
稳定域 …… 539
沃尔定理 …… 267
沃尔什逼近 …… 224
沃尔什多项式 …… 225
沃尔什函数 …… 224
沃尔什正交系 …… 224
沃尔泰拉非线性积分算子 …… 192
沃尔泰拉积分方程 …… 495
沃尔泰拉线性积分算子 …… 191
沃尔泰拉型积分微分方程 …… 508
乌雷松非线性积分算子 …… 193
无处稠密集 …… 110
无环条件 …… 533
无界线性算子 …… 132
无穷乘积 …… 54
无穷大 …… 349
无穷时滞泛函微分方程 …… 407
无穷小 …… 349
无穷远点 …… 36
无穷远奇点 …… 395
无条件基 …… 122
无限大 …… 349
无限大望远镜 …… 348
无限大向量 …… 352
无限和定理 …… 351
无限接近 …… 349
无限投影 …… 152
无限维流形 …… 275
无限维线性空间 …… 108
无限小 …… 349
无限小理论 …… 342
无限小微积分 …… 347
无限小显微镜 …… 348
无限小向量 …… 352
无限小延伸定理 …… 345
无限小增量定理 …… 351
无限重正规化 …… 542
吴(文俊)类 …… 287
误差函数 …… 560,606

X

西格尔点 …… 539
西格尔域 …… 76
西格尔圆 …… 540
西奈-吕埃尔-鲍恩测度 …… 549
吸收集 …… 110
吸性盆 …… 542
吸性周期点 …… 539
吸引中心 …… 515
希尔-吉田耕作定理 …… 145,427
希尔伯特-黎曼流形 …… 161
希尔伯特-施密特定理 …… 191,492
希尔伯特-施密特范数 …… 137
希尔伯特-施密特积分算子 …… 190
希尔伯特-施密特算子 …… 137
希尔伯特边值问题 …… 69,501
希尔伯特变换 …… 249,295,501
希尔伯特不变积分 …… 206
希尔伯特第 16 问题 …… 398
希尔伯特核 …… 501
希尔伯特核奇异积分方程 …… 501
希尔伯特空间 …… 122
希尔伯特空间的共轭空间 …… 123
希尔伯特空间的维数 …… 124
希尔伯特空间中的变分不等式 …… 480
希尔伯特流形 …… 161,275
希尔方程 …… 570
希洛夫边界 …… 318
稀薄点 …… 13
稀疏波 …… 451
席夫定理 …… 371
细闭包 …… 313
细闭集 …… 313
细边界值 …… 313
细极限 …… 313
细开集 …… 313
细拓扑 …… 312
狭义当儒瓦不定积分 …… 26
狭义当儒瓦积分 …… 26
狭义当儒瓦可积函数 …… 26
狭义双曲型方程 …… 449
狭义主型算子 …… 472
下半连续函数 …… 176
下半连续集值映射 …… 165
下半有界算子 …… 142
下包络原理 …… 304
下导数 …… 24
下调和函数 …… 304,452
下调和延拓 …… 310
下定向公理 …… 326
下函数 …… 315
下极限函数 …… 15
下解 …… 315
下确界卷积 …… 338
下揉搓函数 …… 520
下揉搓组 …… 520
下溢原理 …… 345
先验估计 …… 485
纤维 …… 269
纤维丛 …… 268
纤维丛的截面 …… 269
弦振动方程 …… 445
现代微分算子理论 …… 181
线段 …… 330
线性包 …… 108
线性逼近 …… 230
线性边值问题 …… 387
线性变分问题 …… 209
线性变换 …… 40
线性变换的保对称性 …… 41
线性变换的保交比性 …… 41
线性变换的保圆周性 …… 41
线性表示 …… 108
线性常微分方程 …… 382
线性泛函 …… 132
线性泛函微分方程 …… 414
线性泛函延拓定理 …… 118
线性横截条件 …… 531
线性积分方程 …… 490
线性积分算子的分解 …… 191

线性积分算子的全连续性 …… 191
线性距离空间 …… 111
线性空间 …… 107
线性空间的乘积空间 …… 109
线性空间的对偶 …… 113
线性空间的基 …… 108
线性空间的商空间 …… 108
线性空间的维数 …… 108
线性空间的线性同构 …… 109
线性空间的直接和 …… 108
线性空间中的超平面 …… 108
线性空间中的线段 …… 110
线性宽度 …… 234
线性偏微分方程 …… 433
线性双曲型方程组 …… 449
线性算子 …… 132
线性算子逼近 …… 225
线性算子的闭扩张 …… 134
线性算子的闭延拓 …… 134
线性算子的闭值域定理 …… 134
线性算子的初等运算 …… 132
线性算子的单值扩张性 …… 138
线性算子的核 …… 132
线性算子的极分解 …… 142
线性算子的交换子 …… 144
线性算子的零空间 …… 132
线性算子的正交和 …… 139
线性算子的直角分解 …… 142
线性算子的自交换子 …… 144
线性算子的最小闭扩张 …… 134
线性算子内插定理 …… 250
线性算子扰动理论 …… 138
线性同胚 …… 111
线性同胚映射 …… 111
线性同态 …… 109
线性拓扑 …… 111
线性拓扑空间 …… 111
线性拓扑同构 …… 111
线性微分方程组 …… 382
线性微分算子 …… 181
线性无关的子空间 …… 108
线性无关集 …… 108
线性映射 …… 132
线性映射的图象 …… 133
线性子空间 …… 108
线性子空间的补子空间 …… 109
线性子空间的余维数 …… 108
线性组合 …… 108
相对不变测度 …… 99
相对代数内部 …… 331
相对极值 …… 198
相对内部 …… 331
相对维数函数 …… 152
相轨 …… 415
相互能量 …… 307
相互奇异的广义测度 …… 95
相联方程 …… 499
相联算子 …… 500
相配层 …… 291
相容条件 …… 461
相容拓扑 …… 115
相似线性算子 …… 135
相似映射 …… 365
相依锥 …… 334
香农-麦克米伦-布莱曼定理 …… 547
香农取样定理 …… 357
向量场 …… 160,269
向量场产生的流 …… 160
向量场的积分曲线 …… 160,270
向量场的李导数 …… 273
向量场的示性函数 …… 537
向量丛 …… 269
向量丛的稳定等价 …… 297
向量格 …… 130
向量空间 …… 108
向量空间的定向 …… 274
向量空间的张量代数 …… 271
向量空间的张量积 …… 271
向量拓扑 …… 111
向量小波 …… 363
向量值测度 …… 102
向量值测度的绝对连续性 …… 102
向量值测度的尼科迪姆有界性定理 …… 103
向量值测度的维塔利-哈恩-萨克斯定理 …… 103
向量值测度的一致可列可加性 …… 103
向量值函数 …… 100
向量值函数的积分 …… 101
象征 …… 183,294
象征类 $S^m_{\rho,\delta}(\Omega)$ …… 467
象征映射 …… 296
象征运算 …… 184
消失矩 …… 357
小波包 …… 362
小波变换局部化算子 …… 358
小波分析 …… 356
小波函数 …… 359
小波矩阵 …… 363
小波框架 …… 358
小波序列 …… 363
小布洛赫空间 …… 68
小平邦彦嵌入定理 …… 280
小时滞等价命题 …… 411
肖特基定理 …… 57
楔函数 …… 413
协变张量 …… 271
斜率函数 …… 206
斜驶变换 …… 40
斜微商边界条件 …… 484
斜微商问题 …… 483
谢尔品斯基垫 …… 371
谢尔品斯基依测度覆盖定理 …… 13
辛形式 …… 276
星算子 …… 299
星形域 …… 38
行优势 …… 421
形变引理 …… 178
形式伴随方程 …… 414
形式对数和 …… 392
形式对数阵 …… 392
形式解阵 …… 391
形式洛朗级数 …… 392
休止点 …… 512
修正 ζ 函数 …… 521
修正的拉格朗日插值多项式逼近 …… 228
修正的默比乌斯变换 …… 553
修正的默比乌斯反演 …… 554
修正族的临界指数 …… 369
虚部 …… 35
虚功原理 …… 210
虚数 …… 35
虚数单位 …… 35
虚轴 …… 36
序极限 …… 130
序列的极限点的非标准特征 …… 350
序列概括的非标准全域 …… 346
序列收敛的非标准特征 …… 350
序列完备的拓扑线性空间 …… 111
序列有界的非标准特征 …… 350
序收敛 …… 130
序完备向量格 …… 130
序有界 …… 130
序有界线性算子 …… 131
旋度 …… 172
旋转角 …… 47
旋转抛物面函数 …… 561
旋转数 …… 400,535
旋转向量场 …… 398
旋转向量场理论 …… 398
薛定谔方程 …… 442
循环子空间 …… 137

Y

压力 …… 375
压缩半群 …… 427
压缩算子 …… 141
压缩算子半群 …… 146
压缩向量场 …… 162
压缩映射 …… 161,365

压缩映射不动点定理 …… 174
压缩映射族的不变集 …… 371
芽 …… 265
雅可比 Θ 函数 …… 568
雅可比 ζ 函数 …… 568,634
雅可比定理 …… 201
雅可比多项式 …… 222,574,648
雅可比方程 …… 205
雅可比方法 …… 438
雅可比恒等式 …… 270
雅可比算子 …… 205
雅可比条件 …… 205
雅可比椭圆函数 …… 567,629
亚纯函数 …… 54
亚纯函数的特征函数 …… 58
亚纯函数的芽层 …… 292
亚纯函数的增长级 …… 58
亚纯函数分解论 …… 59
亚纯函数因式分解 …… 60
亚纯函数正规族 …… 59
亚纯函数值分布理论 …… 57
亚调和函数 …… 304
亚历山德罗夫极大值原理 …… 484
亚椭圆常系数微分算子 …… 470
亚椭圆算子 …… 470
亚正常算子 …… 143
亚正规算子 …… 143
淹没 …… 267
延森不等式 …… 336
延森公式 …… 54
严格凹函数 …… 336
严格单调映射 …… 163
严格非扩张映射 …… 162
严格归纳极限 …… 116
严格归纳局部凸拓扑 …… 117
严格可微 …… 155
严格勒让德条件 …… 205
严格拟凹函数 …… 336
严格拟凸函数 …… 336
严格凸赋范线性空间 …… 120
严格凸函数 …… 335
沿点集的导数 …… 25
沿点集的极限 …… 13
沿点集的上极限 …… 13
沿点集的下极限 …… 14
沿路径的积分 …… 42
扬-芬切尔不等式 …… 337
幺模数 …… 36
遥远点 …… 353
遥远性定理 …… 353
叶戈罗夫定理 …… 17,185,472
一般加法定理 …… 509
一般莫朗集的构造 …… 372
一般容量 …… 308
一般位势 …… 302
一般位势论 …… 302
一点关于一条闭曲线的指示数 …… 42
一级 δ 邻域 …… 198
一级距离 …… 198
一阶半线性方程组的特征方程 …… 440
一阶半线性方程组的特征理论 …… 440
一阶变分 …… 199
一阶非线性方程的柯西问题 …… 439
一阶非线性方程的特征微分方程组 …… 437
一阶非线性偏微分方程 …… 437
一阶拟线性偏微分方程 …… 436
一阶拟线性偏微分方程的特征方程 …… 436
一阶拟线性偏微分方程的特征线 …… 436
一阶偏微分方程的标准型 …… 439
一阶显方程 …… 381
一阶线性方程组的杜阿梅尔原理 …… 440
一阶线性微分方程 …… 380
一阶隐方程 …… 381
一维动力系统 …… 519
一维齐次莫朗集的维数 …… 373
一维齐次莫朗集类的维数 …… 373
一致超有限代数 …… 149
一致代数 …… 148
一致分布 …… 237
一致概周期函数 …… 418
一致概周期微分方程 …… 418
一致孤立点集 …… 14
一致健忘泛函 …… 413
一致可积 …… 93
一致连续的非标准特征 …… 350
一致连续点集 …… 14
一致连续映射 …… 154
一致抛物型方程 …… 461
一致抛物型方程组 …… 466
一致谱积分 …… 140
一致同胚 …… 119
一致凸赋范线性空间 …… 120
一致椭圆型偏微分方程 …… 452
一致稳定性 …… 401
一致有界性原理 …… 134
伊滕方程 …… 431
伊滕公式 …… 431
伊滕积分 …… 431
依测度收敛 …… 16
依赖区域 …… 446
依序列弱下半连续泛函 …… 177
依序列下半连续函数 …… 177
移位不变集 …… 519
移位算子 …… 143
因子 …… 152,527
银河 …… 349
引入参数法 …… 381
隐函数定理 …… 157
影 …… 349
影响区域 …… 446
映射半径 …… 49
映射的不动点 …… 48
映射的基本集 …… 162
映射的连续性 …… 153
映射的临界点 …… 160
映射的临界值 …… 160
映射的奇异点 …… 160
映射的奇异值 …… 160
映射的微分 …… 266
映射的依序列连续性 …… 153
映射的正则点 …… 159
映射的正则值 …… 160
映射族不动点定理 …… 175
优级数法 …… 389
尤尔塞斯科锥 …… 334
由调和簇产生的超调和簇 …… 324
游荡点 …… 514
游荡分支 …… 539
有界 n 线性算子 …… 155
有界变差的向量值测度 …… 102
有界变差函数 …… 22
有界集 …… 37,111
有界平均振动函数 …… 67
有界平均振动解析函数 …… 67
有界双线性型 …… 459
有界完备的拓扑线性空间 …… 111
有界线性泛函 …… 132
有界线性泛函的范数 …… 133
有界线性弱微分 …… 155
有界线性算子 …… 132
有界线性算子的范数 …… 132
有界线性算子空间 …… 133
有界型空间 …… 115
有界映射 …… 154
有紧支的函数 …… 32
有紧支集的拟微分算子 …… 295
有理逼近 …… 231
有理逼近的阶 …… 231
有限 n 连续映射 …… 154
有限变差函数 …… 22
有限测度 …… 89
有限测度代数 …… 91
有限测度环 …… 91
有限测度空间 …… 91
有限测度子集定理 …… 367
有限带宽函数 …… 356
有限冯·诺伊曼代数 …… 151

有限覆盖定理…… 37
有限管 …… 513
有限广义测度…… 94
有限广义测度空间…… 94
有限迹 …… 151
有限阶广义函数 …… 127
有限阶整函数逼近 …… 233
有限可加测度…… 92
有限可加集函数…… 89
有限连续映射 …… 154
有限投影 …… 152
有限维流形上映射的拓扑
度 …… 173
有限维线性空间 …… 108
有限型子移位 …… 519
有限压缩映射族 …… 370
有限约束 …… 203
有限秩算子 …… 136
有向图 …… 371
有序线性空间 …… 129
酉等价 …… 141
酉膨胀 …… 141
酉算子 …… 140
酉算子的谱表示 …… 141
酉算子的谱分解 …… 141
酉算子群 …… 146
酉算子群的斯通定理 …… 146
右不变测度…… 98
右端函数不连续的抽象柯
西问题 …… 425
右素函数…… 60
右因子…… 60
囿变积分…… 28
囿变原函数…… 28
囿集 …… 115
囿空间 …… 115
诱导丛 …… 269
余 σ 函数 …… 567
余集…… 37
余切丛 …… 268
余切空间 …… 266
余切向量 …… 266
余切向量场 …… 160
余区间…… 10
余误差函数 …… 560
余弦傅里叶系数 …… 241
余弦积分 …… 561,608
余弦算子函数 …… 427
余弦算子函数的生成定理 …… 428
余向量 …… 104
与超调和簇相关的调和簇 …… 323
预层 …… 291
预解核 …… 491
预填充测度 …… 369
预填充维数 …… 369
预维数序列 …… 373
预周期分支 …… 539
域…… 88
域的定义函数…… 79
域的局部定义函数…… 79
域的迷向子群…… 76
域的全纯等价…… 75
域的全纯同构…… 75
域的全纯自同构…… 76
域的全纯自同构群…… 76
域的希洛夫边界…… 76
域回归性 …… 514
预解方程 …… 135
预解集 …… 135
预解算子 …… 135
渊点 …… 524
原子 …… 252
原子 H^p 空间 …… 252
原子测度…… 92
圆丛…… 41
圆环函数 …… 558,598
圆盘代数 …… 148
圆束…… 41
圆型域…… 74
圆锥函数 …… 558,598
源点 …… 524
约翰-尼伦伯格不等式 …… 252
约化子空间 …… 139
约束 …… 203
越过弧直接解析开拓…… 61
晕 …… 349

Z

在无穷远点的调和性 …… 305
赞格蒙空间 …… 253
增长数 …… 519
增生映射 …… 164
增算子 …… 163
闸函数 …… 314,453
闸锥 …… 333
窄区域极值原理 …… 484
粘性消去法 …… 451
詹姆斯空间 …… 120
占有密度 …… 374
张量 …… 271
帐篷空间 …… 254
障碍问题 …… 480
真间断群…… 6333
真实伴随算子 …… 415
振荡积分 …… 182,471
振荡型积分 …… 254
振荡型奇异积分 …… 255
振幅函数 …… 181,471
整函数…… 55
整函数的格…… 56
整函数的级…… 56
整函数的下级…… 56
整流 …… 105
整平坦流 …… 106
整体分析 …… 263
整体解析函数…… 61
整体稳定性 …… 411
整线性变换…… 41
正测度…… 91
正常集 …… 538
正常算子 …… 142
正常凸函数 …… 336
正定对称核 …… 493
正定函数 …… 100,262
正定函数的表示 …… 100
正定核 …… 191,302
正定算子 …… 142,477
正对称方程组 …… 449
正对称算子 …… 449
正规迹 …… 151
正规结构 …… 119
正规矩形 …… 534
正规空间的非标准特征 …… 353
正规扩张 …… 143
正规算子 …… 142
正规算子的谱表示 …… 142
正规算子的谱分解 …… 142
正规性定则…… 59
正规正交基 …… 124
正规正交系 …… 123
正规锥 …… 426
正规族…… 58
正合形式 …… 284
正核 …… 302
正交 …… 123
正交补 …… 123
正交多分辨率分析 …… 359
正交多分辨率分析的小波
函数 …… 359
正交多项式 …… 221
正交多项式系 …… 222,573
正交函数系 …… 242
正交和 …… 124
正交化 …… 124
正交内射 …… 104
正交投影 …… 104,123
正交投影算子 …… 139
正交系 …… 123,242
正交小波 …… 359
正交小波基 …… 359
正李亚普诺夫式稳定性 …… 516
正齐次函数 …… 336
正算子 …… 142,163
正态概率积分 …… 560
正弦傅里叶系数 …… 241

正弦积分 …… 561,607
正线性泛函 …… 149
正线性算子 …… 131
正线性算子逼近 …… 225
正向泊松稳定轨道 …… 513
正向渐近轨道 …… 514
正性向量 …… 125
正性子空间 …… 125
正元 …… 130
正则边界点 …… 314
正则波莱尔测度…… 98
正则测度…… 97
正则点 …… 312
正则广义函数 …… 127
正则函数…… 38,260
正则化 …… 260
正则化方法 …… 436
正则化算子 …… 500
正则集 …… 135,323
正则解 …… 434
正则空间的非标准特征 …… 353
正则奇点 …… 391
正则嵌入 …… 159,267
正则区域 …… 324
正则双曲型 …… 445
正则双曲型方程 …… 449
正则椭圆问题 …… 457
正则线性算子 …… 133
正则斜微商边界条件 …… 484
正则性定理 …… 299
正则性刻画 …… 357
正则元 …… 147
正则锥 …… 426
正则子流形 …… 160,267
正值性公理 …… 324
正锥 …… 130
支撑超平面 …… 331
支撑点…… 51
支撑函数 …… 337
支点的阶…… 62
直交 …… 123
直交补 …… 123
直交和 …… 124
直交投影 …… 123
直交投影算子 …… 139
直交系 …… 123
直接解析开拓…… 61
直接吸收盆 …… 540
直线 …… 330
直线开集的构成区间…… 10
值裂 …… 159
指标定理的上同调形式 …… 298
指标理论 …… 180
指标算子 …… 459
指定平均曲率方程 …… 487
指示函数 …… 337
指数 …… 281
指数积分 …… 561,607
指数级数…… 46
指数型二分性 …… 419
质量分布原理 …… 367
秩定理 …… 267
滞后型差分微分方程 …… 409
滞后型泛函微分方程 …… 406
滞后型概周期泛函微分方程 …… 410
滞后型无穷时滞泛函微分方程 …… 407
中间锥 …… 334
中立型差分微分方程 …… 409
中立型泛函微分方程 …… 406
中立型概周期泛函微分方程 …… 410
中立型无穷时滞泛函微分方程 …… 407
中心点 …… 395
中心简单波 …… 451
中心阶数 …… 514
中心平稳曲线场 …… 208
中心深度 …… 514
中心稀疏波 …… 451
中性周期点 …… 539
终归紧向量场 …… 163
终归紧向量场的拓扑度 …… 172
终归紧映射 …… 163
重调和方程 …… 457
重调和算子 …… 457
重分形机理 …… 377
重合度 …… 173
重合集 …… 480
重排函数 …… 241
重正规化 …… 542
周(炜良)定理 …… 277
周期点 …… 512
周期分支 …… 540
周期轨道 …… 512
周期轨道的周期 …… 512
周期解的存在性 …… 413
周期拉梅函数 …… 569,636
周期平行四边形 …… 567
周期系数线性微分方程组 …… 385
周期系统 …… 416
周期循环 …… 540
逐次逼近法 …… 481,491
逐段单调映射 …… 519
逐段多项式逼近 …… 232
主型算子 …… 471
主型算子的亚椭圆性条件 …… 470
属于幂级数的乘法序列 …… 290
柱测度…… 99
柱函数 …… 562
柱函数的一般性质 …… 610
转换原理 …… 344
转移函数 …… 269
转移同胚 …… 517
转移自同构 …… 519
转移自同胚 …… 519
转移自映射 …… 519
转置核 …… 302
锥 …… 332
锥映射 …… 163
锥映射不动点定理 …… 175
锥映射的拓扑度 …… 172
准范数 …… 117
准极小集 …… 514
准周期点 …… 512
准自相似集 …… 365
子层 …… 291
子集张成的线性子空间 …… 108
子流形 …… 267
自伴边值问题 …… 387
自伴二阶常微分方程的格林函数 …… 473
自伴算子 …… 141
自伴算子代数 …… 150
自伴算子的谱表示 …… 141
自伴算子的谱分解 …… 141
自伴随边值问题 …… 458
自伴特征值问题 …… 387
自伴微分方程 …… 385
自反的赋范线性空间 …… 119
自反局部凸空间 …… 116
自反算子代数 …… 153
自仿集 …… 365
自共轭算子 …… 141
自然边界条件 …… 202,478
自然参数…… 65
自然对偶 …… 113
自然分解公理 …… 326
自然扩张 …… 344
自然扩张映射 …… 344
自然约束 …… 203
自守函数…… 64
自相似测度 …… 376
自相似测度的维数 …… 376
自相似集 …… 365
自相似集的测度与维数的性质 …… 370
自相似集的相似维数 …… 370
自由边界问题 …… 465
自由横截性条件 …… 202
自治泛函微分方程 …… 410
自治系统闭轨道的稳定性 …… 404
阻碍集 …… 537
组合庞特里亚金类 …… 290

最大解和最小解的存在性 …… 426
最大模定理 …… 46
最佳逼近 …… 216
最佳逼近多项式 …… 218
最佳逼近广义多项式 …… 216
最佳逼近三角多项式 …… 219
最佳逼近有理函数 …… 231
最佳联合逼近元 …… 231
最佳平均逼近 …… 217
最佳一致逼近 …… 216
最佳有理逼近的特征 …… 231
最速降线 …… 197
最速降线问题 …… 475
最速落径 …… 197
最小范数 …… 422
最小范数解 …… 421
最小位能原理 …… 211
最小正规扩张 …… 143
最小作用原理 …… 211
最优逼近阶 …… 225
最优场 …… 208
最优子空间 …… 234
最终零解 …… 414
左(右)拟基本解 …… 469
左不变测度 …… 98
左素函数 …… 60
左因子 …… 60
坐标丛 …… 269

其　他

AF 代数 …… 149
A_p 权 …… 249
A_p 条件 …… 249
B^* 代数 …… 148
BL_0 函数 …… 316
BLD 函数 …… 315
BLD 族 …… 315
BL 函数 …… 315
BMO 范数 …… 252
BMO 函数空间 …… 251
B 代数 …… 147
B 扩大 …… 346
B 模型 …… 346
C^* 半范数 …… 149
C^* 代数 …… 148
C^* 代数的表示 …… 150
C^* 代数的素理想 …… 149
C^* 代数的循环表示 …… 150
C^* 代数的忠实表示 …… 150
C^* 代数上正线性映射 …… 150
C^* 代数中的正元 …… 150
C^* 范数 …… 148
C_0 半群 …… 427
C_0 半群的渐近稳定性 …… 429
C_0 半群的指数稳定性 …… 429
C_0 类等度连续算子半群 …… 144
C_0 类算子半群 …… 144
C_0 类算子群 …… 146
C^1 封闭引理 …… 532
$C_{2\pi}$ 中的饱和性 …… 225
CCR 代数 …… 149
C^k 类可微纤维丛 …… 269
C^k 类微分结构 $\mathscr{F}$ …… 265
C^k 流形 …… 265
C^k 流形间的 C^k 映射 …… 265
C^k 微分同胚 …… 265
$\mathbb{C}^n$ 中的单位多圆柱 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中的多圆柱 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中的龙格域 …… 78
$\mathbb{C}^n$ 中的无界域 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中的星形域 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中的有界域 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中的域 …… 74
$\mathbb{C}^n$ 中域的边界 …… 76
C^rCR 稳定性 …… 527
$C^r\Omega$ 稳定性 …… 527
C^r 常微系统 …… 523
C^r 封闭引理猜测 …… 532
C^r 结构稳定性 …… 525
C^r 流 …… 523
C^r 微分半动力系统 …… 523
C^r 微分动力系统 …… 523
C^r 向量场 …… 523
C^r 映射 …… 156
CW 复形 …… 286
$C[a,b]$ 中的饱和性 …… 225
C-R 条件 …… 39
C 绝对连续测度 …… 310
$_cE'$ 的外代数 …… 278
$_cE$ 的外代数 …… 278
c 维分布 …… 270
D 划分法 …… 412
$\mathscr{E}$ 空间 …… 306
$E^p(M)$ 中的内积 …… 299
E 流形 …… 275
E 素函数 …… 60
$\mathscr{F}_0$ 的等价类 …… 366
F_σ 型集 …… 11
F 解析映射 …… 157
F 可微 …… 155
F 幂级数 …… 157
F 微分 …… 155
$f(t)$ 的平移函数集 $T(f)$ …… 417
$f(t)$ 的外壳 …… 417
GCR 代数 …… 149
GNS 构造 …… 150
G_δ 型集 …… 11
G 可微 …… 155
G 幂级数 …… 156
G 全纯映射 …… 157
G 微分 …… 155
$\mathscr{H}$ 调和测度 …… 324
$\mathscr{H}$ 扫除 …… 323
$\mathscr{H}$ 正则集 …… 324
H^p 空间 …… 251
H 方程 …… 194
H 锥 …… 326
H 锥理论 …… 326
J 长度 …… 206
J 距离 …… 206
J 稳定 …… 542
$\mathscr{K}$ 解析集 …… 308
K^* 上的梅林变换 …… 259
K^* 上的逆梅林变换 …… 260
KdV 方程 …… 451
K 近乎处处 …… 308
K 空间 …… 130
K 亏格 …… 290
K 容量 …… 308
k 重极限环 …… 396
L_a^2 函数的再生核 …… 67
$L^2[a,b]$ 中函数的傅里叶级数 …… 29
L^2 空间 …… 28
L^2 有界性定理 …… 469
L^2 中的规范正交系 …… 29
L^2 中的内积 …… 29
L^2 中完备的规范正交系 …… 30
L^2 中完全的规范正交系 …… 30
LCA 群 …… 261
L_w^p 度量下的逼近 …… 220
L^p 度量下的逼近 …… 221
L^p 空间 …… 30
l^p 空间 …… 32
L^p 中的柯西列 …… 31
L^p 中的强收敛 …… 30
L^p 中的弱收敛 …… 31
L_a^r 空间 …… 261
L^∞ 空间 …… 31
l^∞ 空间 …… 32
L 亏格 …… 290
MP 集 …… 323
M 的定义函数 …… 280
M 进制小波 …… 362
m 耗散算子 …… 427
m 阶 l 次第二类连带勒让德函数 …… 557
m 阶 l 次第一类连带勒让德函数 …… 557
m 阶 l 次连带勒让德函数 …… 557,597
m 阶线性偏微分算子 …… 457
$N_{\mathscr{F}}$ 类零集 …… 319

n 标架 …… 286
n 阶线性常微分方程 …… 382
n 阶线性方程的奇点 …… 392
n 连通区域到螺旋割线区域的映射 …… 48
n 连通区域到平行割线区域的映射 …… 48
n 连通区域到圆界区域的映射 …… 48
n 线性算子 …… 155
n 线性型 …… 155
n 正线性泛函 …… 150
n 正线性映射 …… 150
O 模层 …… 292
PA 性质 …… 236
PB 解 …… 315
PS 条件 …… 479
PWB 解 …… 315
P 调和空间 …… 325
p 级数域 …… 258
p 进数域 …… 258
p 链 …… 274
P 式稳定轨道 …… 513
Q 拓扑 …… 353
q 拟凸域 …… 280
R^n 空间中的变分不等式 …… 479
R^n 中标准拟微分算子 …… 295
R^n 中的点集 …… 10
R^n 中的拟微分算子 …… 295
R^n 中的指标公式 …… 297
R^n 中开集的构造 …… 10
R 共轭 …… 526
R 等价 …… 526
S^1 指标 …… 181
SLp 域 …… 280
S 测度 …… 355
S 调和空间 …… 325
S 极限 …… 353
S 类 …… 49
S 连续 …… 351
S 拓扑 …… 353
s 集 …… 366
s 阶赫尔德条件 …… 374
s 维豪斯多夫测度 …… 366
$T(f,\varepsilon)$ 的包含区间长 …… 417
$T1$ 定理 …… 248
u_0 凹算子 …… 163
u_0 凸算子 …… 163
$\mathscr{U}$ 调和测度 …… 323
$\mathscr{U}$ 广义狄利克雷问题 …… 323
$\mathscr{U}$ 广义狄利克雷问题的解 …… 323
$\mathscr{U}$ 可解集 …… 323
UHF 代数 …… 149
VMO 函数空间 …… 255
V 强迫 …… 459
W^* 代数 …… 151
Z_2 指标 …… 180
Λ 核 …… 303
Σ 极值点 …… 318
Σ 类 …… 49
Ω 半稳定性 …… 527
Ω 爆炸 …… 534
Ω 等价 …… 526
Ω 共轭 …… 526
α 调和函数 …… 306
α 格林测度 …… 312
α 格林函数 …… 312
α 核 …… 302
α 极集 …… 310
α 极限点 …… 513
α 极限集 …… 513
α 内容量 …… 309
α 能量 …… 307
α 容量 …… 309
α 上调和函数 …… 306
α 瘦 …… 313
α 外容量 …… 309
α 伪轨 …… 518
α 位势 …… 302
α 细闭集 …… 313
α 细极限 …… 313
α 细开集 …… 313
α 细拓扑 …… 313
α 相互能量 …… 307
α 正则点 …… 312
β 跟踪 …… 518
δ 测度 …… 91
δ 覆盖 …… 366
δ 式函数列 …… 127
$\varepsilon\delta$ 连续 …… 351
ε 覆盖 …… 235
ε 概周期数集 …… 417
ε 连续集值映射 …… 165
ε 平移数集 …… 417
ε 上半连续集值映射 …… 165
ε 网 …… 110,235
ε 下半连续集值映射 …… 165
ζ 函数 …… 534
ζ 集 …… 546
κ 次扩大的定向极限 …… 346
λ 类 …… 89
λ 引理 …… 524
μ^* 可测集 …… 90
μ 调和测度 …… 321
μ 零测度集 …… 92
μ 零集 …… 92
μ 上调和测度 …… 321
π 类 …… 89
σ 代数 …… 88
σ 环 …… 88
σ 加法类 …… 88
σ 完备向量格 …… 130
σ 有限测度 …… 89
σ 有限测度代数 …… 91
σ 有限测度环 …… 91
σ 有限测度空间 …… 91
σ 有限广义测度 …… 94
σ 有限广义测度空间 …… 94
σ 域 …… 88
χ 平衡分布 …… 322
χ 容量 …… 321
χ 扫除测度 …… 321
ω 极限点 …… 513
ω 极限集 …… 513
ω 周期过程 …… 415
$\bar{\partial}$ 算子 …… 79
$\bar{\partial}$ 问题 …… 79
函数 …… 252
(M) 型映射 …… 164
(n,ε) 分离集 …… 548
(n,ε) 支架集 …… 548
$(P.S)^+$ 条件 …… 177
$(P.S)^-$ 条件 …… 177
$(P.S)_c$ 条件 …… 177
$(P.S)$ 条件 …… 177
(r,s) 型张量场 …… 273
(r,s) 型张量丛 …… 273
$(S)_+$ 型映射 …… 164
(S) 型映射 …… 164
(α,T) 链 …… 518
(α,T) 伪轨 …… 518
* 表示 …… 148
* 连续 …… 351
* 映射 …… 344
* 映射的初等部分 …… 349
* 有限集 …… 345
I_n 型因子 …… 152
I 型冯·诺伊曼代数 …… 151
II_1 型因子 …… 152
II_∞ 型因子 …… 152
II 型冯·诺伊曼代数 …… 151
III 型冯·诺伊曼代数 …… 151
III 型因子 …… 152
2 核 …… 303
2 上调和函数 …… 306
2 正则点 …… 312
$5r$ 覆盖引理 …… 367

条目西文索引

说明：1. 该索引收录了本卷正文中给出西文标题的全部条目，提供读者按西文检索使用.

2. 条目标题按起首西文字母的顺序排列(同一字母先大写，后小写)；条目标题的西文缩写，按一个词排列。其他文种亦按此原则编排。

3. 凡以数学符号、罗马数字和阿拉伯数字起首的条目标题，一律排在条目西文索引的最后。数学符号起首的条目标题按知识结构顺序排列；数字起首的条目标题按由小到大的顺序排列。

4. 若条目标题起首的字母、符号、数字相同时，则按第二个字母等的顺序排列，余此类推。

A

Abel differential …… 63
Abel functional equation …… 509
Abel integral equation …… 495
Abel integral operator …… 495
Abel integral …… 62
Abel projection …… 151
Abel theorem …… 45
Abel variety …… 277
Abel-Poisson mean …… 245
Achieser -Levitan integration …… 233
AF algebra …… 149
Airy function …… 564,620
Aleksandrov maximum principle …… 484
Al'per condition …… 238
Amerio theorem …… 419
Anandam-Brélot potential …… 303
Andronov theorem …… 396
Anger function …… 564
Anger function and Weber function $\mathbb{E}_\nu(z)$ …… 619
Anosov closing lemma …… 532
Anosov diffeomorphism …… 528
Anosov differentiable map …… 528
Anosov flow …… 529
Anosov homeomorphism …… 518
Anosov vector field …… 529
A_p condition …… 249
A_p weight …… 249
Appell's hypergeometric function of two variables …… 556
Archimedean unit …… 130
Archimedean vector lattice …… 130
Arnold-Herman ring …… 540
Aronszajn-Smith kernel …… 303
Atiyah-Bott-Lefschetz number …… 298
Atiyah-Singer index theorem …… 298
abscissa of convergence of Dirichlet series …… 45
absolute continuity of generalized measure …… 95
absolute continuity of vector valued measure …… 102
absolute convergence of series …… 121
absolute extremum …… 198
absolute Henstock integrable function …… 28
absolute integral …… 19
absolute stability …… 405
absolute value of complex number …… 36
absolutely continuous function …… 22
absolutely continuous function on a set …… 25
absolutely continuous functions in the restricted sense on a set …… 26
absolutely convex set …… 111
absolutely structurally stable …… 527
absolutely Ω-stable …… 527
absorbing set …… 110
abstract approximation …… 238
abstract boundary …… 316
abstract Cauchy problem …… 146
abstract Cauchy problem …… 423
abstract Cauchy problem in closed sets …… 425
abstract Cauchy problem with the discontinous right side function …… 425
abstract harmonic analysis …… 257
abstract harmonic cone …… 316
abstract integral …… 93
abstract integral theory …… 88
abstract L^p space ($1\leqslant p\leqslant+\infty$) …… 131
abstract measure …… 89
abstract measure theory …… 88
abstract potential cone …… 316
accessible boundary point …… 37
accessory variational problem …… 204
accretive mapping …… 164
accumulation point …… 37
acute angle principle …… 172

addition theorem of Legendre polynomials ····· 558
additive function ····· 336
additive functional equation ····· 509
additive operator ····· 132
adjacent cone ····· 334
adjoint boundary condition ····· 387
adjoint boundary value problem ····· 387
adjoint boundary value problem ····· 458
adjoint differential equation ····· 385
adjoint equation ····· 463
adjoint equation ····· 499
adjoint form ····· 299
adjoint linear operator ····· 133
adjoint operator of second order partial differential equation ····· 444
adjoint operator ····· 500
adjoint space of normed linear space ····· 118
adjoint system ····· 458
admissibility condition ····· 356
admissibility constant ····· 356
admissible family ····· 115
admissible function ····· 198
admissible subspace ····· 428
admissible topology ····· 115
admissible wavelet ····· 356
advanced differential-difference equation ····· 409
affine contracting ····· 365
affine function ····· 336
affine hull ····· 330
affine mapping ····· 365
affine set ····· 330
affine set ····· 365
after efficiency of wave ····· 447
after matrix surface ····· 447
algebra ····· 88
algebra generated by a collection of sets ····· 88
algebra operator ····· 506
algebra operator equation ····· 506
algebraic boundary ····· 331
algebraic branch point ····· 62
algebraic closed set ····· 331
algebraic closure ····· 331
algebraic function ····· 62
algebraic interior ····· 331
algebraic manifold ····· 277
algebraic open set ····· 331
algebraic operator ····· 136
algebraic representation of complex number ····· 36
algebraic variety ····· 277
algebroidal function ····· 59
allowable space ····· 413
almost Chebyshev set ····· 239
almost complex manifold ····· 278
almost complex structure ····· 278
almost everywhere ····· 13
almost everywhere ····· 93
almost open linearly map ····· 115
almost periodic functional differential equation ····· 409
almost periodic functions ····· 416
almost periodic motion ····· 516
almost periodic orbit ····· 515
almost periodic ordinary differential equations ····· 416
almost periodic solution ····· 413
almost periodic systems ····· 416
almost periodic vector functions ····· 418
almost separably-valued vector valued function ····· 100
almost uniform convergence ····· 17
almost-automorphic differential equation ····· 420
almost-automorphic function ····· 420
alternation theorem ····· 216
amplitude function ····· 181
amplitude functions ····· 471
analysis ····· 5
analysis ····· 7
analysis in the large ····· 263
analysis on manifold ····· 263
analytic capacity ····· 319
analytic continuatin of each other ····· 61
analytic continuation ····· 60
analytic continuation chain ····· 61
analytic curve ····· 38
analytic element ····· 61
analytic function ····· 38
analytic function of bounded mean oscillation ····· 67
analytic function theory ····· 38
analytic functions of several complex variables ····· 75
analytic hypersurfaces ····· 277
analytic set ····· 308
analytic sheaf ····· 292
analytic Toeplitz operator ····· 144
analytical theory of ordinary differential equation ····· 389
angle derivative ····· 40
angle of rotation ····· 47
angular limit ····· 314
anharmonic ratio ····· 41
antisymmetric kernel ····· 490
anti-holomorphic vector bundle ····· 279
anti-symmetric tensor ····· 272
anti-symmetrization operator ····· 272
approximate continuity ····· 14
approximate derivative ····· 25
approximate expression of operator semi-group ····· 145
approximate limit ····· 14
approximate point spectrum ····· 135
approximately everywhere ····· 308
approximating proper mapping ····· 164
approximation by Achieser-Levitan integrations ····· 233
approximation by algebraic polynomials ····· 218
approximation by Bernstein operators ····· 226

approximation by Birkhoff interpolation polynomials ····· 229
approximation by entire functions of finite degree ····· 233
approximation by Fejer operators ····· 226
approximation by Fourier sums ····· 227
approximation by Hermite interpolation polynomials ····· 229
approximation by Hermite - Fejer interpolation polynomials ····· 229
approximation by Jackson operators ····· 226
approximation by lacunary polynomials ····· 233
approximation by Lagrange interpolation polynomials ····· 228
approximation by linear operators ····· 225
approximation by modified Lagrange interpolation polynomials ····· 228
approximation by partial sum of Chebyshev series ····· 227
approximation by piecewise polynomials ····· 232
approximation by positive linear operators ····· 225
approximation by quasi-Hermite-Fejer interpola tion polynomials ····· 230
approximation by recipocals of polynomials ····· 231
approximation by trigonometric polynomials ····· 219
approximation by Vallée-Poussin sums ····· 227
approximation identity kernels over local fields ····· 261
approximation in L^p metric ····· 221
approximation in L^p_ω metric ····· 220
approximation of class Λ_ω ····· 234
approximation of conjugate function ····· 220
approximation problem ····· 122
approximation property ····· 122
approximation scheme ····· 164
approximation set ····· 238
approximation theorem ····· 354
approximation theorem of almost periodic functions ····· 417
approximation theory of functions of real vari able ····· 214
approximation theory of functions ····· 213
approximation theory of funtions of complex variable ····· 235
approximation by Markov system ····· 216
approximation by trigonometric interpolating polynomials ····· 227
approximations of the identity ····· 241
approximation in mean ····· 217
area formula ····· 105
area principle ····· 49
argument of complex number ····· 36
argument principle ····· 43
associated Legendre equation ····· 556
associated Legendre function ····· 557,591
associated Legendre function of order m and degree l ····· 557,597
associated Legendre function of the first kind ····· 557
associated Legendre function of the first kind of order m and degree l ····· 557
associated Legendre function of the second kind ····· 557
associated Legendre function of the second kind of order m and degree l ····· 557
associated measure ring ····· 91
associated measure with a hyperharmonic function ····· 306
associated sheaf ····· 291
asymptotic behaviour of solution of heat equation ····· 462
asymptotic cone ····· 333
asymptotic continuity ····· 17
asymptotic derivative ····· 155
asymptotic expansion ····· 45
asymptotic expansions of the hypergeometric function ····· 588
asymptotic orbit ····· 513
asymptotic path ····· 57
asymptotic series ····· 46
asymptotic stability ····· 400
asymptotic stability of C_0-semigroups ····· 429
asymptotic value ····· 540
asymptotic value ····· 57
asymptotically almost periodic function ····· 419
asymptotically stable for large time lag ····· 412
asymptotically stable in the large ····· 411
atlas ····· 265
atom ····· 252
atomic H^p spaces ····· 252
atomic measure ····· 92
atomicity of operator ····· 406
attracting periodic points ····· 539
attractive center ····· 515
automorphic function of several complex variables ····· 86
automorphic function ····· 64
autonomous functional differential equation ····· 410
axiom A flow ····· 532
axiom A homeomorphism ····· 518
axiom A structurally stable system ····· 531
axiom A system ····· 532
axiom of completeness ····· 324
axiom of convergence ····· 324
axiom of positivity ····· 324
axiom of resolutivity ····· 324
axiomatic potential theory ····· 322
axioms for hyperreal numbers ····· 347

B

Baire category theorem ····· 110
Baire function ····· 98
Baire functions ····· 17

Baire measurable function ····· 98
Baire measure on topological space ····· 98
Baire sets ····· 98
Baker domain ····· 540
Banach algebra ····· 147
Banach algebra ····· 147
Banach algebra with involution ····· 148
Banach fixed point theorem ····· 174
Banach indicatrix ····· 22
Banach inverse operator theorem ····· 134
Banach lattice ····· 130
Banach limit ····· 119
Banach manifold ····· 158
Banach space ····· 117
Banach theorem ····· 22
Banach vector bundle ····· 159
Banach algebra with involution ····· 148
Banach-Alaoglu theorem ····· 114
Banach-Finsler manifold ····· 161
Banach-Mazur distance ····· 119
Banach-Saks property ····· 120
Banach-Saks theorem ····· 31
Banach-Steinhaus theorem ····· 134
Barnes generalized hypergometric function ····· 555
Barnes integral ····· 555
Basset function ····· 563
Battle-Lemarié wavelets ····· 360
Bauer space ····· 325
Bellman equation ····· 486
Bendixson theorem ····· 397
Bergman kernel function ····· 236
Bergman kernel function ····· 82
Bergman manifolds ····· 83
Bergman metric ····· 83
Bergman metric matrix ····· 83
Bergman projection ····· 68
Bergman space ····· 67
Bernoulli Equation ····· 380
Bernoulli numbers ····· 572,651
Bernoulli polynomial ····· 572,650
Bernoulli shift ····· 543
Bernoulli topology ····· 320
Bernstein inequality ····· 218
Bernstein operator ····· 226
Bernstein polynomial ····· 226
Bernstein's lemma ····· 236
Bernstein-Robinson theorem ····· 355
Bernstein-type theorem ····· 220
Besov space ····· 247
Besov spaces ····· 261
Bessel equation ····· 561
Bessel function of the first kind ····· 562,610
Bessel function of the second kind ····· 562,613
Bessel function of the third kind ····· 562,614
Bessel functions of order of half odd integers ····· 616
Bessel function ····· 561
Bessel inequality ····· 123
Bessel inequality ····· 29
Bessel integral ····· 562
Bessel potential ····· 260
Bessel potential spaces ····· 247
Beta function ····· 578
Beta function on local field ····· 260
Bieberbach conjecture ····· 50
Bieberbach polynomials ····· 236
Billingsley theorem ····· 367
Birkhoff center and depth of the center for interval maps ····· 521
Birkhoff center ····· 514
Birkhoff ergodic theorem ····· 543
Birkhoff integral ····· 101
Birkhoff interpolation polynomial ····· 229
Bishop-Phelps theorem ····· 332
BL_0-function ····· 316
Blaschke product ····· 66
BLD-family ····· 315
BLD-functions ····· 315
Bloch conjecture ····· 59
Bloch function ····· 68
Bloch functions of several complex variables ····· 85
Bloch space ····· 68
Bloch theorem ····· 51
Bloch's constant ····· 51
BL-functions ····· 315
BMO function space ····· 251
BMO norm ····· 252
BMOA functions of several complex variables ····· 85
Bochner integral ····· 101
Bochner integral ····· 167
Bochner theorem ····· 262
Bochner theorem ····· 419
Bochner-Fejer polynomial ····· 417
Bochner-Martinelle integral representation formula ····· 80
Bochner-Riesz mean ····· 245
Bolza problem ····· 203
Bolzano-Weierstrass theorem ····· 37
Bonnet mean value theorem ····· 20
Bony maximum principle ····· 484
Borel direction ····· 57
Borel functions ····· 97
Borel measurable function ····· 18
Borel measurable functions ····· 97
Borel measurable space ····· 90
Borel measure in topological space ····· 97
Borel measure space ····· 91
Borel set ····· 11
Borel sets ····· 97
Borel theorem ····· 56
Borsuk-Ulam theorem ····· 173

Bott periodicity theorem ····· 297
Bott theorem ····· 297
Bowen formula of Hausdorff dimension of cookie-cutter stes ····· 375
Brouwer degree ····· 171
Brouwer fixed point theorem ····· 174
Browder fixed point theorem ····· 176
Brélot space ····· 325
Böttcher domain ····· 540
B-enlargements ····· 346
B-model ····· 346
backward continuation theorem ····· 407
balanced convex hull ····· 111
balanced convex set ····· 111
balanced set ····· 111
balanced set, circled set ····· 111
balayage ····· 311
balayage in Green space ····· 311
balayage principle ····· 311
balayage principle on group ····· 321
balayage problem ····· 311
balayage space ····· 326
balayaged function ····· 311
balayaged measure ····· 311
balayaged potential ····· 311
bandlimited function ····· 356
band-timelimiting operator ····· 357
barrel ····· 115
barreled space ····· 115
barrier ····· 314
barrier cone ····· 333
barrier function ····· 453
barrier problem ····· 480
base of a set ····· 313
base solution ····· 414
basic kernel of generalized analytic function ····· 71
basic set ····· 533
basic set decomposition ····· 32
basic wavelet ····· 356
basin of attraction ····· 542
basis of linear space ····· 108
basis of partition ζ ····· 546
best approximation ····· 216
best approximation in mean ····· 217
best approximation rational function ····· 231
best uniform approximation ····· 216
beta function ····· 552
biaxial spherical surface function ····· 557
bicharacteristic ····· 439
bicharacteristic ····· 439
bicharacteristic strip ····· 439
bifurcation ····· 399
bifurcation ····· 480
bifurcation equation ····· 158
bifurcation point ····· 158
bifurcation point ····· 158
bifurcation point ····· 158
bifurcation point ····· 480
bifurcation solution ····· 158
bifurcation theory ····· 157
bigamma function ····· 552
biharmonic function ····· 318
biharmoric equation ····· 457
biholomorphic mapping ····· 75
bijective linear operator ····· 132
bilateral shift operator ····· 143
binomial measure ····· 377
biorthogonal system ····· 121
biorthonormal scaling sequences ····· 362
biorthonormal wavelet basis ····· 362
biorthonormal wavelets ····· 362
biorthonormal wavelet sequences ····· 362
bipolar theorem ····· 116
bisplit ····· 159
block function ····· 252
blow up of solution ····· 467
bornivore ····· 115
bornologic space ····· 115
bornologic space ····· 115
boundary condition ····· 434
boundary of a chain ····· 274
boundary of a domain in $\mathbb{C}^n$ ····· 76
boundary point ····· 37
boundary point theorem of Hopf type ····· 464
boundary value problem ····· 435
boundary value problem of analytic functions ····· 68
boundary value problem of functional differential equation ····· 415
boundary value problem of integral-differential equation ····· 508
boundary value problem of ordinary differential equations ····· 387
boundary value problem of quasiconformal mapping ····· 52
boundary value problem of the first kind ····· 53
boundary value problem of the second kind ····· 53
boundary value problems of nonlinear second order ordinary differential equations ····· 426
boundary ····· 37
bounded bilinear form ····· 459
bounded domain in $\mathbb{C}^n$ ····· 74
bounded linear functional ····· 132
bounded linear operator ····· 132
bounded linear weak differential ····· 155
bounded mapping ····· 154
bounded n-linear operator ····· 155
bounded set ····· 111
bounded set ····· 37
boundedly complete topological linear space ····· 111
boundedness of Fatou components ····· 540

boundedness of pseudodifferential operators ····· 184
boundness of solution ····· 413
brachistochrone ····· 197
brachistochrone ····· 197
branch of analytic function ····· 61
branch point of analytic function ····· 62
bundle homomorphism ····· 285
bundle morphism ····· 269
bundle of circles ····· 41

C

Calderón commutator ····· 254
Calderón representation theorem ····· 254
Calderón-Zygmund decomposition lemma ····· 248
Calderón-Zygmund transform ····· 248
Calderón-Zygmund kernel ····· 248
Calderón-Zygmund operator ····· 248
Calderón-Zygmund singular integral ····· 248
Cantor measure ····· 376
Cantor set ····· 11
Cantor set ····· 540
Cantor ternary set ····· 11
Cantor third-middle set ····· 371
Cantor's theorem ····· 37
Calkin algebra ····· 151
Caplygin equation ····· 467
Carathéodory condition ····· 12
Carathéodory boundary ····· 51
Carathéodory condition ····· 192
Carathéodory condition ····· 90
Carathéodory equations ····· 208
Carathéodory metric ····· 83
Carathéodory outer measure ····· 90
Carathéodory pseudo-distance ····· 83
Carathéodory theorem ····· 334
Carathéodory-Hahn extension theorem ····· 90
Caristi fixed point theorem ····· 175
Carleman condition ····· 504
Carleson measure ····· 253
Carleson measure ····· 67
Carleson-Hunt theorem ····· 242
Cartan balayage theorem ····· 311
Cartan theorem A ····· 293
Cartan theorem B ····· 293
Cartan's uniqueness theorem ····· 75
Cartan-Thullen theorem ····· 78
Cauchy initial value problem ····· 389
Cauchy principal value ····· 497
Cauchy principal value of an integral ····· 68
Cauchy principle ····· 345
Cauchy problem ····· 434
Cauchy problem for second order linear hyperbolic partial differential equation ····· 445
Cauchy problem of nonlinear equation of first order ····· 439
Cauchy sequence in L^p ····· 31
Cauchy sequence in probabilistic metric space ····· 169
Cauchy sequence of points ····· 110
Cauchy singular integral equations ····· 194
Cauchy singular integral operator ····· 499
Cauchy theorem ····· 389
Cauchy type integral ····· 497
Cauchy's integral formula ····· 42
Cauchy's integral formala for derivative of higher order ····· 43
Cauchy's theorem ····· 42
Cauchy's kernel ····· 72
Cauchy-Fantappié integral representation formula ····· 80
Cauchy-Hadamard formula ····· 44
Cauchy-Kovalevskaja theorem ····· 443
Cauchy-Riemann condition ····· 39
Cauchy-Szegö representation ····· 80
Cayley transformation ····· 141
CCR algebra ····· 149
Cesàro mean ····· 244
Cesàro number ····· 244
Cesàro summation ····· 244
Chandrasekher H-equation ····· 508
Chaplygin lift formula ····· 72
Chebyshev polynomial of first kind ····· 223
Chebyshev polynomial of second kind ····· 223
Chebyshev polynomial of the first class ····· 574
Chebyshev polynomial of the second class ····· 574
Chebyshev polynomials ····· 222,645
Chebyshev set ····· 239
Chebyshev system ····· 216
Chebyshev theorem ····· 218
Chern character ····· 289
Chern class ····· 288
Chern number ····· 288
Cherry flow ····· 536
Choquet boundary ····· 318
Choquet capacity ····· 308
Choquet representation theorem ····· 318
Choquet theory of integral representation ····· 334
Chow theorem ····· 277
Christoffel-Schwarz formula ····· 48
C^k diffeomorphism ····· 265
C^k manifold with boundary ····· 275
C^k manifold ····· 265
C^k map between two C^k manifolds ····· 265
Clairaut equation ····· 381
Clarke generalized directional derivative ····· 340
Clarke tangent cone ····· 334
Cohen's condition ····· 360
Cohen's theorem ····· 360
Constantinescu-Cornea theorem ····· 317
C^* norm ····· 148
C^* seminorm ····· 149
C^*-algebra ····· 148

C_0-semigroup …… 427
C^1 closed lemma …… 532
Convex analysis …… 329
Cotlar inequality …… 254
Cousin first problem …… 86
Cousin second problem …… 86
C^r closed lemma conjecture …… 532
C^r differentiable dynamical system …… 523
C^r differentiable semi-dynamical system …… 523
C^r flow …… 523
C^r ordinary differentiable system …… 523
C^r structural stability …… 525
C^r structural stability of invariant set …… 527
C^r vector field …… 523
C^rCR-stability …… 527
Cremer point …… 539
$C^r\Omega$-stability …… 527
C^r-closing lemma on interval maps …… 522
C^r-mapping on Banach manifold …… 158
C^r-mapping …… 156
CW complex …… 286
C-absolutely continuous measure …… 310
C-R condition …… 39
calculus fundamental theorem for Henstock integrals …… 28
calculus fundamental theorem for Lebesgue integrals …… 23
calculus of variations …… 196
calculus of variations …… 197
calculus on manifold …… 264
canonical bundle …… 279
canonical coordinate …… 533
canonical form ofthe variational problem …… 200
canonical forms of linear partial differential equation of second order …… 441
canonical function of homogeneous Riemann problem …… 498
canonical product …… 54
canonical pseudo-diffe-rential operator in $\mathbf{R}^n$ …… 295
canonical resolution of sheaf …… 292
canonical submersion …… 268
canonical system of conditional measures …… 546
canonical system of equations …… 439
canonical transformation …… 201
canonical transformation …… 471
capacitability …… 308
capacitable set …… 308
capacity …… 235
capacity …… 308
capacity dimension …… 368
capacity mass-distribution …… 309
capacity of a set …… 368
cascade algorithm …… 360
category …… 178
category …… 283
center …… 395
center of dynamical system …… 514
center of v. N. algebra …… 151
centered rarefaction wave …… 451
centered simple wave …… 451
central field of stationary curve …… 208
chain mixing …… 516
chain recurrent point …… 514
chain recurrent set …… 514
chain transitive …… 516
chain transitive …… 516
chaotic nonwandering point …… 538
character …… 258
character …… 261
character group …… 258
character group …… 261
character of best rational approximation …… 231
characteristic class …… 290
characteristic class of a manifold …… 290
characteristic conoid …… 445
characteristic conoid surface …… 445
characteristic curve of quasi-linear partial differential equation of first order …… 436
characteristic differential equation of nonlinear equation of first order …… 437
characteristic direction …… 437
characteristic direction …… 440
characteristic direction of linear equation of higher order …… 441
characteristic equation …… 384
characteristic equation …… 410
characteristic equation …… 499
characteristic equation of linear equation of higher order …… 440
characteristic equation of quasi-linear partial differential equation of first order …… 436
characteristic equation of semi-linear equation system of first order …… 440
characteristic function of a set …… 16
characteristic function of a set …… 16
characteristic function of linear integral operator with symmetric kernel …… 190
characteristic function …… 491
characteristic function of vector field …… 537
characteristic hypersurface …… 445
characteristic method …… 481
characteristic method for Cauchy problem …… 440
characteristic number …… 290
characteristic number of a manifold …… 290
characteristic operator …… 499
characteristic problem for hyperbolic equation …… 481
characteristic ray …… 445
characteristic strip …… 437
characteristic surface of linear equation of higher order …… 441

characteristic surface ····· 440
characteristic theory of semi-linear equation system of first order ····· 440
characteristic value of linear integral operator with symmetric kernel ····· 190
characteristic value ····· 491
characterization of local regularity ····· 357
characterization of regularity ····· 357
chart ····· 264
circatangent cone ····· 334
circled translation invariant distance ····· 112
circles of Apollonius ····· 41
circular domain ····· 74
class of essential bounded functions ····· 31
class of K-function ····· 413
class S ····· 49
class $S^m_{\rho,\delta}(\Omega)$ of symbols ····· 467
class Σ ····· 49
classial potential theory ····· 303
classical domain ····· 77
classical domain of first class ····· 77
classical domain of fourth class ····· 77
classical domain of second class ····· 77
classical domain of third class ····· 77
classical harmonic analysis ····· 240
classical potential ····· 303
classical solution ····· 434
classical Dirichlet problem ····· 314
classification of linear equation of higher order ····· 441
classification of linear partial differential equation of second order ····· 441
classification of von Neumnn algebra ····· 151
closed ball nest theorem ····· 110
closed convex function ····· 338
closed convexification of functions ····· 338
closed region ····· 38
closed extension of densely defined linear operator ····· 134
closed extension of linear operator ····· 134
closed extension of linear operator ····· 134
closed form ····· 284
closed graph theorem ····· 134
closed linear operator ····· 133
closed linear subspace ····· 118
closed orbit ····· 395
closed plane ····· 36
closed range theorem of linear operator ····· 134
closed Riemann surface ····· 63
closed set ····· 37
cluster set ····· 55
cluster value ····· 55
codimension of linear subspace ····· 108
coding mapping ····· 375
coercive bilinear form ····· 458
coercive functional ····· 177
coherent sheaf ····· 293
cohomological formulation of index theorem ····· 298
cohomology group with coefficients in sheaf ····· 292
cohomology vanishing theorem of Grauert ····· 294
coincidence degree ····· 173
coincidence degree ····· 173
coincident set ····· 480
cokernel space of operator ····· 506
collection of Baire sets ····· 98
collection of Borel sets ····· 88
collection of Borel sets in topological space ····· 97
collection of generalized Borel sets ····· 88
colsed path ····· 38
column dominant ····· 421
combinatorial Pontriagin class ····· 290
commutant of operators ····· 137
commutative Banach algebra ····· 147
commutator of linear operators ····· 144
comonotone approximation ····· 232
compact continuous mapping ····· 161
compact continuous vector field ····· 161
compact imbedding theorem of Sobolev space ····· 456
compact operator ····· 136
compact set ····· 110
compact set ····· 37
compactly supported mapping ····· 162
compactly supported vector field ····· 163
compactness theorem ····· 469
comparison of diferent measures and dimensions ····· 369
comparison of projections ····· 152
comparison theorem ····· 464
compatibility conditions ····· 461
compatible topology ····· 115
complementary subspace ····· 124
complementary interval ····· 10
complementary subspace of linear subspace ····· 109
complete analytic function ····· 61
complete Banach-Finsler manifold ····· 161
complete continuity of linear integral operator ····· 191
complete continuity of nonlinear integral operator ····· 193
complete elliptic integral ····· 566
complete elliptic integral of the first kind ····· 566
complete elliptic integral of the second kind ····· 566
complete elliptic integral of the third kind ····· 566
complete Hilbert-Riemann manifold ····· 161
complete integral ····· 437
complete measure ····· 92
complete measure ····· 92
complete measure space ····· 92
complete metric space ····· 109
complete orthogonal system ····· 123
complete presheaf ····· 292
complete probabilistic metric space ····· 169
complete system ····· 242

complete topological linear space ····· 111
completely additive class ····· 88
completely additive set function ····· 89
completely continuous mapping ····· 161
completely continuous operator ····· 136
completely continuous vector field ····· 161
completely orthonormal system in L^2 ····· 30
completely positive linear functional ····· 150
completely positive linear map ····· 150
completely unstable dynamical systems ····· 516
completion of a measure ····· 92
completion of a measure ····· 92
completion of metric space ····· 110
complex differential p-form ····· 279
complex dynamical systems ····· 538
complex Euclidean space ····· 73
complex hyperplane ····· 277
complex line bundle ····· 279
complex manifold ····· 276
complex manifold ····· 81
complex measure ····· 96
complex number ····· 35
complex plane ····· 36
complex potential ····· 72
complex projective space ····· 277
complex projective space ····· 74
complex sphere ····· 36
complex structure ····· 278
complex submanifold ····· 276
complex torus ····· 277
complex vector bundle ····· 269
complex velocity ····· 72
complexification of Lie bracket ····· 279
complexification ····· 277
complexified cotangent bundle ····· 279
complexified linear map ····· 278
complexified tangent bundle ····· 279
complex-valued harmonic function ····· 246
complex-valued measurable function ····· 93
component interval of open sets on the real line ····· 10
comprehension property of polyenlargements ····· 346
comprehensive nonstandard universe ····· 345
concave function ····· 335
concurrence theorem ····· 345
concurrent relation ····· 345
condenser principle ····· 322
condensing mapping ····· 162
condensing vector field ····· 162
conditional base ····· 122
conditional entropy ····· 546
conditional extremum ····· 203
conditions for hypoellipticity for operators of principal type ····· 470
cone ····· 332
cone generated by a set ····· 332
cone in abstract spaces ····· 425
cone mapping ····· 163
confluent hypergeometric equation ····· 559
confluent hypergeometric function ····· 559
conformal equivalence Riemann surface ····· 63
conformal mapping ····· 47
conformal transformation ····· 47
conical function ····· 558,598
conjugacy of measure - preserving transformations ····· 545
conjugate bundle ····· 288
conjugate complex ····· 36
conjugate Fourier integral ····· 247
conjugate function ····· 242
conjugate function ····· 337
conjugate harmonic function ····· 246
conjugate harmonic function ····· 53
conjugate linear operator ····· 133
conjugate point ····· 205
conjugate point ····· 283
conjugate series ····· 242
conjugate space of normed linear space ····· 118
conjugate value ····· 205
conjugate vector space ····· 278
conjugate with preserved orientation ····· 526
conjugation mapping ····· 278
connected set ····· 38
conormal derivative ····· 483
conormal vector ····· 483
conservation law ····· 450
constant sheaf ····· 292
constraint ····· 203
construction of Moran sets ····· 372
constructive theory of functions ····· 214
contact discontinuity ····· 451
contiguous relations of the hypergeometric functions ····· 584
contingent cone ····· 334
continuation of solution of functional differential equation ····· 407
continuation of solution of ordinary differential equation ····· 386
continue exponent of a measure ····· 376
continuity in mean ····· 30
continuity of mapping ····· 153
continuity principle ····· 303
continuity theorem of solution on initial condition and parameters ····· 386
continuous bilinear form ····· 459
continuous curve ····· 37
continuous dependence of solution ····· 408
continuous dynamical system ····· 511
continuous flow ····· 511
continuous function on a set ····· 14
continuous function on compact set ····· 14

continuous mapping ····· 153
continuous mapping on probabilistic metric spaces ····· 169
continuous potential in balayage space ····· 326
continuous semi-dynamical system ····· 511
continuous spectrum ····· 135
continuous wavelet transform ····· 356
continuous windowed Fourier transform ····· 356
continuous setvalued mapping ····· 165
contracting mapping ····· 365
contraction mapping fixed point theorem ····· 174
contraction operator ····· 141
contraction operator ····· 141
contraction principle of capacity ····· 310
contraction semi-group ····· 146
contractive mapping ····· 161
contractive mapping on probabilistic metric space ····· 170
contractive semigroup ····· 427
contractive subspace ····· 523
contractive vector field ····· 162
contravariant tensor ····· 271
convolution ····· 483
convergence circle ····· 44
convergence criterion for potential net (sequence) ····· 309
convergence in mean ····· 21
convergence in measure ····· 16
convergence in metric ····· 109
convergence in norm ····· 31
convergence of series ····· 121
convergence property ····· 324
convergence radius ····· 44
convergence almost everywhere ····· 16
convergent sequence in probabilistic metric space ····· 169
convex approximation ····· 238
convex body ····· 111
convex combination ····· 330
convex cone ····· 332
convex cone generated by a set ····· 332
convex function ····· 335
convex hull ····· 110
convex hull ····· 111
convex hull ····· 330
convex polycope ····· 331
convex polyhedron ····· 330
convex set ····· 110
convex set ····· 330
convexification of functions ····· 338
convexity inequality ····· 336
convolution ····· 241
convolution equation ····· 502
convolution of distributions ····· 128
convolution operator ····· 502
convolution semigroup ····· 320
convolution system of equations ····· 439
convolution type integral equation ····· 503
cookie-cutter mapping ····· 375
cookie-cutter sets ····· 374
coordinate bundle ····· 269
coordinate representation of complex number ····· 36
core ····· 331
corona problem ····· 67
cosine Fourier coefficient ····· 241
cosine integral ····· 561,608
cosine operator function ····· 427
cotangent bundle ····· 268
cotangent bundle of Banach manifold ····· 159
cotangent space ····· 266
cotangent space of Banach manifold ····· 159
cotangent vector ····· 266
cotangent vector field ····· 160
cotangent vector of Banach manifold ····· 159
countable additivity set function ····· 89
countable basis ····· 121
countable valued function ····· 100
countably additive class ····· 88
countably additive set function ····· 89
countably comprehensive nonstandard universe ····· 346
counting measure ····· 91
covariant tensor ····· 271
covariant tensor fields on complex manifold ····· 82
covector ····· 104
covering lemma of Wiener type ····· 260
covering principle ····· 367
covering surface ····· 63
co-error function ····· 560
co-kneading function ····· 520
co-kneading group ····· 520
co-sigma functions ····· 567
criteria of existence of limit cycles ····· 397
criteria of nonexistence of limit cycles ····· 396
criteria of uniqueness of limit cycles ····· 397
criterion for normality ····· 59
critical exponent of family of set functions ····· 369
critical exponent of modified family ····· 369
critical group ····· 179
critical limit set ····· 540
critical point ····· 281
critical point ····· 478
critical point ····· 512
critical point ····· 540
critical point at infinity ····· 395
critical point of autonomous systems ····· 394
critical point of functional ····· 176
critical point of mapping ····· 160
critical points ····· 540
critical property of family of set functions ····· 369
critical value ····· 281

critical value ····· 479
critical value ····· 540
critical value of functional ····· 176
critical value of mapping ····· 160
cross ratio ····· 41
cross section of fibre bundle ····· 269
cross set ····· 542
crosscut of a domain ····· 51
cross-section ····· 525
curve of steepest descent ····· 197
cyclic representation of C^*-algebra ····· 150
cyclic subspace ····· 137
cylinder measure ····· 99
cylindrical function ····· 562
c-dimensional distribution ····· 270

D

Daniell integral ····· 97
Daniell representation theorem ····· 97
Darboux theorem ····· 276
Darboux's mean value formula ····· 38
Darbo-Sadovskii fixed point theorem ····· 175
De Giogi-Nash estimates ····· 485
Dini derivatives ····· 24
Dirac distribution ····· 126
Dirac measure ····· 91
Dirac δ-function ····· 126
Denjoy flow ····· 535
Denjoy indefinite integral ····· 26
Denjoy indefinite integral in the restricted sense ····· 26
Denjoy integral ····· 26
Denjoy integral in the restricted sense ····· 26
Denjoy-Schwarz theorem ····· 534
Denjoy-Young-Saks theorem ····· 24
Dido problem ····· 197
Dirichlet boundary value problem ····· 435
Dirichlet form ····· 326
Dirichlet form ····· 326
Dirichlet functional ····· 198
Dirichlet integral ····· 315
Dirichlet integral ····· 477
Dirichlet kernel ····· 227
Dirichlet kernel ····· 241
Dirichlet principle ····· 315
Dirichlet principle ····· 477
Dirichlet problem ····· 453
Dirichlet problem for elliptic operator ····· 458
Dirichlet region ····· 314
Dirichlet region ····· 53
Dirichlet series ····· 45
Dirichlet space ····· 325
Dirichlet system ····· 458
Dirichlet's problem ····· 53
Dirichlet's integral ····· 198
Dolbeault complexes ····· 293
Dolbeault isomorphism ····· 293
Dolbeault-Grothendieck lemma ····· 279
Douglas functional ····· 198
Du Bois-Reymond lemma ····· 199
Dubovitskij-Miljutin cone ····· 334
Duffing's equations ····· 400
Dugundji extension theorem ····· 173
Duhamel principle for linear equation system of first order ····· 440
Dulac theorem ····· 397
Dvoretzky-Rogers theorem ····· 122
Dzjadyk inequality ····· 218
Dzjadyk kernel ····· 237
d'Alembert formula ····· 447
de Rham homomorphism ····· 284
de Moivre formula ····· 37
de Rham cohomology group ····· 284
de Rham cohomology group ····· 293
de Rham complex ····· 284
de Rham complex ····· 293
de Rham theorem ····· 284
deciding the stability of limit cycles ····· 396
decomposable operator ····· 137
decomposation of v. N. algebra ····· 152
decomposition of Calderón-Zygmund type ····· 260
decomposition theorem on holomorphic vector bundle ····· 300
decomposition theorem on Kähler manifold ····· 300
decreasing operator ····· 163
defect index ····· 142
defect relation ····· 58
defect subspace ····· 142
defective value ····· 58
deficiency ····· 58
defined function of a domain ····· 79
defining function for M ····· 280
deformation lemmas ····· 178
degenerate critical point ····· 179
degenerate critical point ····· 281
degenerate critical point ····· 394
degenerate elliptic partial differential equations of second order ····· 452
degenerate hyperbolic equation of second order ····· 448
degenerate parabolic equation ····· 461
densely defined closed linear operator ····· 133
densely defined linear operator ····· 133
density ····· 105
depth of the center ····· 514
derivable cone ····· 334
derivation ····· 265
derivation operator ····· 139
derivative along a set ····· 25
derivative of generalized function ····· 127
derivative of holomorphic mapping ····· 75

derivative of set-valued maps ····· 340
derivative operator ····· 159
derivatives of functions defined on local fields ····· 261
derived set ····· 37
determined equation system ····· 433
deterministic conditions of solution ····· 434
deterministic problem of solution ····· 434
deterministic problems for parabolic equation ····· 461
difference method ····· 483
difference kernel integral equation ····· 503
differentiability of solutions ····· 464
differentiability theorem of solution on initial condition and parameters ····· 386
differentiable fiber bundle of class C^k ····· 269
differentiable manifold ····· 265
differentiable singular p-simplex ····· 274
differentiable structure $\mathscr{F}$ of class C^k ····· 265
differentiable dynamical system ····· 522
differential constraint ····· 203
differential equation ····· 7
differential equation of higher order ····· 382
differential equation on torus ····· 399
differential equation with deviating arguments ····· 407
differential equations in abstract spaces ····· 423
differential form ····· 273
differential form ····· 276
differential ideal ····· 273
differential of a map ····· 266
differential operator ····· 181
differential operator ····· 294
differential operator with constant coefficients ····· 470
differential singular homology group with real coefficients ····· 284
differential semi-dynamical system ····· 511
differential-difference equation ····· 408
differential - difference equation of compound type ····· 409
dilatation and rotation ····· 41
dimension of Besicovich function ····· 374
dimension of graph-directed sets ····· 371
dimension of Hilbert space ····· 124
dimension of linear space ····· 108
dimension of Moran set ····· 373
dimension of one dimensional homogeneous Moran classes ····· 373
dimension of one dimensional homogeneous Moran sets ····· 373
dimension of Rademacher function ····· 374
dimension of self-similar measure ····· 376
dimension of Weierstrass function ····· 374
dimensions of homogeneous Cantor sets ····· 373
dimensions of McMullen sets ····· 372
dimensions of partial homogeneous Cantor sets ····· 373
direct analytic continuation over an arc ····· 61
direct analytic continuation ····· 61
direct method of variational problem ····· 211
direct sum of normed linear spaces ····· 118
direct theorems of approximation by trigonometric polynomials ····· 219
directed graph ····· 371
direction of Borel-Valiron ····· 57
direction of recession ····· 333
direct limit of κ-successive enlargement ····· 346
direct sum of linear spaces ····· 108
discontinuity condition ····· 450
discontinuity of solution ····· 450
discontinuous solution ····· 450
discrete differentiable semi-dynamical system ····· 523
discrete differential dynamical system ····· 511
discrete dyadic wavelet transform ····· 361
discrete dynamical system ····· 510
discrete measure ····· 91
discrete potential theory ····· 326
discrete wavelet transform ····· 358
discrete windowed Fourier transform ····· 359
discrete differentiable dynamical system ····· 523
discrete semi-dynamical system ····· 511
disk algebra ····· 148
disperse transformations ····· 501
dispersion of wave ····· 447
dissipative operator ····· 146
distance ····· 109
distance ····· 198
distance between two point sets ····· 10
distance of 0-order ····· 198
distance of 1-order ····· 198
distribution ····· 126
distribution kernels ····· 468
distribution on local fields ····· 259
distribution space on local fields ····· 259
distribution with finite order ····· 127
domain of dependence ····· 446
domain of determinacy ····· 446
domain of holomorphically convex ····· 78
domain of holomorphy ····· 78
domain of influence ····· 446
domains in $\mathbf{C}^n$ ····· 74
domination principe ····· 304
domination principle on group ····· 321
double commutation theorem ····· 151
double layer potential ····· 488
double Lipschitz mapping ····· 366
dual cone ····· 333
dual family of vectors ····· 121
dual frame ····· 358
dual function ····· 337
dual group ····· 261
dual integral equation ····· 503
dual lattice ····· 131
dual linear operator ····· 133

dual semi-group ····· 146
dual space ····· 112
dual space of normed linear space ····· 118
dual vector bundle ····· 278
dual wavelet frame ····· 358
dual windowed Fourier transform frame ····· 359
duality invariant ····· 116
duality mapping ····· 168
duality of linear space, dual pair of linear space ····· 113
duality property ····· 203
duality theory ····· 338
dual of Hilbert space ····· 123
dyadic reconstructing wavelet ····· 361
dyadic wavelet ····· 361
dyadic wavelet transform ····· 361
dynamical system ····· 510
dynamical system with time lag ····· 415
d'Alembert-Euler condition ····· 39

E

Eberlein-Šmulian theorem ····· 122
Ekeland variational principle ····· 177
Egoroff theorem ····· 17
Egoroff theorem ····· 185
Egorov theorem ····· 472
Erdmann-Weierstrass corner condition ····· 203
Euler class ····· 287
Euler equation ····· 200
Euler equation ····· 384
Euler equation ····· 475
Euler finite difference method ····· 476
Euler formula ····· 36
Euler infinite product formula of gamma function ····· 552
Euler method ····· 212
Euler necessary condition ····· 199
Euler numbers ····· 572,650
Euler polynomial ····· 572,650
Euler-Lagrange equation ····· 199
Euler-Lagrange multiplier ····· 203
Euler-Lagrange theorem ····· 203
Euler's constant ····· 552,581
Evans potential ····· 311
Evans theorem ····· 311
Evans-Selberg theorem ····· 311
E-Manifold ····· 275
E-prime function ····· 60
$\mathscr{E}$-space ····· 306
effective domain of convex function ····· 336
effective domain of set-valued maps ····· 340
eigenfunction of elliptic operators ····· 460
eigensubspace ····· 135
eigenvalue ····· 135
eigenvalue ····· 135
eigenvalue criteria for weak minimum ····· 206
eigenvalue problem of elliptic operator ····· 460
eigenvalue problem of Laplace operator ····· 460
eigenvector ····· 135
eigenvector ····· 135
eikonal ····· 206
eikonal equation ····· 439
elastic equilibrium equation ····· 442
elastic vibration equation ····· 442
element of best simultaneous approximation ····· 231
elementary extension principle ····· 350
elementary fixed point ····· 524
elementary functions of a complex variable ····· 39
elementary kernel ····· 321
elementary operation of linear operators ····· 132
elementary operator ····· 139
elementary part of *-map ····· 349
elementary wave ····· 451
elementary part of superstructure ····· 349
ellipsoidal coordinates ····· 568
ellipsoidal harmonics of the first species ····· 570
ellipsoidal harmonics of the fourth species ····· 570
ellipsoidal harmonics of the second species ····· 570
ellipsoidal harmonics of the third species ····· 570
ellipsoidal harmonics ····· 570
elliptic bundle ····· 42
elliptic cylinder function ····· 571
elliptic dimensions ····· 318
elliptic function ····· 566
elliptic function ····· 62
elliptic function of the first kind ····· 567
elliptic function of the second kind ····· 567
elliptic function of the third kind ····· 567
elliptic integral ····· 565,624
elliptic Martin boundary ····· 318
elliptic operator ····· 296
elliptic partial differential operators of higher-order ····· 457
elliptic pencil of circles ····· 41
elliptic point of pseudo differential operator ····· 472
elliptic pseudo differential operators ····· 469
elliptic theta function ····· 567,629
elliptic transformation ····· 40
elliptic type partial differential equation ····· 452
elliptic integral in Legendre's form ····· 565
elmentary nonstandard model of analysis ····· 346
embedding ····· 159
embedding in a flow ····· 512
embedding in a semi-flow ····· 512
embedding problem ····· 512
energy ····· 283
energy ····· 307
energy inequality of parabolic equation ····· 463
energy inequality of wave equation ····· 448
energy integral ····· 211
energy integral ····· 447

energy integral method ····· 448
energy method ····· 211
energy method ····· 478
energy principle ····· 307
enlargement ····· 345
entire function ····· 55
entire linear transformation ····· 41
entropy ····· 235
entropy condition ····· 451
entropy map ····· 546
entropy dimension of a measure ····· 377
envelope of holomorphically convex ····· 78
enveloping C^*-algebra ····· 149
epigraph ····· 337
equally absolute continuity of integral ····· 20
equation of heat conduction ····· 461
equation of hyperbolic type in Garding sense ····· 449
equation of hyperbolic type in Petrovski sense ····· 449
equation of regularly hyperbolic ····· 449
equation of strict hyperbolic ····· 449
equation of vibration of a string ····· 445
equation with separable variables ····· 379
equation of mathematical physics ····· 433
equation of vibration of a membrane ····· 445
equations in the hull ····· 418
equicontinuous operator semi-group of class C_0 ····· 144
equilibrium measure ····· 309
equilibrium measure ····· 375
equilibrium point ····· 512
equilibrium potential ····· 309
equilibrium principle ····· 309
equilibrium principle on group ····· 321
equilibrium problem ····· 309
equilibrium state ····· 548
equipotential surface ····· 307
equivalence classes of solutions ····· 409
equivalence of bases ····· 121
equivalence of measures ····· 95
equivalence of norms ····· 118
equivalence of the nets ····· 366
equivalent class ····· 542
equivalent classes of $\mathscr{F}_0$ ····· 366
equivalent factorization ····· 60
equivalent point ····· 64
equivalent projections ····· 152
equivalent proposition for small delays ····· 411
equivalent relations ····· 220
equivariant mapping ····· 180
equi-measure hull ····· 12
equi-measure kernel ····· 12
ergodic ····· 535
ergodic component ····· 545
ergodic decomposition of invariant measures ····· 545
ergodic theory ····· 543
ergodicity ····· 544
error function ····· 560,606
essential boundary condition ····· 198
essential singularity ····· 44
essential spectrum ····· 151
essentially self-adjoint operator ····· 142
evolution equation ····· 428
evolution equation ····· 442
evolution system ····· 428
exact differential equation ····· 381
exact form ····· 284
exceptional classical domain of fifth class ····· 77
exceptional classical domain of sixth class ····· 78
exceptional value of Borel ····· 57
exceptional value of Picard ····· 56
excessive measure ····· 321
existence and uniqueness of solution for abs tract Cauchy problem ····· 425
existence and uniqueness of solution of ordi nary differential equation ····· 386
existence domain of analytic function ····· 61
existence of global solutions for abstract Cauchy problem ····· 425
existence of local solutions for abstract Cauchy problem ····· 424
existence of maximal and minimal solutions ····· 426
existence of solution in closed sets ····· 425
existence of Stiefel-Whitney classes ····· 287
existence theorem ····· 216
existence theorem for superstructure embe - ddings ····· 350
existence theorem of the parametrix ····· 469
existence theorem on quasiconformal mappings ····· 52
existence of periodic solution ····· 413
existence theorem for hyperreal numbers ····· 349
expanding invariant set ····· 529
expanding map ····· 529
expanding meromorphic function ····· 540
expansion of plane wave in series of cylindrical waves ····· 563
expansion of plane wave in series of spherical waves ····· 564
expansion theorem of kernel ····· 493
expansive flow ····· 517
expansive homeomorphism ····· 517
expansive map ····· 517
expansive mapping ····· 162
expansive subspace ····· 523
explicit equation of first order ····· 381
explosion ····· 541
exponent function of a complex variable ····· 39
exponent of convergence of zeros ····· 55
exponential dichotomy and spectrum ····· 419
exponential integral ····· 561,607
exponential representation of complex number ····· 36
exponential series ····· 46

exponential stability of C_0-semigroups ····· 429
exponential estimates of solution ····· 414
exposed point ····· 333
express of positive definite functions ····· 100
extended Choquet capacity ····· 308
extended complex plane ····· 36
extended real-valued set function ····· 89
extended real-valuded function ····· 13
extension of Koebe's 1/4-disc theorem ····· 318
extension theorem ····· 350
extension theorem of linear functionals ····· 118
extensionality of Banach space ····· 119
exterior algebra ····· 272
exterior algebra of $_cE'$ ····· 278
exterior algebra of $_cE$ ····· 278
exterior derivative ····· 273
exterior differential form on complex manifold ····· 82
exterior differentiation operator ····· 273
exterior differentiation ····· 273
exterior form bundle ····· 273
exterior point ····· 37
exterior product ····· 272
external entity ····· 345
external set ····· 345
extremal field ····· 208
extremal subset ····· 333
extremal subspace ····· 235
extreme curve ····· 475
extreme point ····· 113
extreme point ····· 332
extreme point theorem ····· 113
extreme points ····· 51
extremum ····· 198
extremum curve ····· 198
extremum function ····· 198
extremum principle for harmonic function ····· 53

F

F analytic mapping ····· 157
F differential ····· 155
F power series ····· 157
Faber coefficients ····· 236
Faber domain ····· 237
Faber expansion ····· 236
Faber operator ····· 237
Faber polynomials ····· 236
Faber transform ····· 236
Fatou component ····· 539
Fatou lemma ····· 20
Fatou set ····· 538
Fatou-Doob theorem ····· 314
Favard condition ····· 419
Favard theorem ····· 234
Favard theorems ····· 419
Fefferman-Stein inequality ····· 254
Fejer kernel ····· 244
Fejer mean ····· 244
Fejer node ····· 238
Fejer sum ····· 226
Fejer summation ····· 244
Fekete node ····· 238
Fenchel problem ····· 338
Fenchel-Moreau theorem ····· 337
Fermat's principle ····· 197
Finsler metric ····· 161
Finsler structure ····· 160
Fourier analysis ····· 240
Fourier coefficient ····· 241
Fourier distribution ····· 182
Fourier integral operator ····· 184
Fourier integral operator ····· 471
Fourier inversion formula ····· 262
Fourier multiplier ····· 247
Fourier partial sum ····· 241
Fourier series ····· 240
Fourier serier on compact Lie group ····· 257
Fourier series of almost periodic functions ····· 417
Fourier series of function in $L^2[a,b]$ ····· 29
Fourier series on local fields ····· 258
Fourier transform ····· 245
Fourier transform ····· 261
Fourier transform ····· 482
Fourier transform of distributions ····· 128
Fourier transform of fundamental functions ····· 128
Fourier transform on local fields ····· 259
Fourier transform on noncompact semisimple Lie group ····· 257
Fourier-Stieltjes transform ····· 262
Fouries coefficient of almost periodic function ····· 417
Fouries index of almost function ····· 417
Fox integral equation ····· 496
Fredholm alternative theorem ····· 484
Fredholm determinant ····· 189
Fredholm determinant ····· 492
Fredholm formula ····· 492
Fredholm integral-differential equation ····· 508
Fredholm integral equation ····· 490
Fredholm integral equation of the first kind ····· 494
Fredholm linear integral operators ····· 188
Fredholm mapping ····· 160
Fredholm operator ····· 137
Fredholm operators ····· 460
Fredholm theorems ····· 492
Fredholm theory ····· 189
Fresnel integral ····· 560,606
Freud theorem ····· 217
Friedrichs inequality ····· 488
Frobenius method ····· 393
Frobenius theorem (classical form) ····· 271
Frobenius theorem (first form) ····· 271

Frobenius theorem (second form) ····· 274
Frostman Lemma ····· 367
Frostman lemma of packing measure ····· 369
Fréchet analytic mapping ····· 157
Fréchet derivative ····· 155
Fréchet differentiable ····· 155
Fréchet differential ····· 155
Fréchet power series ····· 157
Fréchet sheaf ····· 293
Fréchet space ····· 117
Fréchet theorem ····· 29
Fréchet-Taylor formula ····· 157
Fubini term by term differential theorem ····· 21
Fubini theorem ····· 21
Fuchs equation ····· 392
Fuchs group ····· 63
Fuchs transformation ····· 40
Fuchsian equation ····· 554
F-differentiable ····· 155
factor ····· 152
factor ····· 527
factor of type I_n ····· 152
factor of type II_1 ····· 152
factor of type II_∞ ····· 152
factor of type III ····· 152
factorization of meromorphic function ····· 60
factorization theory of meromorphic function ····· 59
faithful representation of C^*-algebra ····· 150
fat set ····· 313
fibre ····· 269
fibre bundle ····· 268
fibre type, typical fibre ····· 269
field ····· 88
field of direction of ordinary differential equation ····· 379
field of stationary curve ····· 206
filled Julia set ····· 542
filtration ····· 534
filtration equation ····· 465
filtration problem in dam ····· 465
fine boundary value ····· 313
fine sheaf ····· 292
fine topology ····· 312
finely closed set ····· 313
finely closed set ····· 313
finely limit ····· 313
finely open set ····· 313
finit trace ····· 151
finite additive measure ····· 92
finite constraint ····· 203
finite covering theorem ····· 37
finite family of contracing mappings ····· 370
finite generalized measure ····· 94
finite generalized measure space ····· 94
finite measure ····· 89
finite measure algebra ····· 91
finite measure ring ····· 91
finite measure space ····· 91
finite projection ····· 152
finite rank operator ····· 136
finite tube ····· 513
finite v. N. algebra ····· 151
finitely additive set function ····· 89
finitely continuous mapping ····· 154
finitely n-continuous mapping ····· 154
finiteness theorem of Cartan-Serre ····· 294
finiteness theorem of Grauert ····· 294
finite-dimensional linear space ····· 108
first boundary value problem ····· 314
first boundary value problem ····· 453
first category set ····· 110
first integral of differential equation system ····· 382
first maximum principle ····· 303
first mean value theorem of Lebesgue integral ····· 19
first order linear differential equation ····· 380
first order linear differential equation system ····· 382
first return map ····· 512
first theorem of Weierstrass ····· 55
first variation ····· 199
first variation formula ····· 283
fixed boundary variational problem ····· 198
fixed point index ····· 174
fixed point of mapping ····· 48
fixed point of setvalued mapping ····· 176
fixed point theorem for nonexpansive mapping ····· 174
fixed point theorem for setvalued contractive mapping ····· 176
fixed point theorems for cone mappings ····· 175
fixed point theorems for families of mappings ····· 175
fixed point theory ····· 174
fixed point theorems for mappings on partially ordered sets ····· 175
fixed point ····· 174
fixed point ····· 512
flat convex normed linear space ····· 120
flatness of solution ····· 408
flow ····· 511
flow equivalence ····· 526
flow generated by vector field ····· 160
focal point ····· 209
focal value ····· 209
focus ····· 395
forgetful functional ····· 413
formal adjoint equation ····· 414
formal Laurent series ····· 392
formal Logarithm matrix ····· 392
formal Logarithm sum ····· 392
formal solution matrix ····· 391
forward matrix surface ····· 447
fractal analysis ····· 364

fractal geometry ····· 364
fractal structure of measures ····· 375
fractional linear transformation ····· 40
fractorial function ····· 552
frame ····· 358
frame operator ····· 358
free boundary problem ····· 465
free term of partial differential equation ····· 433
free transversality condition ····· 202
fully nonlinear elliptic equation of second order ····· 486
function algebra ····· 148
function axiom ····· 348
function classes $L^p_{2\pi}$ ····· 215
function classes $L^p[a,b]$ ····· 215
function cone in balayage space ····· 326
function element ····· 61
function of a complex variable ····· 38
function of bounded mean oscillation ····· 67
function of bounded variation on a set ····· 25
function of bounded variation ····· 22
function of finite variation ····· 22
function sequence of δ-type ····· 127
function space $C_{2\pi}$ ····· 215
function space $C[a,b]$ ····· 215
function space $H_0^k(\Omega)$ ····· 456
function spaces ····· 28
function spaces C^k ····· 32
function spaces $\mathring{W}_2^{r,s}(Q_T)$ ····· 465
function spaces $S(E)$ ····· 31
function spaces $W_2^{r,s}(Q_T)$ ····· 464
function theory of several complex variables ····· 73
functional analysis ····· 107
functional differential equation with infinite delay ····· 407
functional extension theorem of topological linear space ····· 112
functional extreme value ····· 475
functional integration ····· 99
functional variation ····· 475
functional differential equation ····· 405
functional extremal function ····· 475
function on complex manifold ····· 81
function with compact support ····· 32
function-theoretic null-set ····· 319
fundamental domain of automorphic function of several complex variables ····· 86
fundamental function ····· 64
fundamental function of field ····· 206
fundamental function space $\mathscr{S}$ ····· 129
fundamental function space Z ····· 128
fundamental inequality ····· 377
fundamental lemma of the calculus of variations ····· 199
fundamental principles of potentials ····· 303
fundamental region ····· 64
fundamental sequence of points ····· 110
fundamental set for mapping ····· 162
fundamental solution of linear elliptic operator of second order ····· 473
fundamental solution of linear parabolic equation of second order ····· 463
fundamental solution of wave equation ····· 445
fundamental solutions of the hypergeometric equation ····· 583
fundamental solutions of Laplace equation ····· 455
fundamental solutions of partial differential equation ····· 442
fundamental system of solutions ····· 383
fundamental theorem of Morse theory ····· 283
fundamental function space K ····· 126

G

G differentiable ····· 155
G differential ····· 155
G holomorphic mapping ····· 157
G power series ····· 156
Galerkin method ····· 212
Galerkin method ····· 478
Gamma function ····· 576
Gamma function on local fields ····· 260
Garding inequality ····· 184
Garding inequality ····· 459
Gauss plane ····· 36
Gauss series ····· 555
Gauss-Lucas theorem ····· 47
Gauss-Weierstrass mean ····· 245
GCR algebra ····· 149
Gegenbauer function ····· 558,597
Gegenbauer polynomial ····· 575,649
Gelfand integral ····· 101
Gelfandd representation ····· 148
Generalized Gauss-Green formula ····· 105
Gibbs measure ····· 375
Gibbs's phenomenon ····· 244
GNS-structure ····· 150
Goursat problem ····· 481
Gram-Schmidt orthogonalizing process ····· 124
Grassmann algebra ····· 273
Grassmann manifold ····· 286
Gray code ····· 224
Green coordinates ····· 307
Green formula for elliptic operator ····· 458
Green formula of second order partial differential equation ····· 444
Green function ····· 307
Green function ····· 472
Green function for heat operator ····· 474
Green function for Helmholtz equation ····· 473
Green function for Laplace operator ····· 473
Green function method ····· 483

Green function of Dirichlet problem for linear elliptic equation of second order ····· 474
Green function of higher order elliptic equation ····· 474
Green function of self-adjoint ordinary differential equation of second order ····· 473
Green identity ····· 463
Green kernel ····· 307
Green line ····· 307
Green measure ····· 312
Green operator ····· 474
Green operator of higher order elliptic equation ····· 474
Green potential ····· 307
Green space ····· 307
Green's function ····· 53
Green's operator ····· 300
Gronwall's area principle ····· 49
Grothendieck-Banach space ····· 113
Grunsky inequality ····· 50
Gâteaux derivative ····· 155
Gâteaux differentiable ····· 155
Gâteaux differential ····· 154
Gâteaux holomorphic mapping ····· 157
Gâteaux power series ····· 156
Gâteaux-Taylor formula ····· 157
Gysin sequence ····· 288
galaxy ····· 349
gamma function ····· 551
gauge function ····· 336
general addition theorem ····· 509
general capacity ····· 308
general density theorem ····· 531
general exponent function of a complex variable ····· 39
general form of symmetry principle ····· 61
general integral of functional differential equation ····· 414
general integral of ordinary differential equation ····· 379
general potential ····· 302
general properties of the cylindrical functions ····· 610
general solution ····· 437
general solution of homogeneous Riemann problem ····· 498
general solution of nonhomogeneous Riemann problem ····· 498
general solution of ordinary differential equation ····· 379
generalized absolutely continuous function in the restricted sense on a set ····· 26
generalized absolutely continuous function on a set ····· 26
generalized analytic function ····· 69
generalized Cauchy formula ····· 70
generalized Dirichlet problem ····· 314
generalized Dirichlet series ····· 45
generalized degree for approximating proper mapping ····· 172
generalized derivation operator ····· 139
generalized derivative ····· 456
generalized Faber polynomial ····· 237
generalized Fredholm operator ····· 506
generalized function ····· 125
generalized function of bounded variation ····· 25
generalized function space K' ····· 127
generalized function space $\mathscr{S}'$ ····· 129
generalized function space Z' ····· 128
generalized gradient ····· 340
generalized Harnack principle ····· 305
generalized integral of Cauchy type ····· 71
generalized Laguerre polynomial ····· 574,647
generalized Lamé function ····· 569
generalized limit ····· 119
generalized Martin boundaries ····· 318
generalized Morse lemma ····· 179
generalized maximum modulus theorem ····· 46
generalized maximum principle ····· 303
generalized measure ····· 94
generalized measure space ····· 94
generalized nilpotent element ····· 147
generalized polynomials of best approximation ····· 216
generalized power series ····· 71
generalized primitive function ····· 23
generalized Schwarz's lemma ····· 47
generalized solution ····· 434
generalized solution for elliptic equation ····· 454
generalized solution of conservation law ····· 450
generalized solution of functional differential equation ····· 408
generalized solutions for parabolic equations ····· 465
generalized transfinite diameter ····· 310
generalized variational principle in elastic theory ····· 211
generalized Wiener-Hopf equation ····· 505
generalized zeta function ····· 553,581
generated isoperimetric problem ····· 203
generating function ····· 471
generating function ····· 572
generating function ····· 572
generator of measure-preserving transformations ····· 547
generic property ····· 523
genus of an entire function ····· 56
genus of Riemann surface ····· 63
geodesic curve ····· 197
geodesic curve ····· 197
geodesic problem ····· 475
geodesic project ····· 36
geometric genus ····· 279
geometric measure theory ····· 103
geometric optics' approximate method ····· 445
geometric significance of a measurable function ····· 16
geometric significance of Lebesgue integral ····· 21
geometric theory of functions ····· 49

geometric transversality condition ····· 531
germ ····· 265
global analysis ····· 263
global analytic function ····· 61
global asymptotic stability ····· 404
global extremum ····· 199
global stability ····· 411
good λ inequality ····· 254
gradient descent flow ····· 177
gradient mapping ····· 165
gradient vector field ····· 177
gradient-like diffeomorphism ····· 532
graph of functions ····· 373
graph of linear mapping ····· 133
graph of set-valued maps ····· 340
graph-directed matrix ····· 371
graph-directed sets ····· 371
great Picard theorem ····· 56
growth number ····· 519
growth order of a meromorphic function ····· 58

H

Haar condition ····· 216
Haar expansion ····· 223
Haar function ····· 223
Haar measure ····· 98
Haar orthogonal system ····· 223
Haar subspace ····· 217
Haar theorem ····· 99
Haar uniqueness theorem ····· 217
Hadamard factorization theorem ····· 54
Hadamard's three-circles theorem ····· 47
Haefliger theorem ····· 267
Hahn decomposition ····· 94
Hahn-Banach extension theorem ····· 118
Hahn-Banach theorem ····· 336
Hamel base ····· 108
Hamilton principle ····· 210
Hamilton system ····· 201
Hamilton system of equations ····· 439
Hamilton tensor ····· 200
Hamiltonian field ····· 438
Hamiltonian function ····· 201
Hamilton-Jacobi equation ····· 201
Hamilton-Jacobi equation ····· 439
Hammerstein equation ····· 507
Hammerstein nonlinear integral operator ····· 192
Hankel function ····· 562
Hankel function of the first kind ····· 562
Hankel function of the second kind ····· 552
Hardy convexity theorem ····· 47
Hardy space ····· 66
Hardy spaces ····· 251
Hardy summation ····· 244
Hardy-Littlewood maximal function ····· 249
Hardy-Littlewood maximal function ····· 260
Hardy-Littlewood maximal operator ····· 249
Harnack convergence theorem ····· 454
Harnack inequality ····· 305
Harnack inequality ····· 454
Harnack inequality for weak solution ····· 486
Harnack lemma ····· 305
Harnack principle ····· 305
Harnack's inequality ····· 53
Harnack's theorem ····· 53
Hartman-Grobman theorem ····· 394
Hartman-Grobman theorem ····· 529
Hartman's linearized theorem ····· 529
Hartman's theorem ····· 529
Hartogs phenomenon ····· 78
Hartogs theorem ····· 75
Hausdorff dimension ····· 104
Hausdorff dimension ····· 367
Hausdorff dimension ····· 541
Hausdorff dimension of graph of functions ····· 374
Hausdorff dimension of product of fractals ····· 370
Hausdorff dimensions of a measure ····· 375
Hausdorff distance ····· 165
Hausdorff measure ····· 104
Hausdorff measure ····· 366
Hausdorff measure of product of fractals ····· 370
Hausdorff-Young theorem ····· 243
Heine-Borel theorem ····· 37
Helly selection principle ····· 22
Helly theorem ····· 22
Helly theorem ····· 335
Helmholtz equation ····· 455
Henson lemma ····· 346
Henstock dominated convergence theorem ····· 27
Henstock integral ····· 27
Hermite form ····· 279
Hermite interpolation formula ····· 237
Hermite interpolation polynomial ····· 229
Hermite kernel ····· 490
Hermite polynomial ····· 574,647
Hermite polynomial ····· 223
Hermite-Fejer interpolation polynomial ····· 230
Hermitian bilinear functional ····· 124
Hermitian manifolds ····· 82
Hermitian metric on complex manifold ····· 82
Hermitian operator ····· 141
Herz space ····· 257
Hessian matrix ····· 281
Hilbert boundary value problem ····· 501
Hilbert boundary value problem ····· 69
Hilbert invariant integral ····· 206
Hilbert kernel ····· 501
Hilbert manifold ····· 161
Hilbert manifold ····· 275
Hilbert space ····· 122

Hilbert transform ····· 249
Hilbert transform ····· 295
Hilbert transform on local fields ····· 261
Hilbert transformation ····· 501
Hilbert's 16th problem ····· 398
Hilbert-Riemann manifold ····· 161
Hilbert-Schmidt integral operator ····· 190
Hilbert-Schmidt norm ····· 137
Hilbert-Schmidt operator ····· 137
Hilbert-Schmidt theorem ····· 191
Hilbert-Schmidt theorem ····· 492
Hill equation ····· 570
Hille-Yosida theorem ····· 145
Hille-Yosida theorem ····· 427
Hölder continuity ····· 357
Hölder space ····· 253
Hölder space ····· 436
Hodge decomposition theorem ····· 300
Hodge theory ····· 299
Holmgren uniqueness theorem ····· 443
Hopf boundary point theorem ····· 453
Hopf fibration ····· 277
Hopf homotopy classification theorem ····· 173
Hopf manifold ····· 277
H^p space ····· 251
H^p spaces of several complex variables ····· 84
Hörmander multiplier theorem ····· 248
Hunt kernel ····· 322
Hunt-Wheeden theorem ····· 314
Hurwitz zeta function ····· 553
Hurwitz's theorem ····· 44
Huygens principle ····· 447
Hénon map ····· 536
H-cones ····· 326
H-equations ····· 194
$\mathscr{H}$-harmonic measure ····· 324
$\mathscr{H}$-regular set ····· 324
$\mathscr{H}$-sweeping ····· 323
half plane of convergence of Dirichlet series ····· 45
half space ····· 331
halo ····· 349
harmonic analysis ····· 240
harmonic axioms ····· 324
harmonic continuation ····· 320
harmonic equation ····· 452
harmonic function ····· 245
harmonic function ····· 304
harmonic function ····· 452
harmonic function ····· 53
harmonic function in harmonic space ····· 324
harmonic majorant ····· 306
harmonic majorant ····· 306
harmonic measure ····· 312
harmonic measure ····· 53
harmonic measure at the ideal boundary ····· 319
harmonic minorant ····· 306
harmonic minorant ····· 306
harmonic operator ····· 452
harmonic polynomial ····· 246
harmonic polynomial ····· 305
harmonic p-forms ····· 300
harmonic sheaf associated with a hyperharmonic sheaf ····· 323
harmonic sheaf ····· 323
harmonic space ····· 324
harmonicity at infinity ····· 305
higher derivative ····· 156
higher differential ····· 156
higher F derivative ····· 156
higher F differential ····· 156
higher Fréchet differential ····· 156
higher G derivative ····· 156
higher G differential ····· 156
higher Gâteaux derivative ····· 156
higher Gâteaux differential ····· 155
higher order linear hyperbolic equation ····· 448
higher strong derivative ····· 156
higher strong differential ····· 156
higher weak derivative ····· 156
higher weak differential ····· 156
higher Fréchet derivative ····· 156
higher order nonstandard model of analysis ····· 346
holomorphic automorphism group of a domain ····· 76
holomorphic automorphism of a domain ····· 76
holomorphic equivalence of complex manifolds ····· 82
holomorphic equivalence of domains ····· 75
holomorphic function ····· 38
holomorphic function on complex manifold ····· 81
holomorphic functions of several complex variables ····· 74
holomorphic isomorphism of domain ····· 75
holomorphic isomorphism on complex manifold ····· 81
holomorphic line bundle ····· 279
holomorphic map ····· 276
holomorphic mapping ····· 75
holomorphic mapping on complex manifold ····· 81
holomorphic vector bundle ····· 278
holomorphic quadratic differential ····· 65
holonomic constraint ····· 203
homemorphism problem of Banach spaces ····· 119
homeomorphism with hyperbolic coordinate ····· 518
homogeneous boundary value problem ····· 435
homogeneous bounded domains ····· 76
homogeneous differential equation ····· 380
homogeneous domains ····· 76
homogeneous hull equations ····· 418
homogeneous linear differential equation ····· 380
homogeneous linear differential equation ····· 382
homogeneous Moran sets ····· 372
homogeneous operator ····· 132

homogeneous partial differential equations ····· 433
homogeneous property ····· 370
homogeneous Siegel domains ····· 77
homogeneous symmetry Cantor sets ····· 372
homogeneous tensor ····· 272
homogeneous integral equation ····· 490
homogeneous linear boundary value problem ····· 387
homomorphism of linear spaces ····· 109
homotopy operator ····· 285
homotopy type of manifold ····· 282
hull of $f(t)$ ····· 417
hydrodynamic equation system ····· 449
hyperbolic bundle ····· 42
hyperbolic critical point ····· 394
hyperbolic evolution system ····· 429
hyperbolic functions ····· 39
hyperbolic fixed point ····· 524
hyperbolic invariant set ····· 528
hyperbolic invariant set of a flow ····· 529
hyperbolic linear automorphisms ····· 523
hyperbolic linear flow ····· 523
hyperbolic linear map ····· 523
hyperbolic linear vertor fields ····· 523
hyperbolic pencil of circles ····· 41
hyperbolic periodic orbit ····· 524
hyperbolic periodic point ····· 524
hyperbolic singularity ····· 524
hyperbolic transformation ····· 40
hyperbolic meromorphic function ····· 540
hyperelliptic integral ····· 565
hyperelliptic surface ····· 62
hyperfinite algebra ····· 151
hyperfinite counting spaces ····· 355
hyperfinite Loeb spaces ····· 354
hyperfinite set ····· 345
hypergeometric equation ····· 393
hypergeometric equation ····· 554
hypergeometric function ····· 393
hypergeometric function ····· 555
hypergeometric function ····· 555,582
hypergeometric function of matrix argument ····· 556
hypergeometric function of two variables ····· 555
hypergeometric polynomial ····· 575
hypergeometric series ····· 554
hyperharmonic function in harmonic space ····· 324
hyperharmonic sheaf ····· 323
hyperharmonic sheaf generated by a harmonic sheaf ····· 324
hyperinvariant subspace ····· 137
hyperplane ····· 331
hyperplane in linear space ····· 108
hyperplane section bundle ····· 279
hyperreal axis ····· 348
hyperreal extreme value theorem ····· 350
hyperreal intermediate value theorem ····· 350
hyperreal mean value theorem ····· 351
hyperreal number ····· 343
hyperreal number field ····· 348
hyperreal vectors ····· 352
hyperharmonic function ····· 304
hyperspherical equation ····· 559
hyperspherical functions ····· 559
hypertangent cone ····· 334
hypoelliptic differential operator with constant coefficients ····· 470
hypoelliptic operator ····· 470
hypoharmonic function ····· 304
hypoharmonic function in harmonic space ····· 324
hyponormal operator ····· 143
hyponormal operator ····· 143

I

Ito equation ····· 431
Ito formula ····· 431
Ito integral ····· 431
ideal boundary ····· 317
idempotent operator ····· 135
identity operator ····· 132
ill-posed problem ····· 435
ill-posed problem ····· 495
imaginary axes ····· 36
imaginary number ····· 35
imaginary part ····· 35
imaginary unit ····· 35
imbedding ····· 267
immediate attractive basin ····· 540
immersion ····· 267
immersion map ····· 267
implicit equation of first order ····· 381
implicit function theorem ····· 157
improper saddle point ····· 516
inclination lemma ····· 524
inclusion interval length of $T(f,\varepsilon)$ ····· 417
incomplete beta function ····· 555
incomplete elliptic integral ····· 566
incomplete elliptic integral of the first kind ····· 566
incomplete elliptic integral of the second kind ····· 566
incomplete elliptic integral of the third kind ····· 566
incomplete gemma function ····· 560,605
increasing operator ····· 163
indefinite inner product space ····· 125
indefinite inner product space ····· 125
indefinite integral of generalized function ····· 127
indefinite integral in Lebesgue sunse ····· 23
index ····· 281
index formula in $\mathbb{R}^n$ ····· 297
index of a point to a closed curve ····· 42
index of a singularity ····· 534
index of elliptic operator ····· 297
index of isolated zero point ····· 172

index of operator semi-group ····· 145
index of singular integral equation ····· 499
index of the Riemann problem ····· 498
index set of almost function ····· 417
index theory ····· 180
indexed operators ····· 459
index of planar critical points ····· 395
indicator function ····· 337
indifferent periodic points ····· 539
induced bundle ····· 269
inductive limit ····· 116
inequality of Hausdorff-Young ····· 246
infiltrated face problem ····· 465
infimum convolution ····· 338
infinite ····· 349
infinite ····· 349
infinite differentiability of analytic function ····· 39
infinite product ····· 54
infinite projection ····· 152
infinite sum theorem ····· 351
infinite telescopes ····· 348
infinite vectors ····· 352
infinitely close ····· 349
infinitely renormalization ····· 542
infinitesimal ····· 349
infinitesimal ····· 349
infinitesimal calculus ····· 347
infinitesimal generator of operator semi-group ····· 144
infinitesimal increment theorem ····· 351
infinitesimal microscopes ····· 348
infinitesimal prolongation theorem ····· 345
infinitesimal vectors ····· 352
infinite-dimensional linear space ····· 108
infinite-dimensional manifold ····· 275
inherited property ····· 422
initial boundary value problem for second order linear hyperbolic partial differential equation ····· 446
initial condition ····· 434
initial set ····· 408
initial value ····· 434
initial value problem ····· 434
initial value problem of integral - differential equation ····· 508
initial value problem of ordinary differential equation ····· 386
initial-boundary value problem ····· 435
initial-boundary value problems ····· 461
injective C^*-algebra ····· 149
injective immersion ····· 267
injective linear operator ····· 132
injective linear operator ····· 132
inner capacity ····· 308
inner function ····· 67
inner function of several complex variables ····· 85
inner mapping radins ····· 318
inner product ····· 122
inner product in $E^p(M)$ ····· 299
inner product in L^2 ····· 29
inner product space ····· 122
inner regular measure ····· 98
inner variation ····· 200
instability ····· 400
integrable flow ····· 106
integrable function in the restricted sense of Denjoy ····· 26
integrable function in the wide sense of Denjoy ····· 26
integrable set ····· 104
integrable function in Lebesgue sense ····· 19
integral along a path ····· 42
integral curve for vector field ····· 160
integral curve of a vector field ····· 270
integral curve of ordinary differential equation ····· 379
integral-differential equation ····· 508
integral equation ····· 489
integral equation with antisymmetric kernel ····· 494
integral equation with degenerate kernel ····· 490
integral equation with Hermite kernel ····· 493
integral flat flow ····· 106
integral flow ····· 105
integral geometric measure ····· 104
integral manifold ····· 271
integral manifold of an ideal ····· 274
integral of Cauchy type ····· 42
integral of Cauchy type ····· 69
integral of complex valued measurable functions ····· 96
integral of ordinary differential equation ····· 379
integral of setvalued mapping ····· 166
integral of vector-valued function ····· 101
integral over chains ····· 274
integral period theory ····· 283
integral representation of function of several complex variables ····· 80
integral surface of partial differential equation ····· 434
integral transform method ····· 483
integral with respect to a generalized measures ····· 96
integrat equations with non-symmetric kernel ····· 493
integrating factor ····· 381
integration by parts of Lebesgue integral ····· 20
integration by substitution of Lebesgue integral ····· 20
interior point ····· 37
interior uniqueness theorem ····· 45
intermediate cone ····· 334
internal approximation theorem ····· 345
internal cardinality ····· 345
internal definition principle ····· 345
internal entity ····· 345
internal finitely additive measure spaces ····· 354
internal function theorem ····· 345
internal set ····· 344

internal set theory ····· 342
internality theorem ····· 345
interpolation inequality of Sobolev space ····· 487
interpolation sequence ····· 67
interpolation theorem of linear operators ····· 250
interval function ····· 89
intrinsic core ····· 331
invariance of cross ratio by fractional linear transformation ····· 41
invariance of harmonicity ····· 305
invariance of the Euler equation. ····· 200
invariance principle for nonlinear operator semigroups ····· 430
invariant component ····· 540
invariant coordinate ····· 519
invariant functional under group action ····· 180
invariant harmonic function ····· 83
invariant measure ····· 321
invariant measure ····· 98
invariant set ····· 398
invariant set ····· 513
invariant set of a family of contracting mappings ····· 371
invariant subspace ····· 137
invariant subspace lattice ····· 137
invariant vector field ····· 270
invariant kernel under translation ····· 302
inverse capacity ····· 309
inverse formula of Fourier transform ····· 253
inverse function theorem ····· 157
inverse function theorem ····· 267
inverse limit space ····· 517
inverse mapping ····· 48
inverse Mellin transform on K^* ····· 260
inverse operator ····· 132
inverse problem in mathematical physics ····· 435
inverse problem of variational problem ····· 211
inverse theorems of approximation by algebraic polynomials ····· 219
inverse theorems of approximation by trigono metric polynomials ····· 220
inverse trigonometric functions of a complex variable ····· 39
inverse Hölder inequality ····· 255
invertible linear operator ····· 133
invertible measure-preserving transformation ····· 543
involution ····· 148
involutive distribution ····· 270
irrational flow on torus ····· 535
irreducible representation ····· 147
irregular point ····· 312
irregular singularity ····· 391
isolated Jordan arc ····· 540
isolated point ····· 37
isolated property of zero of analytic function ····· 43
isolated singularity ····· 44
isolation of zeros of generalized analytic function ····· 71
isometric isomorphism ····· 118
isometric isomorphism of inner product spaces ····· 124
isometric mapping ····· 110
isometric mapping ····· 118
isometric operator ····· 140
isometrically isomorphism ····· 110
isometry on probabilistic metric spaces ····· 169
isomorphism of linear spaces ····· 109
isomorphism of measure algebras ····· 546
isomorphism of measure-preserving transformations ····· 545
isomorphism of probability spaces ····· 545
isoperimetric constraint ····· 203
isoperimetric problem ····· 197
isoperimetric problem ····· 476
isotopy ····· 177
isotropic subspace ····· 125
isotropic vector ····· 125
isotropic vector ····· 125
isotropic subgroup of a domain ····· 76
iterated functions system ····· 371
iterated kernel ····· 190

J

Jackson kernel ····· 227
Jackson theorem ····· 218
Jackson-type theorem ····· 220
Jacobi condition ····· 205
Jacobian elliptic function ····· 567,629
Jacobi equation ····· 205
Jacobi identity ····· 270
Jacobi operator ····· 205
Jacobi polynomial ····· 574,648
Jacobi polynomials ····· 222
Jacobi theorem ····· 201
Jacobian matrix of holomorphic mapping ····· 75
Jacobian method ····· 438
Jacobian zeta function ····· 568,634
Jacobian Θ function ····· 568
James space ····· 120
Jensen formula ····· 54
Jensen inequality ····· 336
John-Nirenberg inequality ····· 252
Jordan arc ····· 37
Jordan curve ····· 38
Jordan decomposition of generalized measure ····· 95
Jordan decomposition theorem ····· 22
Jordan's theorem ····· 38
Julia direction ····· 57
Julia point ····· 59
Julia set ····· 538
J-distance ····· 206
J-length ····· 206

J-stable ····· 542
jet ····· 265
jump relation of derivatives of single layer potential ····· 488
jump relation of double layer potential ····· 488

K

K group for compact space ····· 297
$K(X)$ for locally compact space ····· 297
Kakeya maximal function ····· 255
Kakutani-Fan-Glicksberg fixed point theorem ····· 176
Kalmar-Walsh theorem ····· 237
Kantorovetz method ····· 478
Kantorovitch method ····· 212
Kaplansky's density theorem ····· 151
KdV equation ····· 451
Kelvin function ····· 564
Kelvin transform ····· 305
Kelvin transform ····· 484
Kähler manifolds ····· 82
Kirchhoff formula ····· 447
Klee conjecture ····· 239
Klein space ····· 125
Klein-Gordon equation ····· 442
Klein-Milman extreme point theorem ····· 113
Klein-Rutman theorem ····· 191
Kneser transversality theorem ····· 208
Kobayashi pseudo-distance ····· 84
Kobayashi-Royden metric ····· 84
Koch curve ····· 364
Kodaira embedding theorem ····· 280
Koebe's distortion theorem ····· 49
Koebe's one-quarter theorem ····· 49
Kolmogoroff theorem ····· 31
Kolmogorov character ····· 239
Kolmogorov inequality ····· 255
Kolmogorov theorem ····· 217
Kolmogorov-Sinai invariant ····· 546
Kolmogorov-Sinai theorem ····· 547
Kolosov function ····· 72
Korovkin theorem ····· 226
Krein-Milman theorem ····· 333
Kronecker index ····· 286
Krylov-Safonov estimates ····· 486
Köthe sequence space ····· 114
Kuhn-Tucker theorem ····· 339
Kummer's equation ····· 559
Kummer's function ····· 559,599
Kupka-Smale's theorem ····· 531
Kuramochi compactification ····· 317
Kuranishi theorem ····· 296
$\mathscr{K}$-analytic set ····· 308
K-approximately everywhere ····· 308
K-capacity ····· 308
K-genus ····· 290
K-space ····· 130
kernel ····· 302
kernel distribution ····· 316
kernel function ····· 474
kernel of integral equation ····· 490
kernel of linear operator ····· 132
kernel of Poisson type on local fields ····· 259
kernel split ····· 159
kneading determinant ····· 520
kneading function ····· 520
kneading group ····· 521
kneading increment ····· 520
kneading matrix ····· 520
kneading sequence ····· 521
k-multiple limit cycle ····· 396

L

L^2 spaces ····· 28
L^2-approximation ····· 221
L^2-boundedness theorem ····· 469
Lagrange function ····· 338
Lagrange interpolation polynomial ····· 228
Lagrange multiplier ····· 203
Lagrange multiplier ····· 338
Lagrange problem ····· 204
Lagrange stable ····· 515
Lagrange-Charpit method ····· 438
Lagrangian function ····· 198
Laguerre polynomial ····· 574,646
Laguerre polynomials ····· 223
Lamé differential equation ····· 568
Lamé function ····· 569
Lamé function of the first kind ····· 569,635
Lamé function of the first species ····· 569
Lamé function of the fourth species ····· 569
Lamé function of the second kind ····· 569
Lamé function of the second species ····· 569
Lamé function of the third species ····· 569
Lamé polynomial ····· 569
Landau theorem ····· 57
Landau's constant ····· 51
Laplace equation ····· 452
Laplace operator ····· 452
Laplace transform ····· 482
Laplace transform of operator semi-group ····· 145
Laplace-Beltrami operator ····· 299
large orbit ····· 542
lattice-ordered space ····· 130
Laurent expansion ····· 45
Laurent matrix ····· 144
Laurent operator ····· 144
Laurent series ····· 45
Laurent theorem ····· 44
Lawton's condition ····· 360
Lawton's theorem ····· 360

Lax-Milgram theorem ····· 459
LCA group ····· 261
Leau domain ····· 540
Lebesgue bounded convergence theorem ····· 20
Lebesgue constant ····· 227
Lebesgue constant ····· 241
Lebesgue criterion for Riemann-integrability ····· 21
Lebesgue decomposition theorem ····· 22
Lebesgue decomposition theorem ····· 95
Lebesgue dominated convergence theorem ····· 20
Lebesgue function ····· 228
Lebesgue inner measure ····· 13
Lebesgue integral ····· 18
Lebesgue measurable function ····· 16
Lebesgue measurable set ····· 11
Lebesgue measurable set fa-mily ····· 12
Lebesgue measurable space ····· 90
Lebesgue measure ····· 12
Lebesgue measure space ····· 91
Lebesgue outer measure ····· 11
Lebesgue points for a function ····· 23
Lebesgue space ····· 545
Lebesgue spine ····· 314
Lebesgue term by term integration theorem ····· 20
Lebesgue theorem ····· 17
Lebesgue-Cantor function ····· 24
Lebesgue-Stieltjes integral ····· 25
Lebesgue-Stieltjes measurable function ····· 24
Lebesgue-Stieltjes measure ····· 24
Lebesgue-Stieltjes measure space ····· 91
Lebesgue-Stieltjes simple function ····· 24
Lefschetz fixed point theorem ····· 174
Lefschetz number ····· 298
Legendre condition ····· 204
Legendre equation ····· 556
Legendre function ····· 556,588
Legendre function of the first kind ····· 557
Legendre function of the second kind ····· 557
Legendre polynomial ····· 573,643
Legendre polynomials ····· 222
Legendre transform ····· 201
Legendre transform ····· 377
Legendre-Fenchel transformation ····· 337
Leibniz principle ····· 344
Leray integral representation formula ····· 81
Leray-Schauder boundary condition ····· 174
Leray-Schauder degree ····· 172
Leray-Schauder fixed point theorem ····· 459
Levi form ····· 280
Levi function ····· 474
Levi measure ····· 322
Levi problem ····· 79
Levi theorem ····· 20
Levi-Khinchin formula ····· 322
Lewy's example of linear partial differential equation without solution ····· 443
Liapunov characteristic exponent ····· 549
Liapunov function ····· 403
Liapunov stability ····· 516
Liapunov surface ····· 488
Lichtenstein's theorem ····· 209
Lie bracket ····· 270
Lie derivative of differential form ····· 273
Lie sphere ····· 77
Lie derivative of vector field ····· 273
Lindelöf's asymptotic value theorem ····· 46
Liouville formula ····· 383
Liouville theorem ····· 483
Liouville theorem ····· 54
Lipschitz condition ····· 154
Lipschitz constant ····· 154
Lipschitz continuous mapping ····· 154
Lipschitz domain ····· 314
Lipschitz homeomorphism ····· 119
Lipschitz mapping ····· 366
Littlewood three principles ····· 17
Littlewood-Paley g-function ····· 250
Li-Yorke chaos ····· 521
Ljapunov-Schmidt procedure ····· 158
Ljusternik-Schnirelman multiplicity theorem ····· 179
Loeb integration theorem ····· 355
Loeb lifting theorem ····· 355
Loeb measure spaces ····· 354
Loeb measures ····· 354
Loewner differential equation ····· 50
Lommel function ····· 565,621
Lommel polynomial ····· 562,623
Looman-Menchoff theorem ····· 40
Lorentz space ····· 32
Lorentz spaces ····· 241
L_p dimension of a measure ····· 376
L^p estimates of solution ····· 486
L^p global estimates of solution ····· 486
L^p interior estimates of solution ····· 486
L^P spaces ····· 30
L_a^r spaces ····· 261
Lusin area integration ····· 250
Lusin theorem ····· 17
Lusin theorem ····· 98
Luzin conjecture ····· 242
L^∞ dimension of a measure ····· 376
L^∞ space ····· 31
L-genus ····· 290
lap number ····· 519
lap ····· 519
level sets of a measure ····· 377
least action principle ····· 211
least potential energy principle in elastic theory ····· 211
least potential energy principle ····· 211

left (right) parametrix ····· 469
left factor ····· 60
left invariant measure ····· 98
left prime function ····· 60
lifting ····· 64
limit along a set ····· 13
limit compact mapping ····· 163
limit compact vector field ····· 163
limit cycle ····· 396
line segment ····· 330
linear approximation ····· 230
linear boundary value problem ····· 387
linear closure ····· 108
linear combination ····· 108
linear differential equation of n-th order ····· 382
linear differential operator ····· 181
linear elliptic partial differential equations of second order ····· 452
linear functional ····· 132
linear functional differential equation ····· 414
linear homeomorphic mapping ····· 111
linear homeomorphism ····· 111
linear independence of Chern numbers ····· 289
linear independence of Pontriagin numbers ····· 289
linear integral equation ····· 490
linear integral operator with symmetric kernel ····· 190
linear mapping ····· 132
linear metric space ····· 111
linear operator ····· 132
linear ordinary differential equation ····· 382
linear parabolic equation of second order ····· 461
linear partial differential equation ····· 433
linear partial differential operator of order m ····· 457
linear representation ····· 108
linear space ····· 107
linear subspace of subset ····· 108
linear subspace ····· 108
linear summation method of Fourier series ····· 243
linear summation of Fourier series ····· 243
linear system of differential equation with periodic coefficients ····· 385
linear topological space ····· 111
linear topology ····· 111
linear transformation ····· 40
linear transversality condition ····· 531
linear variational problem ····· 209
linear width ····· 234
linear differential equation (system) with constant coefficients ····· 384
linearly independent set ····· 108
linearly independent subspaces ····· 108
linearly topological isomorphism ····· 111
link ····· 178
little Bloch space ····· 68
little Picard theorem ····· 56
localization operator for wavelet transform ····· 358
localized Hardy space ····· 255
local coordinate system ····· 265
local defined function of a domain ····· 79
local entropy ····· 547
local extremum ····· 198
local field ····· 258
local flow ····· 270
local flow equivalence ····· 526
local Hölder continuity ····· 357
local immersion ····· 159
local linearization ····· 421
local Noether operator ····· 507
local operators ····· 468
local product structure ····· 532
local regularization operator ····· 507
local resolvent set ····· 138
local section ····· 512
local solvability ····· 469
local solvability theorem ····· 469
local spectrum ····· 138
local stable manifold ····· 530
local stable set ····· 530
local structural stability ····· 528
local submersion ····· 159
local topological conjugacy ····· 526
local topological equivalence ····· 526
local trigonometric transform ····· 363
local unstable manifold ····· 530
local unstable set ····· 530
localization operator for windowed Fourier transform ····· 357
localized principle ····· 242
locally bounded mapping ····· 154
locally bounded space ····· 112
locally bounded topological algebra ····· 153
locally compact abelian group ····· 261
locally condensing mapping ····· 162
locally convex space ····· 112
locally convex topological algebra ····· 153
locally hyperharmonic function ····· 324
locally integrable function ····· 127
locally integrable function ····· 32
locally Lipschitz continuous mapping ····· 154
locally Lipschitz function ····· 340
locally m convex topological algebra ····· 153
locally order-convex space ····· 131
locally polar set ····· 310
locally set contractive mapping ····· 162
logarithmic branch point ····· 62
logarithmic capacity ····· 310
logarithmic function of a complex variable ····· 39
logarithmic integral ····· 561,607
logarithmic kernel ····· 303
logarithmic potential ····· 303

logarithmic residue ····· 43
logarithmic residue ····· 43
lower derivate ····· 24
lower envelope principle ····· 304
lower function ····· 315
lower limit along a point set ····· 14
lower limit function ····· 15
lower order of an entire function ····· 56
lower semicontinuous setvalued mapping ····· 165
lower semi-bounded operator ····· 142
lower solution ····· 315
lowerly directed axiom ····· 326
lower semicontinuous function ····· 176
low-kneading function ····· 520
low-kneading group ····· 520
loxodromic transformation ····· 40
l^p spaces ····· 32
l^∞ space ····· 32

M

Mackey space ····· 115
Mackey topology ····· 116
Mallat algorithm ····· 361
Mallat algorithm in two dimension ····· 361
Malmquist theorem ····· 390
Mandelbrot set ····· 539
Marcinkiewicz interpolation theorem ····· 250
Marcinkiewicz multiplier theorem ····· 243
Marcinkiewiz integral ····· 250
Markov inequality ····· 218
Markov partitions ····· 533
Markov shift ····· 543
Markov system ····· 216
Marstrand theorem ····· 370
Martin boundary ····· 317
Martin compactification ····· 317
Martin integral representation ····· 317
Martin space ····· 317
Möbius function ····· 553
Möbius inversion ····· 553
Möbius transform ····· 553
Möbius transformation ····· 40
McMullen set ····· 372
Mcshane integral ····· 28
Mathieu equation ····· 570
Mathieu function ····· 571,636
Mathieu function of the first kind ····· 571
Mathieu function of the second kind ····· 571
Maximal function of several complex variables ····· 85
Maxwell equation ····· 450
Mayer field ····· 207
Mayer problem ····· 204
Mazur space ····· 115
Mellin transform on K^* ····· 259
Menger probabilistic normed linear space ····· 170
Menger space ····· 169
Mercer theorem ····· 493
Mergelyan's theorem ····· 236
Meyer wavelet ····· 360
Mihlin multiplier theorem ····· 248
Milne equation ····· 503
Minkowski content ····· 368
Minkowski dimension ····· 368
Minkowski dimensions of the graph of functions ····· 374
Minkowski function ····· 336
Minkowski theorem ····· 335
Minkowski functional gauge ····· 112
Mittag-Leffler theorem ····· 54
Monge axis ····· 437
Monge cone ····· 437
Monge curve ····· 437
Monge equation ····· 439
Monge pencil ····· 436
Monge vector ····· 437
Monge-Ampère equation ····· 487
Montel space ····· 116
Moran classes ····· 372
Moran sets ····· 372
Moreau-Rockafellar theorem ····· 339
Morera's theorem ····· 42
Morri distortion theorem ····· 52
Morse function ····· 281
Morse functional ····· 179
Morse index ····· 179
Morse index theorem ····· 283
Morse inequalities ····· 180
Morse inequalities ····· 282
Morse lemma ····· 281
Morse theory ····· 280
Morse type numbers ····· 179
Morse-Smale diffeomorphism ····· 531
Morse-Smale system ····· 530
Morse-Smale vector field ····· 531
MP-set ····· 323
Muckenhoupt's condition ····· 249
Müntz approximation ····· 233
Müntz polynomial ····· 233
Müntz system ····· 233
M-band wavelet ····· 362
majoriant series method ····· 389
mapping of a multiply-connected domain onto a domain bounded by circular arcs ····· 48
mapping of a multiply-connected domain onto a logarithmic spiral slit domain ····· 48
mapping of a multiply-connected domain onto a parallel slit domain ····· 48
mapping of holomorphic isomorphism ····· 75
mapping of preserving measurability ····· 94
mapping of the unit disk onto itself ····· 41
mapping of the upper half-plane onto itself or

lower half-plane ····· 41
mapping of the upper half-plane onto the interior of the unit disk ····· 41
mapping of type (M) ····· 164
mapping of type $(S)_+$ ····· 164
mapping of type (S) ····· 164
mapping radius ····· 49
mapping of preserving measure ····· 94
mask ····· 359
mathematics ····· 1
maximal abelian self-adjoint algebra ····· 151
maximal algebra ····· 148
maximal ideal ····· 148
maximal integral manifold ····· 271
maximal polar decomposition ····· 142
maximally accretive mapping ····· 164
maximally monotone mapping ····· 163
maximum modulus theorem ····· 46
maximum principle in "narrow domains" ····· 484
maximum principle of weakly coupled parabolic system ····· 466
maximum principle of parabolic equation ····· 464
mean value of function ····· 417
mean value property for harmonic function ····· 53
mean value theorem ····· 42
mean value theorem ····· 454
measurable dynamics ····· 541
measurable function ····· 93
measurable group ····· 99
measurable mapping ····· 93
measurable partition ····· 546
measurable rectangle ····· 96
measurable set ····· 12
measurable set ····· 90
measurable setvalued mapping ····· 166
measurable space ····· 90
measurable transformation ····· 543
measurable transformation ····· 94
measure ····· 89
measure algebra ····· 545
measure algebra ····· 91
measure and dimension of self-similar sets ····· 370
measure of Julia set ····· 541
measure of noncompactness ····· 162
measure problem ····· 92
measure ring ····· 91
measure ring of isomorphism ····· 91
measure space ····· 90
measure space of isomorphim ····· 91
measure theory ····· 87
measure zero ····· 268
measures of noncompactness ····· 424
measure-preserving transformation ····· 543
measure-theoretic entropy ····· 546
meromorphic function ····· 54
meromorphic function of several complex variables ····· 85
meromorphic function on complex manifold ····· 292
method of averaging ····· 423
method of constructing outer measure ····· 90
method of D-divide ····· 412
method of Lagrange multiplicator ····· 476
method of Liapunov functionals ····· 412
method of Liapunov functions ····· 422
method of operator ····· 385
method of parameter ····· 381
method of quasilinearization ····· 426
method of regularization ····· 436
method of steps ····· 408
method of vanishing viscosity ····· 451
method of Laplace transform ····· 384
method of the reduction of dimensions ····· 447
method of undetermined coefficient ····· 384
metric entropy ····· 235
metric linear space ····· 111
metric outer measure ····· 90
metric space ····· 109
metric space ····· 109
metric subspace ····· 109
metric tensor ····· 299
metrizable topological linear space ····· 112
microcontinuity ····· 351
microlocal analysis ····· 185
minimal attractive center ····· 515
minimal boundary ····· 317
minimal closed extension of linear operator ····· 134
minimal dynamical system ····· 515
minimal fine topology ····· 317
minimal harmonic function ····· 316
minimal normal extension ····· 143
minimal periodic orbit ····· 522
minimal rambling set ····· 538
minimal remaindes energy principle in elastic theory ····· 211
minimal set ····· 515
minimal surface ····· 197
minimal surface equation ····· 487
minimal thinness ····· 316
minimax ····· 210
minimax principle ····· 178
minimax principle ····· 479
minimizing sequences ····· 212
minimizing sequences ····· 477
minimum norm solutions ····· 421
minimum norm ····· 422
minimum set ····· 398
minimum principle ····· 305
mixed problem ····· 435
mixed boundary value problem ····· 460
model of classical analysis ····· 346

modification of critical exponent ····· 369
modification of set functions ····· 369
modified Bessel function ····· 563,617
modified Bessel function of the first kind ····· 563
modified Bessel function of the second kind ····· 563
modified Bessel functions of order of half odd integers ····· 618
modified Mathieu equation ····· 571
modified Mathieu function ····· 571
modified Mathieu function of the first kind ····· 571,639
modified Mathieu function of the second kind ····· 571,640
modified Mathieu function of the third kind ····· 572,641
modified Möbius inversion ····· 554
modified Möbius transform ····· 553
modified zeta function ····· 521
modular function ····· 64
modular group ····· 66
module containment of almost periodic function ····· 418
module of almost periodic functions ····· 417
modulus of complex number ····· 36
modulus of continuity ····· 215
modulus of continuity ····· 215
modulus of smoothness ····· 215
molecule ····· 252
monad ····· 349
monodromy theorem ····· 62
monotone approximation ····· 232
monotone class ····· 88
monotone function ····· 21
monotone iterative methods ····· 426
monotone mapping ····· 163
monotone rational approximation ····· 231
mountain pass lemma ····· 178
mountain pass lemma ····· 479
moving frame ····· 270
multifractal analysis of a measure ····· 377
multilinear operator ····· 255
multiple Fourier series ····· 243
multiple harmonic equations ····· 457
multiple harmonic operators ····· 457
multiple solution theorem ····· 479
multiplicative characteristic class ····· 290
multiplicative linear functionals ····· 148
multiplicative sequence belonging to power series ····· 290
multiplicative sequence ····· 289
multiplicity of eigenvalue ····· 135
multiplier ····· 243
multiplier ····· 260
multiplier ····· 539
multiplier operator ····· 248
multiply connected domain ····· 38
multiresolution analysis ····· 359
multivalued mapping ····· 165
multiwavelets ····· 363
multi-dimensional wavelet ····· 363
multi-valued analytic function ····· 62
mutual energy ····· 307
mutually singular generalized measures ····· 95
m-dissipative operator ····· 427

N

Navier-Stokes equation ····· 450
Neuman theorem ····· 231
Neumann boundary value problem ····· 435
Neumann function ····· 562
Neumann polynomial ····· 565,623
Neumann problem ····· 53
Neumann problem ····· 453
Neumann series ····· 491
Nevanlinna function class of several complex variables ····· 84
Nevanlinna theory ····· 58
Newton capacity ····· 310
Newton kernel ····· 303
Newton method ····· 542
Newton potential ····· 302
Newton potential of distribution ····· 316
Newton problem ····· 197
Newtonian potential ····· 455
Nikodym's boundedness theorem of vector valued measure ····· 103
Nirenberg inequality ····· 487
Noether equation ····· 200
Noether operator ····· 506
Noether theorems ····· 502
natural boundary condition ····· 202
natural boundary condition ····· 478
natural boundary of analytic function ····· 61
natural constraint ····· 203
natural decomposition axiom ····· 326
natural duality ····· 113
natural extension ····· 344
natural extension mapping ····· 344
natural parameter ····· 65
near standard points ····· 353
nearly continuous function ····· 14
nearly uniform convergence ····· 17
necessary conditions of strong extremum ····· 208
necessary conditions of weak extremum ····· 205
negative asymptotic orbit ····· 514
negative definite operator ····· 142
negative fixed point ····· 521
negative Lagrange stable ····· 515
negative Liapunov stability ····· 516
negative part of a function ····· 16
negative Poisson stable orbit ····· 513
negative sets of generalized measure ····· 94
negative subspace ····· 125

negative variation of generalized measure ····· 95
negative vector ····· 125
neighborhood of order 0 ····· 198
neighborhood of order 1 ····· 198
neighbourhood ····· 37
nest algebra ····· 152
net ····· 366
neutral almost periodic functional differential equation ····· 410
neutral differential-difference equation ····· 409
neutral functional differential equation with infinite delay ····· 407
neutral functional differential equation ····· 406
nilpotent operator ····· 135
no cycle condition ····· 533
node ····· 395
nonconvex analysis ····· 329
nondegenerate critical point ····· 179
nondegenerate subspace ····· 125
nonextension mapping ····· 162
nonholonomic constraint ····· 203
nonhomogeneous linear differential equation ····· 382
nonhomogeneous term of partial differential equation ····· 433
nonlinear approximation ····· 230
nonlinear eigenvalue ····· 157
nonlinear eigenvalue ····· 157
nonlinear eigenvector ····· 157
nonlinear eigenvector ····· 157
nonlinear Fredholm integral equation ····· 507
nonlinear integral equation ····· 507
nonlinear integral operator ····· 508
nonlinear mapping ····· 153
nonlinear operator ····· 153
nonlinear partial differential equation ····· 433
nonlinear singular integral equation ····· 507
nonlinear Volterra integral equation ····· 507
nonlinear version of the Hille-Yosida theorem ····· 427
nonsingular critical point ····· 394
nonsmooth analysis ····· 168
nonsmooth analysis ····· 329
nonstandard analysis ····· 341
nonstandard calculus ····· 346
nonstandard characterization of bounded subsets of metric spaces ····· 354
nonstandard characterization of Cauchy sequences of metric spaces ····· 354
nonstandard characterization of completeness of metric spaces ····· 354
nonstandard characterization of equicontinuity ····· 354
nonstandard functional analysis ····· 355
nonstandard measure theory ····· 354
nonstandard real numbers ····· 349
nonstandard realization of generalized functions ····· 355
nonstandard topology ····· 352
nonstandard universe ····· 343
nonstandard model of analysis ····· 346
nontangential boundary value ····· 313
nontangential limit value ····· 67
nontrigonometric Fourier analysis ····· 240
nonwandering point ····· 514
nonwandering set ····· 514
non-absolute integral ····· 19
non-archimedian norm ····· 258
non-atomic measure space ····· 92
non-atomic measure ····· 92
non-degenerate critical point ····· 281
non-degenerate harmonic sheaf ····· 323
nonhomogeneous boundary value problem ····· 435
non-homogeneous linear almost periodic differential equation ····· 418
non-omogeneous linear boundary value problem ····· 387
non-homogeneous linear differential equation ····· 380
non-linear axiomatic potential theory ····· 326
non-linear boundary value problem ····· 389
non-linear harmonic space ····· 326
non-linear partial differential equation of first order ····· 437
non-linear potential theory ····· 326
non-self-adjoint boundary value problem ····· 388
non-trivial factorization ····· 60
norm ····· 117
norm of bounded linear functional ····· 133
norm of bounded linear operator ····· 132
norm topology ····· 113
normable topological linear space ····· 113
normal cone ····· 334
normal cone ····· 426
normal extension ····· 143
normal family ····· 58
normal family of harmonic functions ····· 305
normal family of holomorphic functions ····· 59
normal family of meromorphic functions ····· 59
normal form of partial differential equation of first order ····· 439
normal mapping ····· 484
normal operator ····· 142
normal operator ····· 142
normal orthogonal system ····· 242
normal probability integral ····· 560
normal set ····· 538
normal structure ····· 119
normal trace ····· 151
normed algebra ····· 147
normed linear space ····· 117
normed ring ····· 147
norm-preserving isomorphism ····· 117
norm-preserving mapping ····· 118
nowhere dense set ····· 110

nowhere dense set ····· 110
nuclear C^*-algebra ····· 149
nuclear map ····· 116
nuclear space ····· 116
null set ····· 13
null set of class $N_{\mathscr{F}}$ ····· 319
null set of harmonic measure ····· 312
null space of linear operator ····· 132
nullity ····· 281
null-chain of a domain ····· 51
n-frame ····· 286
n-linear form ····· 155
n-linear operator ····· 155
n-positive linear functional ····· 150
n-positive linear map ····· 150

O

Orlicz space ····· 32
Ornstein theorem ····· 545
oblique derivative boundary condition ····· 484
oblique derivative problem ····· 483
obstruction set ····· 537
occupancy density ····· 374
one dimensional dynamical system ····· 519
one parameter group of diffeomorphisms ····· 270
one sided extremum ····· 209
one-parameter transformation group ····· 511
one-side topological Markov chains ····· 519
open covering ····· 37
open mapping theorem ····· 134
open mapping theorem ····· 134
open mapping theorem ····· 134
open mapping theorem ····· 48
open plane ····· 36
open Riemann surface ····· 63
open set ····· 37
open set condition ····· 371
operational calculus ····· 138
operator analytic semigroup ····· 146
operator group ····· 145
operator group of class C_0 ····· 146
operator of divergence form ····· 455
operator of local type ····· 507
operator of Schatten p-class ····· 136
operator of strong type (p,q) ····· 250
operator of trace class ····· 137
operator of weak type (p,q) ····· 250
operator range ····· 134
operator semigroup ····· 427
operator semigroup method ····· 442
operator semi-group ····· 144
operator semi-group of class C_0 ····· 144
operator semi-group on Banach space ····· 145
operator theory ····· 131
operator valued measure ····· 102
operator ∂ ····· 279
operator $\bar{\partial}$ ····· 279
optimal control of continuous dynamic system ····· 476
optimal degree of approximation ····· 225
optimal field ····· 208
optimal subspace ····· 234
orbit ····· 415
orbit ····· 512
orbital stability ····· 403
order bounded ····· 130
order convergence ····· 130
order limit ····· 130
order of an entire function ····· 56
order of approximation of function class ····· 234
order of branch point ····· 62
order of elliptic function ····· 567
order of ordinary differential equation ····· 379
order of partial differential equations ····· 433
order of the center ····· 514
ordered linear space ····· 129
order of rational approximation ····· 231
order-bounded linear operator ····· 131
order-complete vector lattice ····· 130
ordinary differential equation ····· 378
ordinary differential operator ····· 181
orientable manifold ····· 274
orientation of boundary ····· 275
orientation on manifold ····· 274
orientation on vector space ····· 274
orientation preserving map ····· 274
oriented bundle ····· 287
oriented cobordism class ····· 289
orthocomplementation orthocomplement, orthogonal complement ····· 123
orthogonal complement ····· 123
orthogonal direct sum of linear operators ····· 139
orthogonal function system ····· 242
orthogonal injection ····· 104
orthogonal polynomials ····· 221
orthogonal polynomials of a discrete variable ····· 575
orthogonal projection ····· 104
orthogonal projection ····· 123
orthogonal projection ····· 123
orthogonal projection operator ····· 139
orthogonal sum ····· 124
orthogonal sum ····· 124
orthogonal ····· 123
orthogonal ····· 123
orthogonal system ····· 123
orthogonal system ····· 123
orthogonal system ····· 242
orthogonal system of polynomials ····· 222
orthogonalization ····· 124
orthogonal projection operator ····· 139
orthonormal basis ····· 124

orthonormal basis ····· 124
orthonormal multiresolution analysis ····· 359
orthonormal system ····· 123
orthonormal system ····· 123
orthonormal system ····· 123
orthonormal system ····· 242
orthonormal system in L^2 ····· 29
orthonormal systems of polynomials ····· 222
orthonormal wavelet ····· 359
orthonormal wavelet basis ····· 359
oscillation of solution ····· 413
oscillatory integral ····· 182
oscillatory integral ····· 254
oscillatory integral ····· 471
oscillatory singular integral ····· 255
outer capacity ····· 308
outer function ····· 67
outer mapping radius ····· 318
outer measure ····· 89
outer regular measure ····· 98
over convergence ····· 238
overdetermined equation system ····· 433
overflow principle ····· 345

P

PA property ····· 236
Padé approximation ····· 232
Padé table ····· 232
Painlevé null-set ····· 319
Painlevé theorem ····· 61
Palais-Smale condition ····· 479
Paley-Wiener theorem ····· 246
Pall-type interpolation approximation ····· 229
Parseval equality ····· 243
Parseval equality ····· 29
Parseval formula ····· 262
Parseval identity ····· 124
Parseval theorem ····· 243
PB solution ····· 315
Peixoto's theorem ····· 531
Perron integral ····· 27
Perron lower function ····· 26
Perron upper function ····· 26
Pesin entropy formula ····· 550
Pesin theory ····· 550
pesudo-differential operator of real principal type ····· 469
Peter-Weyl theorem ····· 257
Pettis integral ····· 101
Pettis integral ····· 167
Pettis theorem on measurablity ····· 100
Phragmen-Lindelöf theorem ····· 46
Picard problem ····· 481
Picard successive approximation method ····· 386
Picard theorem ····· 56
Picard theorem for abstract Cauchy problem ····· 423
Plancherel theorem ····· 245
Plancherel theorem ····· 258
Plancherel theorem ····· 262
Plancherel transform ····· 262
Plateau problem ····· 198
Plemeli's formulas ····· 69
Plemeli-Privalov theorem ····· 498
Plemeli-Sokhozki formula ····· 497
Pochhammer contour ····· 559
Poincaré cone condition ····· 314
Poincaré duality theorem ····· 300
Poincaré inequality ····· 488
Poincaré Lemma ····· 284
Poincaré map ····· 512
Poincaré mapping ····· 396
Poincaré sphere ····· 395
Poincaré theorem on ring domain ····· 397
Poincaré recurrence theorem ····· 543
Poincaré-Bendixson theorem ····· 397
Poincaré-Hopf index theorem ····· 535
Poisson bracket ····· 437
Poisson formula ····· 447
Poisson integral ····· 246
Poisson integral ····· 304
Poisson integral ····· 84
Poisson integral formula ····· 53
Poisson kernel ····· 244
Poisson kernel ····· 455
Poisson kernel function ····· 84
Poisson mean ····· 244
Poisson stable orbit ····· 513
Poisson's equation ····· 454
Poisson's integral ····· 455
Poisson's integral formula ····· 454
Poisson's kernel ····· 53
Pontriagin class ····· 288
Pontriagin number ····· 288
Pontriakin space ····· 125
Pontryagin duality theorem ····· 261
Pontryagin theorem ····· 410
Pontryagin-Andronov's theorem ····· 530
Prandtl integral-differential equation ····· 508
Putnam-Fuglede theorem ····· 143
PWB solution ····· 315
P-harmonic space ····· 325
P-stable orbit ····· 513
packing dimension ····· 369
packing dimension of product of fractals ····· 370
packing dimensions of a measure ····· 376
packing measure ····· 369
packing measure of product of fractals ····· 370
parabolic bundle ····· 42
parabolic cylinder function ····· 560,608
parabolic domain ····· 540

parabolic evolution system ····· 428
parabolic function ····· 561
parabolic pencil of circles ····· 41
parabolic system ····· 466
parabolic transformation ····· 40
parabolic weight ····· 466
paralinearization ····· 188
parametric representation method of univalent functons ····· 50
parametric variational integral ····· 209
parametrix ····· 296
parametrix ····· 469
parametrix ····· 469
parametrix method of parabolic equation ····· 462
parametrix of parabolic equation ····· 463
paranorm ····· 117
paranormed linear space ····· 117
paraproduct ····· 186
paraproduct operator ····· 187
paratingent cone ····· 334
para-differential operator ····· 187
para-Fourier integral operators ····· 188
partial derivative ····· 155
partial differential equation of hyperbolic type ····· 444
partial differential equation of mixed type ····· 467
partial differential equation of parabolic type ····· 460
partial differential equations ····· 433
partial differential operator ····· 181
partial differential operator on manifold ····· 472
partial fraction decomposition ····· 54
partial homogeneous Cantor sets ····· 373
partial hyperreal solution ····· 348
partial isometric operator ····· 140
partial real solution ····· 348
partial solution theorem ····· 348
partially ordered vector space ····· 129
particular solution of ordinary differential equation ····· 379
partition of unity ····· 265
path ····· 42
path sets ····· 371
path space ····· 283
pencil of circles ····· 41
perfect kernel ····· 321
perfect reconstruction condition for biorthonormal scaling sequences ····· 362
perfect reconstruction condition for scaling sequence ····· 360
period of differential forn ····· 284
period of periodic orbit ····· 512
period parallelogram ····· 567
periodic component ····· 540
periodic cycle ····· 540
periodic Lamé function ····· 569,636
periodic orbit ····· 512
periodic point ····· 512
periodic solution of differential equation ····· 396
periodic systems ····· 416
permanence principle ····· 345
permutable function ····· 542
perservation of circle by fractional linear transformation ····· 41
perturbation ····· 399
perturbation theory for linear operator ····· 138
phase function ····· 181
phase functions ····· 471
piecewise monotone maps ····· 519
plurisubharmonic exhaustive function ····· 78
plurisubharmonic function ····· 78
point at infinity ····· 36
point of density ····· 13
point of density ····· 13
point of rarity ····· 13
point spectrum ····· 135
pointwise degenerate system ····· 408
pointwise dimension of a measure ····· 376
polar ····· 116
polar cone ····· 333
polar decomposition of a complex measure ····· 96
polar decomposition of linear operator ····· 142
polar set ····· 310
polar set ····· 333
polar topology ····· 116
polarity function ····· 337
polarization identity ····· 125
pole ····· 44
polycylinder in C^n ····· 74
polyenlargement ····· 346
polygamma function ····· 552
polygonal mapping ····· 48
polyharmonic function ····· 318
polynomial compact operator ····· 136
polynomials of best approximation ····· 218
polynomial-like map ····· 542
polysaturated nonstandard universe ····· 345
positive variation of generalized measure ····· 94
positive asymptotic orbit ····· 514
positive cone ····· 130
positive definite function ····· 262
positive definite functions ····· 100
positive definite kernel ····· 191
positive definite kernel ····· 302
positive definite operator ····· 142
positive element ····· 130
positive element in C^*-algebra ····· 150
positive homogeneous function ····· 336
positive kernel ····· 302
positive Lagrange stable ····· 515
positive Liapunov stability ····· 516
positive linear functional ····· 149

positive linear map on C^*-algebra ····· 150
positive linear operator ····· 131
positive measure ····· 91
positive operator ····· 142
positive operator ····· 163
positive operator ····· 477
positive part of a function ····· 16
positive Poisson stable orbit ····· 513
positive sets of generalized measure ····· 94
positive subspace ····· 125
positive definite symmetric kernel ····· 493
positive vector ····· 125
post-singular set ····· 540
potential ····· 302
potential equation ····· 452
potential in harmonic space ····· 325
potential kernel on group ····· 320
potential of a measure ····· 367
potential of distribution ····· 316
potential of double layer ····· 303
potential of simple layer ····· 303
potential theory ····· 301
potential theory for Brownian motion ····· 327
potential theory for Markov processes ····· 328
potential theory on group ····· 320
potentiality of Remesky operator ····· 192
power function of a complex variable ····· 39
power series ····· 44
prescribed mean curvature equation ····· 487
preservation of region by an analytic function ····· 47
preservation of symmetry by fractional linear transformations ····· 41
presheaf ····· 291
presheaf of sections of a sheaf ····· 291
press ····· 375
pre-dimension sequences ····· 373
pre-packing dimension ····· 369
pre-packing measure ····· 369
pre-periodic component ····· 539
pre-self-similar set ····· 365
prime C^*-algebra ····· 149
prime ends ····· 51
prime function ····· 60
prime ideal of C^*-algebra ····· 149
primitive C^*-algebra ····· 149
primitive function of generalized function ····· 127
primitive ideal ····· 149
principal operators ····· 471
principal symbol of partial differential operators ····· 457
principal value of the logarithmic function ····· 39
principle of accumulation for the sequence of generalized analytic functions ····· 71
principle of analytic continuation ····· 60
principle of mass distribution ····· 367
principle of positivity of mass on group ····· 321
principle of the condensation of singularities ····· 134
principle operator in the narrow sense ····· 472
principle value of argument of complex number ····· 36
prior estimate ····· 485
probabilistic bounded subset ····· 170
probabilistic condensing mapping ····· 171
probabilistic diameter ····· 170
probabilistic measures of noncompactness ····· 170
probabilistic metric space ····· 169
probabilistic normed line-ar space ····· 170
probabilistic precompact subset ····· 170
probabilistic set contractive mapping ····· 171
probability integral ····· 560,606
probability measure ····· 91
probability potential theory ····· 327
probability space ····· 91
problem of conjunction ····· 69
problem of the quickest descent line ····· 475
process ····· 415
product formula for Chern class ····· 288
product manifold ····· 265
product measure ····· 97
product of fractals ····· 370
product of generalized function and function ····· 128
product of measure spaces ····· 97
product space of linear subspace ····· 109
product σ-algebra ····· 96
product of measurable spaces ····· 96
projection of fractal ····· 370
projection operator ····· 139
projection operator ····· 139
projection operator ····· 295
projective limit ····· 117
projective operator ····· 135
projective topology ····· 117
proper convex function ····· 336
proper mapping ····· 161
proper rectangle ····· 534
proper subsets ····· 468
proper support distribution ····· 468
proper support generalized functions ····· 468
properly discontinuous group ····· 277
properly discontinuous group ····· 633
properly elliptic operators ····· 457
properly supported pseudo differential operators ····· 468
properties of equation with symmetric kernel ····· 492
pseudo local operators ····· 468
pseudo local property ····· 468
pseudo-differential operator in $\mathbf{R}^n$ ····· 295
pseudo-differential operator on complex vector bundle ····· 296
pseudo-differential operator with compact support ····· 295
pseudo-differential operators ····· 183

pseudo-differential operators ····· 468
pseudo-differential operator on manifold ····· 295
pseudo-expanding meromorphic function ····· 542
pseudo-gradient flow ····· 177
pseudo-gradient vector field ····· 177
pseudo-monotone mapping ····· 164
pseudo-orbit tracing property ····· 517
psi function ····· 552,579
pull-back ····· 269
pure imaginary number ····· 35
pure state ····· 150
purely infinite projection ····· 152
pure-infinite v. N. algebra ····· 151
p-adic number field ····· 258
p-chain ····· 274
p-series field ····· 258

Q

Q-topology ····· 353
quadratic functional ····· 125
quadratic transformations of the hypergeometric functions ····· 585
qualitative theory of ordinary differential equations ····· 394
quasicircle ····· 52
quasiconcave function ····· 336
quasiconformal mapping ····· 51
quasiconformal reflection ····· 52
quasiconvex domain ····· 78
quasiconvex function ····· 336
quasilinear elliptic equations of second order ····· 455
quasimonotone of a operator ····· 426
quasisymmetric function ····· 52
quasi-barrel ····· 115
quasi-barreled space ····· 115
quasi-complete topological linear space ····· 111
quasi-distance ····· 109
quasi-everywhere ····· 308
quasi-Fredholm equation ····· 502
quasi-Fredholm operator ····· 502
quasi-Hermite Fejer interpolation polynomial ····· 230
quasi-invariant measure ····· 99
quasi-inverse element ····· 147
quasi-invertible element ····· 147
quasi-linear partial differential equation ····· 433
quasi-linear partial differential equation of first order ····· 436
quasi-linear potential theory ····· 326
quasi-minimal set ····· 514
quasi-nilpotent operator ····· 136
quasi-nilpotent operator ····· 136
quasi-norm ····· 117
quasi-normal family ····· 59
quasi-normal operator ····· 143
quasi-normal operator ····· 143
quasi-periodic function ····· 420
quasi-periodic linear system ····· 420
quasi-periodic point ····· 512
quasi-positive denifite kernel ····· 191
quasi-similar linear operators ····· 135
quasi-variational inequality ····· 480
quotient linear space ····· 108
quotient metric space ····· 109
quotiently normed linear space ····· 118
q-quasiconvex domain ····· 280

R

Radon integral equation ····· 496
Radon measure ····· 98
Radon transformation ····· 496
Radon-Nikodym derivative ····· 96
Radon-Nikodym property ····· 102
Radon-Nikodym theorem ····· 95
Rankine-Hugoniot condition ····· 450
rarefaction wave ····· 451
rate of dilatation-magnificationratio ····· 47
rational approximation ····· 231
ray,halfline ····· 330
Rayleigh-Ritz method ····· 212
Razumikhin's condition ····· 412
Reinhardt domain ····· 74
Reisz basis ····· 359
Remesky operator ····· 192
Riccati equation ····· 381
Riemann boumdary value problem ····· 69
Riemann boundary problem of generalized analytic function ····· 71
Riemann boundary value problem ····· 498
Riemann differential equation ····· 554
Riemann form ····· 277
Riemann formula ····· 482
Riemann function ····· 481
Riemann invariant ····· 451
Riemann manifold ····· 299
Riemann mapping theorem ····· 48
Riemann mapping theorem of generalized analytic function ····· 71
Riemann method of the generalized Cauchy problem ····· 482
Riemann metric ····· 161
Riemann P equation ····· 554
Riemann problem ····· 450
Riemann problem ····· 498
Riemann sphere ····· 36
Riemann surface ····· 279
Riemann surface ····· 62
Riemann zeta function ····· 552,580
Riemann-Hilbert boundary value problem of generalized analytic functions ····· 71
Riemann-Hilbert boundary value problem ····· 69

Riemann-Lebesgue lemma ····· 246
Riemann-Roch theorem ····· 63
Riemann-Roch-Hirzebruch theorem ····· 298
Riemann-Schwarz reflection principle ····· 61
Riemann-Schwarz symmetry principle ····· 61
Riesz convexity theorem ····· 250
Riesz decomposition in harmonic space ····· 325
Riesz decomposition theorem ····· 306
Riesz fractional integration ····· 260
Riesz kernel ····· 302
Riesz lemma ····· 119
Riesz operator ····· 295
Riesz operator ····· 505
Riesz potential ····· 302
Riesz potential ····· 250
Riesz representable operator ····· 103
Riesz representation theorem ····· 31
Riesz space ····· 129
Riesz theorem ····· 17
Riesz transform ····· 249
Riesz-Fischer theorem ····· 123
Riesz-Fisher theorem ····· 29
Riesz-Schauder theory ····· 136
Ritz method ····· 211
Ritz method ····· 478
Robertson's conjecture ····· 50
Robin problem ····· 454
Robin boundary value problem ····· 435
Robinson sequential lemma ····· 345
Rouché theorem ····· 44
Royden compactification ····· 317
Rubin constant ····· 310
Ruelle inequality ····· 550
Runge domains in $\mathbf{C}^n$ ····· 78
Runge type theorem ····· 78
Runge's theorem ····· 236
R-conjugacy ····· 526
R-equivalence ····· 526
radical function of a complex variable ····· 39
radical of Banach algebra ····· 147
rambling set ····· 538
ramified property of characters on local fields ····· 259
range split ····· 159
rank theorem ····· 267
reaction-diffusion equations system ····· 467
real axes ····· 36
real character of Hardy spaces ····· 251
real n-plane bundle ····· 285
real part ····· 35
real vector bundle ····· 269
rearrangement function ····· 241
recession cone ····· 333
rectangular decomposition of linear operator ····· 142
recurrence motion ····· 515
recurrence of domain ····· 514
recurrence orbit ····· 515
recurrence theorem ····· 521
recurrent convolution semigroup ····· 320
reduced function ····· 311
reduced measure ····· 321
reducible analytic subset ····· 277
reducing subspace ····· 139
reflexive normed linear space ····· 119
reflexive operator algebra ····· 153
reflexive locally convex space ····· 116
region ····· 38
region-preserving theorem of generalized analytic function ····· 71
regualar submanifold ····· 160
regular Borel measure ····· 98
regular boundary point ····· 314
regular cone ····· 426
regular decomposition of Pontriakin space ····· 125
regular domain ····· 324
regular element ····· 147
regular elliptic problem ····· 457
regular embedding ····· 159
regular function ····· 260
regular function ····· 38
regular generalized function ····· 127
regular hyperbolic type ····· 445
regular imbedding ····· 267
regular linear operator ····· 133
regular measure ····· 97
regular oblique derivative boundary condition ····· 484
regular point ····· 312
regular point of mapping ····· 159
regular set ····· 135
regular set ····· 323
regular singurality ····· 391
regular solution ····· 434
regular submanifold ····· 267
regular value of mapping ····· 160
regularity of solutions of elliptic equations ····· 470
regularity of solutions of heat equation ····· 462
regularity theorem ····· 299
regularization ····· 260
regularization of singular integral equation ····· 500
regularization operator ····· 500
relation between dimension and pointwise dimension ····· 376
relation between integral equations and differential equations ····· 494
relation between L^p dimensions of measures ····· 377
relationship for various exponents ····· 369
relative algebraic interior ····· 331
relative derivative of measures ····· 96
relative dimension function ····· 152
relative extreme value ····· 198
relative interior ····· 331

relative invariant measure ····· 99
relaxed Newton method ····· 542
remote points ····· 353
remoteness theorem ····· 353
removable set ····· 319
removable singularity ····· 44
renewal equation ····· 410
renormalization ····· 542
repelling periodic points ····· 539
representation of Banach algebra ····· 147
representation of C^*-algebra ····· 150
representation of commutative Banach algebra ····· 148
representation of commutative C^*-algebra ····· 149
representation of complex number ····· 35
representation theorem ····· 393
reproducing kernel for L_a^2 functions ····· 67
residue ····· 43
residue ····· 43
residue spectrum ····· 135
residue theorem ····· 43
residue theorem ····· 43
resolution of sheaf ····· 292
resolution of the identity for continuous wavelet transform ····· 356
resolution of the identity for continuous windowed Fourier transform ····· 357
resolution of the identity for dyadic wavelet transform ····· 361
resolution of the identity ····· 139
resolutive set ····· 323
resolvent equation ····· 135
resolvent kernel ····· 491
resolvent operator ····· 135
resolvent set ····· 135
resonance theorem ····· 133
rest point ····· 512
restriction theorem of the Fourier transform ····· 255
retarded almost periodic functional differential equation ····· 410
retarded differential-difference equation ····· 409
retarded functional differential equation with infinite delay ····· 407
retarded functional differential equation ····· 406
retarded potential ····· 447
right factor ····· 60
right invariant measure ····· 98
right prime function ····· 60
ring ····· 88
ring generated by a collection of sets ····· 88
rotated vector field ····· 398
rotation ····· 172
rotation number ····· 400
rotation number ····· 535
rotational paraboloidal function ····· 561
rotation of the Koebe function ····· 50
row dominant ····· 421

S

S^1-index ····· 181
Sard theorem ····· 268
Sard-Smale theorem ····· 160
Sarkovskii order ····· 521
Sarkovskii theorem ····· 521
Schauder bases ····· 121
Schauder estimates ····· 485
Schauder fixed point theorem ····· 174
Schauder global estimates ····· 485
Schauder interior estimates ····· 485
Schief theorem ····· 371
Schläfli polynomial ····· 565,624
Schmidt formula ····· 493
Schmidt-Picard theorem ····· 495
Schottky theorem ····· 57
Schröder domain ····· 540
Schröder functional equation ····· 509
Schrödinger equation ····· 442
Schubert symbol ····· 286
Schur space ····· 113
Schwarz formula ····· 53
Schwarz inequality ····· 123
Schwarz space ····· 247
Schwarz theorem ····· 398
Schwarzian condition ····· 521
Schwarzian derivative ····· 521
Schwarz's lemma ····· 47
Serre duality theorem ····· 294
Serre theorem ····· 294
Shannon sample theorem ····· 357
Shannon-McMillan-Breiman theorem ····· 547
Siegel disc ····· 540
Siegel domain ····· 76
Siegel domains of first kind ····· 77
Siegel domains of second kind ····· 77
Siegel point ····· 539
Sierpiński covering theorem in measure ····· 13
Sierpiński gasget ····· 371
Silov boundary ····· 318
Silov boundary of a domain ····· 76
Sinai-Ruelle-Bowen measure ····· 549
Slater condition ····· 338
slope function ····· 206
SLp domain ····· 280
Smale's horseshoe ····· 536
Smirnov domain ····· 237
Smirnov function class of several complex variables ····· 85
Sobolev inequalities ····· 456
Sobolev space ····· 247
Sobolev spaces ····· 456
Sobolev imbedding theorems ····· 456

Sokhozki formula ····· 69
Sokhozki theorem ····· 55
Steenrod operation ····· 287
Stefan problem ····· 465
Stein manifold ····· 276
Stein manifold ····· 82
Steiner circles ····· 41
Steklov theorem ····· 30
Stiefel manifold ····· 286
Stiefel-Whitney classes ····· 285
Stiefel-Whitney number ····· 286
Stieltjes integral equation ····· 496
Stirling's formula ····· 552
stochastic differential equation ····· 430
Stoilow compactification ····· 317
Stokes' theorem ····· 274
Stolz's path ····· 40
Stone theorem of unitary operator group ····· 146
Stone Čech compactification ····· 317
Stone's approximation theorem ····· 214
Straszewicz theorem ····· 333
Struve function ····· 564,620
Sturm-Liouville boundary value problem ····· 388
Szegő polynomials ····· 236
S-continuity ····· 351
S-harmonic space ····· 325
S-limit ····· 353
S-measure ····· 355
S-topology ····· 353
saddle point ····· 395
saddle point ····· 524
saturated nonstandard universe ····· 345
saturated superstructure embedding ····· 350
saturation axiom ····· 348
saturation in $C_{2\pi}$ ····· 225
saturation in $C[a,b]$ ····· 225
saturation property of polyenlargements ····· 346
scalar operator ····· 138
scaling function ····· 359
scaling sequence ····· 363
scattering data ····· 452
scattering inversion method ····· 451
second category set ····· 110
second conjugate function ····· 337
second maximum principle ····· 303
second mean value theorem of Lebesgue integral ····· 19
second order equations with nonnegative characteristic form ····· 452
second order linear hyperbolic equation ····· 444
second order nonlinear hyperbolic equation ····· 448
second variation ····· 204
second variation formula ····· 283
second boundary value problem ····· 453
section of sheaf ····· 291
section properties of a measurable set in a product space ····· 12
sectoral harmonics ····· 558
segment in linear space ····· 110
self-adjoint boundary value problem ····· 387
self-adjoint boundary value problem ····· 458
self-adjoint differential equation ····· 385
self-adjoint eigenvalue problem ····· 387
self-adjoint extension of symmetric operator ····· 142
self-adjoint operator ····· 141
self-adjoint operator ····· 141
self-adjoint operator algebra ····· 150
self-commutator of linear operator ····· 144
self-similar measure ····· 376
self-similar set ····· 365
semi extremal subset ····· 333
semicontinuous mapping ····· 153
semicontinuous mapping ····· 154
semigroup of compact operators ····· 146
semigroup of differentiable operators ····· 146
semigroup property of solution of heat equation ····· 462
seminorm ····· 117
semireflexive locally convex space ····· 116
semisimple Banach algebra ····· 147
semi-absolutely continuous function ····· 23
semi-bilinear functional ····· 124
semi-bounded operator ····· 142
semi-conjugacy ····· 526
semi-continuity of a set-valued map ····· 340
semi-continuous function ····· 15
semi-fine limit ····· 313
semi-finite projection ····· 152
semi-finite trace ····· 151
semi-finite v. N. algebra ····· 151
semi-flow ····· 511
semi-inner product ····· 424
semi-linear partial differential equation ····· 433
semi-negative subspace ····· 125
semi-Noether operator ····· 506
semi-polar set ····· 313
semi-positive definite kernel ····· 493
semi-positive subspace ····· 125
semi-ring ····· 88
semi-scalar product ····· 146
semi-separated solutions ····· 422
semi-stability ····· 526
semi-stable limit cycle ····· 396
semi-thinness ····· 313
separable metric space ····· 109
separable metric space ····· 109
separably-valued vector valued function ····· 100
separated measurable group ····· 99
separation of variables ····· 380
separation of variables ····· 480
separation theorem for disjoint convex sets ····· 112
separation theorem of convex sets ····· 332

separation theorem on semi-continuous function …… 15
sequence continuity of mapping …… 153
sequentially compact set …… 110
sequentially complete topological linear space …… 111
sequentially lower semicontinuous function …… 177
sequentially normed linear space …… 113
sequentially comprehensive nonstandard universe …… 346
sequentially semi-normed linear space …… 113
sequentially-weakly lower semicontinuous functional …… 177
series of Banach space …… 121
set contractive mapping …… 162
set contractive vector field …… 162
set function …… 89
set of (outer) capacity zero …… 308
set of inner capacity zero …… 308
set of inner inverse capacity zero …… 310
set of outer inverse capacity zero …… 310
set of points in $\mathbb{R}^n$ …… 10
set of the first category …… 110
set of the second category …… 110
set of type F_σ …… 11
set of type G_δ …… 11
setvalued approximating proper mapping …… 167
setvalued compact mapping …… 167
setvalued completely continuous mapping …… 167
setvalued cone mapping …… 167
setvalued mapping …… 165
setvalued mapping of type (M) …… 168
setvalued mapping of type $(S)_+$ …… 168
setvalued mapping of type (S) …… 168
setvalued maximal monotone mapping …… 167
setvalued nonextension mapping …… 167
setvalued pseudo-monotone mapping …… 168
setvalued set-contractive mapping …… 167
setvalued vector field …… 167
setvalued accretive mapping …… 168
setvalued condensing mapping …… 167
setvalued contractive mapping …… 167
setvalued monotone mapping …… 167
set-valued analysis …… 330
set-valued map …… 340
shadow …… 349
sharp function …… 252
sheaf …… 291
sheaf homomorphism …… 291
sheaf isomorphism …… 291
sheaf of functions …… 323
sheaf of functions …… 323
sheaf of germ of sections of the bundle …… 292
sheaf of germs of meromorphic functions …… 292
sheaf of O-modules …… 292
sheaf theory …… 290
shift automorphism …… 519
shift homeomorphism …… 517
shift invariant set …… 519
shift operator …… 143
shift operator …… 143
shift self-homeomorphism …… 519
shift self-map …… 519
shifted Chebyshev polynomial of the first class …… 574
shifted Chebyshev polynomial of the second class …… 574
shock wave …… 450
shock wave …… 450
short-time Fourier transform …… 357
signature …… 290
signature theorem …… 290
signed measure …… 94
similar linear operators …… 135
similar mapping …… 365
similarity dimension of self-similar sets …… 370
simi-fine boundary value …… 313
simple C^*-algebra …… 149
simple function …… 16
simple function …… 92
simple periodic orbit …… 522
simple singularity …… 525
simple wave …… 451
simplex …… 331
simply connected domain …… 38
simply minimal rambling set …… 538
simultaneous approximation …… 230
sine Fourier coefficient …… 241
sine integral …… 561,607
single layer potential …… 488
singlevalued approximation for setvalued mapping …… 166
singlevalued selection of setvalued mapping …… 166
single-valued extension property of linear operator …… 138
singular …… 535
singular exponent of a measure …… 376
singular function …… 24
singular initial value problem …… 467
singular integral equation …… 496
singular integral equation in high dimension …… 504
singular integral equation with Cauchy kernel …… 499
singular integral equation with Hilbert kernel …… 501
singular integral equation with shift …… 504
singular integral operator in high dimension …… 505
singular point …… 512
singular point …… 540
singular point of analytic function …… 61
singular point of mapping …… 160
singular points set …… 540
singular Radon transform …… 257
singular solution …… 437
singular solution of ordinary differential equa-

tion ····· 381
singular spectrum ····· 470
singular support ····· 470
singular value of mapping ····· 160
singularities of linear equation of n-th order ····· 392
singularities of the first kind ····· 391
singularities of the second kind ····· 391
singularity ····· 390
singular self-adjoint boundary value problem ····· 388
sink point ····· 524
slability under disturbances from the hull ····· 422
smooth Banach space ····· 121
smooth covering surface ····· 64
smooth distribution ····· 270
smooth flow ····· 270
smooth flow ····· 511
smooth manifold ····· 265
smooth vector field ····· 270
smoothing operator ····· 361
smoothing operators ····· 468
soft sheaf ····· 292
solid harmonics ····· 558
soliton ····· 451
soliton wave ····· 451
solution axiom ····· 348
solution by power series ····· 385
solution for $\mathscr{U}$-generalized Dirichlet problem ····· 323
solution map ····· 409
solution of Cauchy problem of nonhomogeneous wave equation ····· 447
solution of Cauchy problem for heat equation ····· 462
solution of Cauchy problem of homogeneous wave equation ····· 446
solution of characteristic equation ····· 500
solution of ordinary differential equation ····· 379
solution of second order linear elliptic equation of divergence form ····· 485
solution of the deterministic problem ····· 435
solution of weak equilibrium problem ····· 309
solutions of partial differential equation ····· 433
solutions of the confluent hypergeometric equation ····· 602
solving kernel ····· 190
source point ····· 524
space generated by a weakly compact subset ····· 120
space of bounded linear operators ····· 133
spaces generated by blocks ····· 252
spaces of homogeneous type ····· 255
space-like hypersurface ····· 445
spcetral radius ····· 135
special cases of the hypergeometric function ····· 587
special function ····· 551
special functional equations ····· 508
special solution ····· 437
special values of the hypergeometric function ····· 586
specification ····· 517
spectral decomposition of self-adjoint ····· 141
spectral decomposition of unitary operator ····· 141
spectral dimension of a measure ····· 376
spectral integral ····· 139
spectral isomorphism of measure-preserving transformations ····· 545
spectral mapping theorem ····· 139
spectral maximal subspace ····· 137
spectral measure ····· 139
spectral measure space ····· 139
spectral operator ····· 138
spectral radius ····· 147
spectral representation of normal operator ····· 142
spectral representation of self-adjoint operator ····· 141
spectral representation of unitary operator ····· 141
spectral resolution of normal operator ····· 142
spectral system ····· 140
spectral isomorphism invariant ····· 545
spectrum ····· 135
spectrum ····· 135
spectrum ····· 420
spectrum decomposition ····· 532
spherical Bessel equation ····· 563
spherical Bessel function ····· 563
spherical Bessel function of the first kind ····· 563
spherical Bessel function of the second kind ····· 563
spherical Bessel function of the third kind ····· 563
spherical distance ····· 36
spherical function ····· 557
spherical Hankel function ····· 563
spherical harmonic function ····· 246
spherical harmonics function ····· 246
spherical Neumann function ····· 563
spheroidal function ····· 570
spheroidal harmonic function ····· 246
spheroidal wave function ····· 570
splitting of linear integral operator ····· 191
stability ····· 400
stability condition ····· 361
stability conjecture ····· 531
stability depend on delays ····· 411
stability depend on initial instants ····· 411
stability for all delays ····· 412
stability in linear homogeneous systems ····· 401
stability in product spaces ····· 403
stability in the critical cases ····· 403
stability in the first approximation ····· 401
stability in the sense of Liapunov ····· 401
stability of functional differential equation ····· 411
stability of nonlinear operator semigroups ····· 429
stability of solution ····· 435
stability of the closed orbit of autonomous systems ····· 404

stability theory of ordinary differential equation ····· 400
stability under persistent disturbances ····· 404
stable D operators ····· 411
stable domain ····· 539
stable families of generators ····· 429
stable for large time lag ····· 411
stable limit cycle ····· 396
stable manifold ····· 529
stable manifold ····· 550
stable set ····· 530
stably equivalent for vector bundle ····· 297
stalk ····· 291
standard analysis ····· 342
standard definition principle ····· 345
standard entity ····· 345
standard hypothesis ····· 418
standard part ····· 349
standard part axiom ····· 349
standard part map ····· 349
standard part theorem ····· 349
standard p-simplex ····· 274
standard real numbers ····· 349
standard systems of equations ····· 537
standard universe ····· 343
standsrd model of analysis ····· 346
star operator ····· 299
star region ····· 38
starlike domain in $\mathbf{C}^n$ ····· 74
state ····· 150
stationary curve ····· 200
stationary function ····· 200
stationary point ····· 200
stationary surface ····· 200
stationary value ····· 200
statistics-selfsimilar set ····· 365
straight line ····· 330
stereographic projection ····· 36
strict elliptic partial differential equations of second order ····· 452
strict inductive limit ····· 116
strict inductive locally convex topology ····· 117
strict Legendre condition ····· 205
strictly concave function ····· 336
strictly convex function ····· 335
strictly convex normed linear space ····· 120
strictly differentiable ····· 155
strictly monotone mapping ····· 163
strictly nonextension mapping ····· 162
strictly pseudoconvex domain ····· 79
strictly quasiconcave function ····· 336
strictly quasiconvex function ····· 336
strip condition ····· 437
strong (p,q) norm ····· 250
strong absolute continuity of generalized measure ····· 95
strong approximation ····· 232
strong convergence ····· 114
strong convergence ····· 307
strong convergence in L^p ····· 30
strong differential ····· 155
strong elliptic partial differential equations of second order ····· 452
strong elliptic partial differential operators of higher-order ····· 457
strong equivalence of the nets ····· 366
strong extremum ····· 198
strong fundamental directed set of points ····· 114
strong Jacobi condition ····· 205
strong Legendre condition ····· 205
strong maximum principle ····· 453
strong mixing ····· 544
strong operator topology ····· 114
strong sequential compactness ····· 115
strong solution ····· 434
strong stability ····· 422
strong summation ····· 244
strong thinness ····· 313
strong topology ····· 114
strong transversality condition ····· 531
strong uniqueness theorem ····· 217
strong Weierstrass condition ····· 208
strongly continuous mapping ····· 153
strongly hyperbolic operator ····· 449
strongly measurable vector valued function ····· 100
strongly monotone mapping ····· 163
structural semi-stability ····· 526
structural semi-stability of invariant set ····· 528
structural stability ····· 398
structural stability ····· 421
structural stable ····· 542
structure of continuous point set of a function ····· 15
structure of differentiable point set of a continuous function ····· 15
structure of Lebesgue measurable functions ····· 17
structure of Lebesgue measurable set ····· 12
structure of open sets in $\mathbf{R}^n$ ····· 10
structure of open sets on the real line ····· 10
structure of periodic orbits for interval maps ····· 522
structure theorem of general solution ····· 383
subadditive function ····· 336
subderivative ····· 339
subdifferentiable ····· 339
subdifferential ····· 339
subextension meromorphic function ····· 540
subgradient ····· 339
subharmonic function ····· 246
subharmonic function ····· 304
subharmonic function ····· 304
subharmonic function ····· 452

subharmonic function in harmonic space ····· 325
subharmonic extension ····· 310
sublinear function ····· 336
submanifold ····· 267
submanifold of Banach manifold ····· 160
submanifold of module E ····· 276
submersion ····· 267
subnormal operator ····· 143
subnormal operator ····· 143
subsheaf ····· 291
subshift of finite type ····· 519
sub-additive functional ····· 112
sub-reflexive space ····· 120
successive approximation method ····· 491
successive approximation method ····· 481
successor function ····· 396
sufficient condition of weak extremum ····· 206
sufficient conditions of strong extremum ····· 208
sum point ····· 239
sun set ····· 238
superharmonic function ····· 304
superharmonic function ····· 452
superharmonic function in harmonic space ····· 324
superlinear function ····· 336
superneutral functional differential equation ····· 407
superposition principle ····· 382
superstructure ····· 343
super-reflexive Banach space ····· 120
supplementary set ····· 37
support function ····· 337
support of generalized function ····· 127
support of spectral measure ····· 140
support points ····· 51
support set of a function ····· 32
support set of a measure ····· 91
support theorem of convex sets ····· 332
supporting hyperplane ····· 331
supporting point of hyperplane ····· 332
surface harmonics ····· 558
surjective linear operator ····· 132
surjectivity theorems for mappings of monotone type ····· 168
suspension ····· 511
suspension space ····· 512
symbol ····· 183
symbol ····· 294
symbol map ····· 296
symbol of higher-order partial differential operators ····· 457
symbolic calculus ····· 184
symbolic dynamical systems ····· 518
symbolic semi-dynamical system ····· 519
symbolic space ····· 375
symbols of paradifferential operators ····· 187
symmetric bounded domain ····· 77
symmetric function ····· 288
symmetric Hermitian manifold ····· 77
symmetric kernel ····· 490
symmetric n-linear operator ····· 155
symmetric operator ····· 141
symmetric positive operator ····· 449
symmetric positive system of equations ····· 449
symmetric tensor ····· 272
symmetric bilinear functional ····· 125
symmetric points with respect to a circle ····· 40
symmetrization operator ····· 272
symmetry Banach algebra ····· 148
symmetry kernel ····· 302
symplectic form ····· 276
system of conjugate harmonic functions ····· 246
system of differential equation ····· 379
system of elliptic equations ····· 460
system of Hermite polynomials ····· 223
system of linear hyperbolic equations ····· 449
system of orthogonal polynomials ····· 573
system of partial differential equations ····· 433
system of Rademacher functions ····· 256
system of strong elliptic equations ····· 460
system of structural stability ····· 399
system of symmetric hyperbolic equations ····· 449
system with time lag ····· 409
s-dimensional Hausdorff measure of a net ····· 366
s-dimensional Hausdorff measures ····· 366
s-Hölder condition ····· 374
s-set ····· 366

T

$T1$ theorem ····· 248
Tauber theorem ····· 45
Taylor theorem ····· 44
Teichmüller deformation ····· 66
Teichmüller metric ····· 65
Teichmüller spaces ····· 64
The family $\mathscr{X}^{**}$ of ordinary differential systems ····· 538
The Vitali-Wiener covering lemma ····· 253
Thom isomorphism ····· 287
Thom isomorphism theorem ····· 287
Thom space ····· 289
Thom theorem ····· 289
Thom transversality lemma ····· 268
Thomae series ····· 555
Thomson function ····· 564
Thom's hyperbolic toral automorphism ····· 536
Tihonov solution ····· 462
Timan theorem ····· 218
Toeplitz algebra ····· 149
Toeplitz equation ····· 504
Toeplitz matrix ····· 144
Toeplitz operator ····· 144

Toeplitz operator ····· 295
Toeplitz operator ····· 504
Tonelli theorem ····· 21
Trefftz method ····· 212
Tricomi equation ····· 467
Tricomi problem ····· 467
Triebel-Liaorkin space ····· 253
Tychonoff fixed point theorem ····· 175
tangent bundle ····· 268
tangent bundle of Banach manifold ····· 159
tangent cone ····· 333
tangent fiber bundle ····· 275
tangent mapping ····· 159
tangent space ····· 266
tangent space of Banach manifold ····· 158
tangent vector ····· 266
tangent vector field ····· 160
tangent vector of Banach manifold ····· 158
tangent vector on the curve ····· 266
tempered distribution ····· 247
tensor ····· 271
tensor algebra of vector space ····· 271
tensor bundle of type (r,s) ····· 273
tensor field of type (r,s) ····· 273
tensor product of generalized functions ····· 128
tensor product of generalized functions ····· 128
tensor product of vector spaces ····· 271
tent space ····· 254
tesseral harmonics ····· 558
test function ····· 226
test function class on local field ····· 259
the adjoint map in inner product spaces ····· 104
the characteristic numbers of Liapunov ····· 401
the charateristic function of a meromorphic function ····· 58
the example of Dieudonné ····· 424
the existence of Liapunov functions ····· 404
the family $\mathscr{K}^*$ of ordinary differential systems ····· 538
the first fundamental theorem ····· 58
the first kind of pseudo-analytic function ····· 70
the first method of Liapunov ····· 402
the generation theorem of cosine operator functions ····· 428
the inverse of Fourier transform ····· 257
the multiplicative ergodic theorem ····· 549
the nonstandard characterization of accumulation points ····· 352
the nonstandard characterization of boundary ····· 353
the nonstandard characterization of closed sets ····· 352
the nonstandard characterization of closure ····· 352
the nonstandard characterization of cluster points of nets ····· 353
the nonstandard characterization of compact sets ····· 353
the nonstandard characterization of compact spaces ····· 353
the nonstandard characterization of continuity ····· 350
the nonstandard characterization of differen-tiable function ····· 351
the nonstandard characterization of Hausdorff spaces ····· 353
the nonstandard characterization of improper integrals ····· 351
the nonstandard characterization of integrable function ····· 351
the nonstandard characterization of net convergence ····· 353
the nonstandard characterization of normal spaces ····· 353
the nonstandard characterization of open sets ····· 352
the nonstandard characterization of regular spaces ····· 353
the nonstandard characterization of the convergence of double sequences ····· 350
the nonstandard characterization of the limit points of sequences ····· 350
the nonstandard characterization of the product topology ····· 353
the nonstandard charcterization of uniform continuity ····· 350
the second fundamental theorem ····· 58
the second kind of pseudo-analytic function ····· 70
the second method of Liapunov ····· 402
the space of function vanishing mean oscillation ····· 255
the subadditive ergodic theorem ····· 549
the theory of infinitesimals ····· 342
the theory of modern differential operators ····· 181
the variational principle ····· 548
the Lasalle invariance principle ····· 405
the nonstandard characterization of limit ····· 350
the nonstandard characterization of bounded sequences ····· 350
the nonstandard characterization of series convergence ····· 350
the nonstandard characterzation of the convergence of a sequence ····· 350
the nonstandardcharacterization of the boundedness of a function at a point ····· 350
theorem for existence of fundamental solution ····· 470
theorem for solvability on compact subsets ····· 469
theorem of boundary correspondence ····· 47
theorem of existence of imbedding ····· 267
theorem of existence of immersion ····· 267
theorem of existence of partition of unity ····· 265
theorem of propagation of singularities ····· 470
theorem of sets of finite measure ····· 367
theorem on extension of a continuous function on a closed set ····· 15
theorem on stable manifold ····· 530
theoritical entropy ····· 375

theory of balayage space ····· 326
theory of Bohr-Neugebauer ····· 419
theory of characteristic class ····· 285
theory of critical points ····· 282
theory of differential operators on manifold ····· 294
theory of Dirichlet form ····· 325
theory of Dirichlet space ····· 325
theory of functions of a complex variable ····· 33
theory of functions of a complex variable ····· 34
theory of functions of real variables ····· 10
theory of general potential ····· 302
theory of harmonic space ····· 324
theory of H-cones ····· 326
theory of limit sets ····· 397
theory of localization ····· 506
theory of partial differential equations ····· 432
theory of Riesz potential ····· 302
theory of univalent function ····· 49
theory of value distribution of meromorphic functions ····· 57
theory of rotated vector fields ····· 398
thermodynamic formalism ····· 377
thermodynamic limit ····· 377
the ultrapower construction of the hyperreal number field ····· 342
thinness ····· 313
third boundary value problem ····· 453
tight frame ····· 358
time-like curve ····· 445
time-like hypersurface ····· 445
time-one map ····· 511
time-t map ····· 511
topological algebra ····· 153
topological Anosov homeomorphism ····· 518
topological Anosov map ····· 518
topological characterization of sphere ····· 282
topological conjugacy ····· 525
topological degree ····· 171
topological degree for condensing vector field ····· 172
topological degree for cone mapping ····· 172
topological degree for Fredholm mapping ····· 173
topological degree for mapping on finite dimen sional manifold ····· 173
topological degree for set contractive vector field ····· 172
topological degree for setvalued mappings ····· 176
topological degree for ultimately compact vector field ····· 172
topological dynamical system ····· 510
topological entropy ····· 547
topological equivalence ····· 421
topological equivalence ····· 525
topological hyperbolic invariant set ····· 518
topological linear space ····· 111
topological measurable space ····· 90
topological method in the theory of nonlinear integral equations ····· 194
topological mixing ····· 516
topological nilpotent element ····· 147
topological pressure ····· 548
topological Riesz space ····· 131
topological stability ····· 525
topological transitive ····· 516
topological transitive ····· 516
topological vector space ····· 111
topological Ω-stability ····· 527
topologically irreducible representation ····· 147
topology entropy ····· 375
topological degree for compactly supported vector field ····· 172
toral endomorphism ····· 536
toroidal function ····· 558,598
torsion ····· 279
total Chern class ····· 288
total differential equation ····· 381
total Pontriagin class ····· 288
total stability ····· 404
total Steenrod operation ····· 287
total Stiefel-Whitney class ····· 285
total variation ····· 22
total variation of generalized measure ····· 95
total variation on an interval of a function ····· 374
total Wu class ····· 287
totally bounded set ····· 110
totally nonlinear partial differential equation ····· 433
totally orthogonal system ····· 123
totally orthonormal system in L^2 ····· 30
trace ····· 151
trace group ····· 64
trace norm ····· 137
tracialpositive linear funtional ····· 150
trajectory ····· 512
transcendental branch point ····· 62
transcendental entire function ····· 55
transcendental meromorphic function ····· 54
transfer principle ····· 344
transfinite diameter ····· 310
transient convolution semigroup ····· 320
transition condition ····· 371
transition fuction ····· 269
translation ····· 41
translation function set $T(f)$ of $f(t)$ ····· 417
translation invariant distance ····· 111
transposed kernel ····· 302
transversal condition ····· 475
transversal intersection ····· 537
transversal map ····· 268
transversal surface of field ····· 206
transversality ····· 160
transversality condition ····· 202

triangle norms ····· 169
triangular operator algebra ····· 152
trigonometric functions of a complex variable ····· 39
trigonometric polynomial ····· 219
trigonometric representation of complex number ····· 36
trigonometric polynomials of best approximation ··· 219
triplesolution theorem ····· 479
trivial P-stable orbit ····· 513
trivial sheaf ····· 292
true adjoint operator ····· 415
turning point ····· 519
two-point boundary value problem ····· 387
two-scale difference equation ····· 359
two-side Liapunov stability ····· 516
two-sided generator o f measure-preserving transformations ····· 547
two-side topological Markov chains ····· 519
u_0-concave operator ····· 163
u_0-convex operator ····· 163

U

UHF algebra ····· 149
Uresescu cone ····· 334
Urysohn nonlinear integral operator ····· 193
$\mathscr{U}$-generalized Dirichlet problem ····· 323
$\mathscr{U}$-harmonic measure ····· 323
$\mathscr{U}$-resolutive set ····· 323
ultimate zero solution ····· 414
ultimate boundness of solution ····· 413
ultimately compact mapping ····· 163
ultimately compact vector field ····· 163
ultraspherical polynomial ····· 575
unbounded domain in $\mathbf{C}^n$ ····· 74
unbounded linear operator ····· 132
unconditional base ····· 122
unconditional convergence of series ····· 121
underdetermined equation system ····· 433
underflow principle ····· 345
unicity principle of mass on group ····· 321
uniform algebra ····· 148
uniform houndness of integrals ····· 93
uniform distribution ····· 237
uniform homeomorphism ····· 119
uniform spectral integral ····· 140
uniform stability with respect to limit set of solutions ····· 420
uniform stability ····· 401
uniform boundedness principle ····· 134
uniformization ····· 62
uniformization theorem ····· 63
uniformly absolute continuity of integral ····· 20
uniformly absolute continuity of integrals ····· 93
uniformly almost periodic differential equation ····· 418
uniformly almost periodic functions ····· 418
uniformly asymptotical stability in the large ····· 411
uniformly continuous function on a set ····· 14
uniformly continuous point set ····· 14
uniformly convex normed linear space ····· 120
uniformly countable additivity of vector mea sures ····· 103
uniformly elliptic partial differential equa tions ····· 452
uniformly forgetful functional ····· 413
uniformly hyperfinite algebra ····· 149
uniformly integrable ····· 93
uniformly isolated point set ····· 14
uniformly parabolic system ····· 466
uniformly strong elliptic partial differential operators of higher-order ····· 457
uniformly continuous mapping ····· 154
uniformly parabolic equation ····· 461
unilateral shift operator ····· 143
unique ergodicness ····· 544
uniqueness of factorization ····· 60
uniqueness of measure extension ····· 90
uniqueness of solution of Cauchy problem for heat equation ····· 462
uniqueness of Stiefel-Whitney class ····· 286
uniqueness principle ····· 304
uniqueness theorem ····· 217
uniqueness theorem for hyperreal number field ····· 349
uniqueness theorem for superstructure embe-ddings ····· 350
unit polycylinder in $\mathbf{C}^n$ ····· 74
unital module ····· 36
unitary dilation ····· 141
unitary equivalent ····· 141
unitary operator ····· 140
unitary operator group ····· 146
universal covering surface ····· 64
universal equation ····· 434
universal space ····· 118
unlimited covering surface ····· 64
unoriented cobordism class ····· 286
unstable limit cycle ····· 396
unstable manifold ····· 530
unstable set ····· 530
upper contact set ····· 484
upper derivate ····· 24
upper function ····· 315
upper limit along a set ····· 13
upper limit function ····· 15
upper semicontinuous setvalued mapping ····· 165
upper semi-bounded operator ····· 142
upper solution ····· 315

V

Vallée-Poussin mean ····· 244
Vallée-Poussin means ····· 227
Vekya equivalent regularization theorem ····· 500

Vitali convergence theorem ····· 21
Vitali cover ····· 13
Vitali covering class ····· 367
Vitali covering lemma ····· 367
Vitali's convering theorem ····· 13
Vitali-Hahn-Saks theorem ····· 97
Vitali-Hahn-Saks theorem of vector measure ····· 103
Volterra integral-differential equation ····· 508
Volterra linear integral operator ····· 191
Volterra nonlinear integral operator ····· 192
Volterra integral equation ····· 495
V-coercive ····· 459
v. N. algebra of type Ⅰ ····· 151
v. N. algebra of type Ⅱ ····· 151
v. N. algebra of type Ⅲ ····· 151
vague convergence ····· 308
vague topology ····· 320
vanishing moments of filter ····· 360
variable boundary variational problem ····· 203
variation integral ····· 28
variation of constants ····· 380
variation of constants formula ····· 414
variation of function ····· 199
variation on path space ····· 282
variation primitive function ····· 28
variational inequality ····· 479
variational inequality in Hilbert space ····· 480
variational inequality in $\mathbb{R}^n$ ····· 479
variational integral ····· 198
variational integrand function ····· 198
variational method in the theory of nonlinear integral equations ····· 193
variational method ····· 50
variational principle ····· 210
variational principle ····· 477
variational problem ····· 198
variational problem ····· 475
variational problem of the conditional extremum ····· 475
variety of stationary curve ····· 206
vector bundle ····· 269
vector field ····· 160
vector field ····· 269
vector lattice ····· 130
vector representation of complex number ····· 36
vector space ····· 108
vector topology ····· 111
vector valued function ····· 100
vector valued measure ····· 102
vector valued measure of bounded variation ····· 102
vector valued measure of semi-bounded variation ····· 102
vector wavelets ····· 363
virtual work principle ····· 210
von Neumann algebra ····· 150

W

W^*-algebra ····· 151
Wald probabilistic normed linear space ····· 170
Wald space ····· 169
Wall theorem ····· 267
Walsh approximation ····· 224
Walsh function ····· 224
Walsh orthogonal system ····· 224
Walsh polynomial ····· 225
Ward integral ····· 27
Ward lower function ····· 27
Ward upper function ····· 27
Weber equation ····· 560
Weber function $D_\nu(z)$ ····· 560
Weber function $E_\nu(z)$ ····· 564
Weierstrass basic factor ····· 54
Weierstrass condition ····· 206
Weierstrass elliptic function ····· 567,627
Weierstrass elliptic integral ····· 566
Weierstrass elliptic integral of the first kind ····· 566
Weierstrass elliptic integral of the second kind ····· 566
Weierstrass elliptic integral of the third kind ····· 566
Weierstrass E-function ····· 206
Weierstrass field ····· 208
Weierstrass gap theorem ····· 63
Weierstrass infinite product formula of gamma function ····· 552
Weierstrass point ····· 63
Weierstrass representation formula ····· 208
Weierstrass theorem ····· 54
Weierstrass theorems ····· 214
Weierstrass sigma function ····· 567
Weierstrass sigma function and co-sigma function ····· 628
Weierstrass zeta function ····· 567,628
Weil measure ····· 99
Whitney covering lemma ····· 253
Whitney duality theorem ····· 286
Whitney product theorem ····· 285
Whitney sum ····· 285
Whitney theorem of immersion ····· 267
Whitney theorem of imbedding ····· 267
Whittaker's equation ····· 559
Whittaker's function ····· 559,603
width ····· 234
Wiener algebra ····· 147
Wiener capacity ····· 309
Wiener criterion ····· 312
Wiener integral ····· 99
Wiener measure ····· 99
Wiener-Hopf equation ····· 502
Wiener-Hopf integral equations ····· 194
Wiener-Hopf operator ····· 505
Wiener-Hopf technique ····· 503

Wiener-Hopf factorization ····· 505
Wronski determinant ····· 383
Wu class ····· 287
Wu formula for Stiefel-Whitney class ····· 288
wandering component ····· 539
wandering point ····· 514
waning moments ····· 357
wave equation ····· 445
wavefront sets ····· 470
wavelet analysis ····· 356
wavelet frame ····· 358
wavelet function in orthonormal multiresolution analysis ····· 359
wavelet function ····· 359
wavelet matrix ····· 363
wavelet packets ····· 362
wavelet sequence ····· 363
weak (p,q) norm ····· 250
weak * convergence ····· 114
weak * fundamental directed set of points ····· 114
weak * sequential compactness ····· 115
weak * topology ····· 113
weak Banach-Saks property ····· 121
weak bounded set ····· 115
weak comprenensive nonstandard universe ····· 346
weak convergence ····· 113
weak convergence ····· 308
weak convergence in L^p ····· 31
weak convergence of measures ····· 98
weak derivative ····· 455
weak differential ····· 155
weak distribution ····· 247
weak extremum ····· 198
weak fundamental directed set of points ····· 114
weak Harnack inequality ····· 485
weak maximum principle ····· 452
weak mixing ····· 544
weak operator topology ····· 114
weak principle of equilibrium ····· 309
weak sequential compactness ····· 115
weak sequential completeness ····· 115
weak sequential completeness ····· 115
weak singularity kernel ····· 492
weak solution ····· 299
weak solution ····· 434
weak solutions for elliptic equation ····· 454
weak spectral integral ····· 140
weak thinness ····· 313
weak topology ····· 113
weakly closed symmetric operator ring ····· 151
weakly continuous mapping ····· 153
weakly differentiable function ····· 106
weakly hyperbolic equation ····· 448
weakly hyperbolic operator ····· 449
weakly inward mapping ····· 163
weakly lower semicontinuous functional ····· 177
weakly measurable vector valued function ····· 100
weakly negative vector bundle ····· 280
weakly positive vector bundle ····· 280
weakly coupled parabolic system ····· 467
weighted shift operator ····· 143
winding number ····· 297
winding number ····· 42
windowed Fourier transform frame ····· 359
well-posed problem ····· 435

Y

Young-Fenchel inequality ····· 337

Z

Z_2-index ····· 180
Zhukovskii transformation ····· 72
Zygmund space ····· 253
zero of analytic function ····· 43
zero of order m of analytic function ····· 43
zonal harmonic function ····· 246
zonal harmonics ····· 558

其　他

α limit point ····· 513
α limit set ····· 513
α-balayage onto Borel set ····· 312
α-capacity ····· 309
α-energy ····· 307
α-fine limit ····· 313
α-fine topology ····· 313
α-finely closed set ····· 313
α-finely open set ····· 313
α-Green function ····· 312
α-Green measure ····· 312
α-harmonic function ····· 306
α-inner capacity ····· 309
α-kernel ····· 302
α-mutual energy ····· 307
α-outer capacity ····· 309
α-polar set ····· 310
α-potential ····· 302
α-pseudo-orbit ····· 518
α-regular point ····· 312
α-superharmonic function ····· 306
α-thinness ····· 313
β-tracing ····· 518
Λ-kernel ····· 303
Σ-extreme point ····· 318
Ω semi-stability ····· 527
Ω-conjugacy ····· 526
Ω-equivalence ····· 526
Ω-explosion ····· 534
δ-amplitude at a point of a function ····· 373
δ-cover ····· 366

δ-measure …… 91
δ-variation on an interval of a function …… 373
$\varepsilon\delta$-continuity …… 351
ε-almostperiod set …… 417
ε-continuous setvalued mapping …… 165
ε-covering …… 235
ε-lower semicontinuous setvalued mapping …… 165
ε-net …… 110
ε-net …… 235
ε-translation set …… 417
ε-upper semicontinuous setvalued mapping …… 165
ζ-function …… 534
ζ-set …… 546
λ-class …… 89
λ-lemma …… 524
μ^*-measurable set …… 90
μ-harmonic measure …… 321
μ-null measure set …… 92
μ-null set …… 92
μ-superharmonic measure …… 321
π-class …… 89
σ-additive class …… 88
σ-algebra generated by a collection of sets …… 88
σ-algebra generated by partition ζ …… 546
σ-algebra …… 88
σ-complete vector lattice …… 130
σ-field …… 88
σ-finite generalized measure space …… 94
σ-finite generalized measure …… 94
σ-finite measure algebra …… 91
σ-finite measure ring …… 91
σ-finite measure space …… 91
σ-finite measure …… 89
σ-ring generated by a collection of sets …… 88
σ-ring …… 88
χ-balayaged measure …… 321
χ-capacity …… 321
χ-equilibrium distribution …… 322
ω limit point …… 513
ω limit set …… 513
ω-period process …… 415
Milin conjecture …… 50
$\bar{\partial}$problem …… 79
$\bar{\partial}$- operator …… 79
generalized hypergeometric series …… 555
(n,ε) separated set …… 548
(n,ε) spanning set …… 548
(P. S) condition …… 177
$(\mathrm{P.S})^+$ condition …… 177
$(\mathrm{P.S})^-$ condition …… 177
$(\mathrm{P.S})_c$ condition …… 177
(α,T)-chain …… 518
(α,T)-pseudo-orbit …… 518
*-continuity …… 351
*-finite set …… 345
*-map …… 344
$*$-representation …… 148
2 kernel …… 303
2 regular point …… 312
2 superharmonic function …… 306
$5r$-covering lemma …… 367

中外人名译名对照表

A

阿贝尔(Abel,N. H.)
阿比黎(Apery,R.)
阿达马(Hadamard J. (-S.))
阿蒂亚(Atiyah,M. F.)
阿尔福斯(Ahlfors,L. V.)
阿尔冈(Argand,J. R.)
阿尔佩尔(Альпер,С. Я.)
阿尔特曼(Altman,M.)
阿尔泽拉(Arzelà,C.)
阿哈罗尼(Aharoni,I.)
阿基米德(Archimedes)
阿劳格鲁(Alaoglu,L.)
阿龙扎扬(Aronszajn,N.)
阿曼(Amann,H.)
阿梅留(Amerio)
阿姆布罗塞蒂(Ambrosetti,A.)
阿南达姆(Anandam,V.)
阿诺尔德(Арнольд,В. И.)
阿佩尔(Appell,P.-É.)
阿廷(Artin,E.)
埃伯莱因(Eberlein,F.)
埃恩苏(Earnshaw,E.)
埃尔米特(Hermite,C.)
埃加勒(Ecalle,J.)
埃文斯(Evans,G. C.)
艾弗森(Iversen,F.)
艾克兰德(Ekeland,I.)
爱德勒(Adler,Roy L.)
爱弗罗斯(Effros,E.)
爱克曼(Eckmann,J. P.)
爱因斯坦(Einstein,A.)
安德罗诺夫(Андронов,А. А.)
安德森(Anderson,A.)
安格尔(Anger,C. T.)
奥邦(Aubin,J. P.)
奥恩斯坦(Ornstein,D.)
奥尔利奇(Orlicz ,W.)
奥玛(Ozawa,M.)
奥斯古德(Osgood,W. F.)
奥斯特罗格拉茨基(Остроградский,М. В.)
奥斯特洛夫斯基(Ostrowski,A. M.)
奥谢列杰茨((Оселедец,В. И.))

B

巴布(Burbu,V.)
巴恩斯(Barnes,E. W.)
巴赫列维奇(Базилевиц)
巴里(Бари,Н. К.)
巴拿赫(Banach,S.)
白罗索夫斯基(Brosowski,B.)
柏拉图(Plato)
柏森(Pesin,Ya. B.)
班勒卫(Painlevé,P.)
邦尼(Bony,J. M.)
包克(Bock,H.)
鲍恩(Bowen,R.)
鲍尔(Bauer,H.)
鲍金(Bautin,N. N.)
鲍克麦尔(Boulkhemair,A.)
贝尔(Baire,R. L.)
贝尔曼(Bellman,R.)
贝克(Baker,I. N.)
贝克-库塔斯(Kotus,J.)
贝萨伽(Bessaga,C.)
贝塞尔(Bessel,F. W.)
贝斯尔科里奇(Besrkolyqu,A. S.)
本迪克松(Bendixson,I. O.)
比伯巴赫(Bieberbach,L.)
比林斯利(Billingsley,P.)
波波夫(Popov,V. A.)
波波克(Boboc,N.)
波哥纳(Bogner,J.)
波赫哈默尔(Pochhammer,L.)
波拉克托克(Plactock,R.)
波莱尔(Borel,(F.-É.-J.-)É.)
波里索维奇(Борисович,Ю. Г.)
波利特诺(Bliedtner,J.)
波利亚(Polya,G.)
波默伦克(Pommerenke,C. M. W.)
波嫩拉斯特(Bohnenlust,H.)
波伊亚(Pólya,G.)
波兹蒂斯基(Przytycki,F.)
玻尔(Bohr,H.)
伯恩施坦(Bernstein,A. R.)
伯恩斯坦(Бернштейн,С. Н.)
伯格维诺(Bergweiler,W.)
伯克霍夫(Birkhoff G. D.)
伯斯(Bers,L.)
伯西柯维奇(Besicovitch,A. S.)
伯雅查基-夏皮罗(Piatetski-Shapiro)
泊金斯(Perkins,E.)

泊松(Poisson,S.-D.)
博尔查(Bolza,O.)
博赫纳(Bochner,S.)
博克桑(Bocsan,G.)
博灵(Beurling,A.)
博内(Bonnet ,P.-O.)
博苏克(Borsuk,K.)
博特(Bott,R.)
布尔巴基(Bourbaki,N.)
布凯(Bouquet,J.-C.)
布莱顿(Brayton,R.)
布朗(Brown,S.)
布朗基(Branges,L. de)
布劳德(Browder,F. E.)
布劳威尔(Brouwer,L. E. J.)
布雷洛(Brélot,M. E.)
布雷默尔曼(Bremermann,H. J.)
布里奥(Briot,C. A. A.)
布里冈(Bouligand,G. L.)
布利冈(Bouligand,G. L.)
布林(Brin,M.)
布鲁姆(Brjumo,A. D.)
布伦特(Brent,R. P.)
布洛赫(Bloch,A.)
布什(Buchar,Gh)
布斯布里基(Buisbridge,I. W.)
布特鲁(Boutroux,P. L.)

C

查瑞(Cherry,T. M.-F.)
柴肯(Chacon,R. V. S.)
陈兰荪(Chen Lansun)
陈难先(Chen Nanxian)
陈省身(Chern Shiing-Shen)
陈翔炎(Chen Xiangyan)
茨仑克(Salenk)
崔可(Tricot,C.)

D

达伯(Darbo,G.)
达朗贝尔(d'Alembert,J. le R.)
达维德(David,G.)
戴尼(Deny,J.)
戴维斯(Davis,M. D.)
丹姆灵(Deimling,K. D)
丹尼尔(Daniell,P. J.)
丹尼尔第一·伯努利(Bernoulli,Daniel Ⅰ)
当儒瓦(Denjoy,A.)
道格拉斯(Douglas,J.)
德·弗里斯(de Vries,G.)
德·吉奥基(De Giogi,E.)
德巴杰斯(DeBaggis,H. F.)
德布鲁因(de Bruijn,N. G.)
德芙(Duff,G. D. F.)
德拉姆(de Rham,G.-W.)
德洛内(Delaunay,C. E.)
德马尔(de Marr,R.)
德瓦内(Devaney ,R. L.)
邓福德(Dunford,N.)
狄喇克(Dirac,P. A. M.)
狄利克雷(Dirichlet,P. G. L.)
迪厄多内(Dieudonné,J.)
迪拉克(Dulac,H.)
笛卡儿(Descartes,R.)
蒂茨(Tietze,H.)
蒂奇马什(Titchmarsh,E,Ch.)
棣莫弗(de Moivre,A.)
杜·布瓦-雷蒙(Du Bois-Reymond,P. D. G.)
杜阿梅尔(Duhamel,J. M. C.)
杜布(Doob,J. L.)
杜俊基(Dugundji,J.)
杜瓦地(Douady,A.)

E

恩夫洛(Enflo,P.)
恩龙(Hénon,M.)

F

伐拉丹(Varadlhan,S. R. S.)
法图(Fatou,P. J. L.)
法托里尼(Fattorini,H. O.)
法瓦尔(Favard,J. A.)
樊墉(Ky Fan)
菲茨杰尔德(Fitzgerald,C. H.)
菲尔兹(Fields,J. C.)
菲利普斯(Phillips,R. S.)
菲舍尔(Fischer,E. S.)
费伯(Faber,G.)
费德雷尔(Federer,H.)
费弗曼(Fefferman,C.)
费克特(Fekete,M.)
费勒斯(Ferrers,N. M.)
费马(Fermat,P. de)
费耶尔(Fejer,L.)
芬克(Fink,A. M.)
芬切尔(Fenchel,W.)
芬斯勒(Finsler,P.)
冯(Phong,D. H.)
冯·诺伊曼(von Neumann,J.)
弗拉格曼(Phragmen,L. E.)
弗朗科斯卡(Frankowska,H.)
弗雷德霍姆(Fredholm,(E.)I.)
弗雷歇(Fréchet,M.-R.)
弗里德里希斯(Friedrichs,K. O.)
弗里克(Fricke,R.)
弗列克梭-申腾内克(Flexor-Sentenac)
弗罗贝尼乌斯(Frobenius,F. G.)
弗罗斯特曼(Frostman,O.)
弗洛伊德(Freud,G.)
伏尔泰(Voltaire)

福洛依德(Floyd,E. E.)
傅里叶(Fourier,J. -B. -J.)
富比尼(Fubini,G.)
富仓光宏(Shishikura,M.)
富克斯(Fuchs,I. L.)
富兰克林(Franklin,P.)
富兰克斯(Franks,J.)
富山(Fukushima,M.)

G

伽德纳(Gardner,C. S.)
伽利略(Galilei,G.)
盖尔范德(Гельфанд,И. М.)
盖尔丰德(Гелъфонд,А. О.)
冈洁(Oka,K.)
高念祖克(Корнейчук,Н. П.)
高斯(Gauss,C. F.)
戈卢津(Голузин,Г. М.)
哥本高斯(Гопенгауз,Л. Е.)
哥德尔(Gödel,K.)
哥德曼(Godement,R.)
哥尔德斯坦(Goldstein,R.)
哥尔丁(Garding,L.)
哥赫别格(Гохберг,И. Ц.)
歌德(Gohde,D.)
格拉斯曼(Grassmann,H. G.)
格朗沃尔(Gronwall,T. H.)
格劳尔特(Grauert,H.)
格勒奇(Grötzsch,H.)
格雷夫斯(Graves,L.)
格林(Green,G.)
格隆斯基(Grunsky,H.)
格罗莫尔(Gromoll,D.)
格罗斯(Gross,F.)
格罗斯伯格(Grosberg,J.)
格罗腾迪克(Grothendieck,A.)
葛林(Gehring,F. W.)
古尔萨(Goursat,É. -J. -B.)
古肯亥默(Guckenheimer,J.)
国田宽(Hiroshi Kunita)
果尔尼维茨(Gorniewicz,L.)

H

哈代(Hardy,G. H.)
哈恩(Hahn,H.)
哈尔(Haar,A.)
哈尔(Hale,T. K.)
哈尔莫斯(Halmos,P. R.)
哈克(Hake,H.)
哈里什·钱德拉(Harish-Chandra)
哈密顿(Hamilton,W. R.)
哈默尔(Hamel,G. K. W.)
哈默斯坦(Hammerstein,H.)
哈纳克(Harnack,C. G. A.)
哈钦生(Hutchinson,J. E.)
哈斯诺(Häseler,F.)
哈托格斯(Hartogs,F. M.)
哈亚西(Hayashi,S.)
海德伯兰特 (Hidebrandt,T.)
海尔士(Hirsch,M. W.)
海伦(Heron,(A))
海曼(Hayman,W. K.)
亥尔斯(Hyers,D. H.)
亥姆霍兹(Helmholtz,H. von)
汉克尔(Hankel,H.)
汉森(Hansen,W.)
豪斯多夫(Hausdorff,F.)
好志峰(Hao Zhifeng)
赫茨(Herz,C. S.)
赫尔曼德尔(Hörmander,L.)
赫尔曼德尔(Hörmander,L. V.)
黑德波格(Hedberg,L. I.)
黑利(Helly,E.)
亨内(Henle,J. M.)
亨内费尔德(Hennefeld,J.)
亨斯托克(Henstock,R.)
亨特(Hunt,G. A.)
亨特(Hunt,R. A.)
胡巴特(Hubbard,J. H.)
胡巴特(Hubbard,J. M.)
胡尔维茨(Hurwitz,A.)
华罗庚(Hua Loo-Keng)
华歆厚(Hua Xinhou)
惠更斯(Huygens,C.)
惠特尼(Whitney,H.)
霍布森(Hobson,E. W.)
霍恩(Horn,J.)
霍尔(Hall,J.)
霍夫尔(Hofer,H.)
霍普夫(Hopf,E.)
霍普夫(Hopf,H.)
霍奇(Hodge,W. V. D.)

J

基尔霍夫(Kirchhoff,G. R.)
基赫曼(Гихман,И. И.)
吉布斯(Gibbs,J. W.)
吉洪诺夫(Тихонов,А. Н.)
吉田耕作(Yosida,K.)
季曼(Тиман,А. Ф.)
加伯(Garber,V.)
加拉贝迪安(Garabedian,P. R.)
加廖尔金(Галёркин,Б. Г.)
加藤敏夫(Koto,T.)
加藤顺二(Kato,J.)
加托(Gâteaux,R.)
嘉当(Cartan,È)
嘉当(Cartan,H.)
贾德克(Дзядык,В. К.)
角谷静夫(Kakutani,S.)

杰克森(Jackson,D.)
金曼(Kingman,J.F.C.)

K

卡茨(Kac,M.)
卡尔达诺(Cardano,G.)
卡尔林(Karlins,S.)
卡尔松(Carleson,L.)
卡拉西奥多里(Carathéodory,C.)
卡里斯梯(Caristi,J.)
卡舍茨(Кадец,М.И.)
卡托克(Katok,A.B.)
开尔文(Kelvin,B.)
开斯勒(Keisler,H.J.)
凯得森(Kadison,R.V.)
凯洛格(Kellogg,O.D.)
坎托罗维奇(Канторович,Л.В.)
康比尼(Cambini,A.)
康黑姆(Konheim,A.G.)
康纳(Conner,P.E.)
康斯坦丁斯库(Constantinescu,C.)
康托尔(Cantor,G.(F.P.))
康托尔(Cantor,M.B.)
考尔德伦(Calderón,A.-P.)
考特曼(Kottman,C.A.)
柯尔获希(Keldysh,M.V.)
柯尔莫哥洛夫(Колмогоров,А.Н.)
柯尼(Cornea,A.)
柯西(Cauchy,A.—L.)
科恩(Cohen,A.)
科恩(Kohn,J.J.)
科尔泰韦赫(Korteweg,D.J.)
科克(Koch,H.von)
科罗夫金(Коровкин,П.П.)
科普卡(Kupka,I.)
科伊夫曼(Coifman,R.R.)
克贝(Koebe,P.)
克尔德什(Келдыш,М.В.)
克尔克(Kirk,W.A.)
克拉克(Clarke,F.H.)
克拉克松(Clarkson,J.A.)
克拉斯诺塞尔斯基(Красносельвский,М.А.)
克拉索夫斯基00(Красовский,Н.Н.)
克莱特(Collet,P.)
克莱因(Klein,(C.)F.)
克莱因伯尔格(Kleinberg,E.M.)
克勒(Kähler,E.)
克里洛夫(Krylov,N.V.)
克利(Klee,V.L.)
克利福德(Clifford,A.)
克列因(Крейн,М.Г.)
克列因(Крейн.С.Г.)
克鲁木(Crum,M.M.)
克鲁兹(Cruz,M.A.)
克那斯特(Knaster,B.)
克纳塞(Kneser,A.)
克内特(Kriete,H.)
孔德拉绍夫(Кондрашов,В.И.)
库法列夫(Куфарев,K.)
库拉托夫斯基(Kuratowski,K.)
库塔斯(Kotus,J.)
库辛(Cousin,P.)
奎泊尔(Kuiper,C.)
魁特(Köthe,G.)

L

拉比诺维茨(Rabinowitz,P.H.)
拉波波尔特(Рапопорт,И.М.)
拉德马赫(Rademacher,H.)
拉东(Radon,J.)
拉夫连季耶夫(Лаврентьев,М.А.)
拉盖尔(Laguerre,M.)
拉格朗日(Lagrange,J.-L.)
拉克希米卡萨姆(Lakshmikantham,V.)
拉列斯库-皮卡(Lalescu-Picard)
拉梅(Lamé,G.)
拉姆森(Lamson,K.)
拉普拉斯(Laplace,P.-S.)
拉普泼特(Раппорт,И.М.)
拉萨尔(Lasalle,J.P.)
拉沙塔(Lasota,A.)
拉扎尔(Lazard,M.)
拉兹密辛(Razumikhin,B.)
莱布尼茨(Leibinz,G.W.)
莱夫谢茨(Lefschetz,S.)
赖尔-纳尔德泽夫斯基(Ryll-Nardzewski,C.)
兰道(Landau,E.G.H.)
兰德柯夫(Landkof,N.S.)
兰士(Lance,E.C.)
郎之万(Langevin,P.)
劳(Low,K.)
劳勃(Loeb,P.)
劳顿(Lawton,W.)
劳赫(Lorch,E.R.)
勒贝格(Lebesgue,H.L.)
勒达拉(Lehtola,P.)
勒夫纳(Loewner,C.)
勒雷(Leray,J.)
勒让德(Legendre,A.-M.)
雷加维(Radjavi,H.)
雷利希(Rellich,R.)
雷蒙多斯(Rémoundos,G.)
雷特(Later,R.H.)
黎曼(Riemann,(G.F.)B.)
李特尔伍德(Littlewood,J.E.)
李天岩(Li Tianyan)
李亚普诺夫(Ляпунов,А.М.)
李忠(Li Zhong)
里得(Read,C.J.)
里奇(Ricci,F.)

里斯(Riesz,F.)
里斯(Riesz,M.)
廖山涛(Liao Shantao)
列维(Levi,B.)
列维(Levi,E.E.)
林德勒夫(Lindelöf,E.L.)
林德斯诺姆(Lindstrom,T.)
林德维斯特(Lindqvist,P.)
林登斯特劳斯(Lindenstrauss,J.)
刘(Lau,K.S.)
刘维尔(Liouville,J.)
柳斯捷尔尼克(Люстерник,Л. А.)
龙格(Runge,C.D.T.)
洛默尔(von Lommel,E.C.J.)
卢津(Лузин,Н. Н.)
卢森伯尔格(Luxemburg,W.A.J.)
卢伊(Lewy,H.)
鲁宾孙(Robinson,A.)
鲁特曼(Рутман,М. А.)
路丁(Rudin,W.)
吕埃尔(Ruelle,D.)
吕以辇(Lu Yinian)
罗宾(Robbin,J.)
罗伯森(Robertson,M.S.)
罗伯森兄弟(Robertson,A. & Robertson,W.)
罗曼(Looman,H.)
罗蒙诺索夫(Lomonosov,V.I.)
罗森布弄姆(Rosenbloom,P.C.)
罗森塔尔(Rosenthal,H.P.)
罗铁(Rothe,E.))
洛必达(L'Hospital,G.-F.-A.de)
洛津斯基(Лозинский,С. М.)
洛卡费勒(Rockafellar,R.T.)
洛伦兹(Lorentz,H.A.)

M

马蒂厄(Mathieu,É.L.)
马蒂内(Martinet,J.)
马丁(Martin,R.H.)
马丁(Martin,R.S.)
马尔格朗热(Malgrange,B.)
马尔金(Malkin,I.G.)
马尔可夫(Марков,А. А.)
马尔可夫的兄弟(Марков,В. А.)
马尔姆奎斯特(Malmquist,J.)
马柯罗夫(Макаров)
马克仙(Mcshane,E.J.)
马肯厚普(Muckenhoupt,R.L.)
马勒特(Mallat,S.)
马钦凯维奇(Marcinkiewicz,J.)
马芮(Mané,R.)
马梯尔(Martio,O.)
马依尔(Майер,А. Г.)
马志明(Ma Zhiming)
马祖尔(Mazur,B.)
马祖尔(Mazur,S.)
马祖尔克维奇(Mazurkiewicz,S.)
迈克尔(Michael,E.)
迈耶(Meyer,W.)
迈耶(Meyer,P.A.)
迈耶(Meyer,Y.)
麦基恩(Mckean,H.P.)
麦金(Mckean,H.P.)
麦克缪伦(McMullen,C.)
麦克斯韦(Maxwell,J.C.)
曼德尔勃罗伊(Mandelbrojt,S.)
芒德布罗(Mandelbrot,B.)
冒鑫(Mawhin,J.)
梅恩德瑞(MeAndrew,M.H.)
梅尔捷良(Мергелян,С. Н.)
梅尼绍夫(Меньшов,Д. Е.)
梅耶(Meyer,R.)
梅约(Meier,H.G.)
门杰(Menger,K.)
蒙日(Monge,G.)
蒙泰尔(Montel,P.A.)
米尔曼(Мильман,Д. П.)
米尔诺(Milnor,J.W.)
米赫林(Михлин,С. Г.)
米塔-列夫勒(Mittag-Leffler,(M.)G.)
米歇尔(Michal,A.D.)
米约维奇(Misiurewicz,M.)
闵科夫斯基(Minkowski,H.)
明洛斯(Минлос,Р. А.)
莫尔斯(Morse,H.M.)
莫莱特(Morlet,J.)
莫里奥(Moreau,J.J.)
莫利(Morry,C.B.)
莫罗(Moreau,J.J.)
莫佩蒂(Maupertuis,P.-L.M.de,)
莫泽(Moser,J.K.)
默里(Murray,F.J.)
穆尔(Moore,R.E.)
穆斯赫利什维利(Мусхелишвили,Н. И.)

N

纳德勒(Nadler,S.B.)
纳尔逊(Nelson,E.)
纳赫宾(Nachbin,L.)
纳什(Nash,J.F.)
纳维(Navier,(C.-L.-M.-H.))
奈玛克(Наймарк,М. А.)
奈望林纳(Nevanlinna,R.)
尼科迪姆(Nikodym,O.M.)
尼科利斯基(Никольский,С. М.)
尼伦伯格(Nirenberg,L.)
尼西乌拉(Nishiura,T.)
涅梅茨基(Немыцкий,В. В.)
牛顿(Newton,I.)
牛顿(Newton,H.A.)

纽曼(Neuman,D. J.)
诺盖(Norguet,F.)
诺特(Noether,(A.)E.)
诺特(Noether,F.)
诺伊曼(Neumann,C. G.)

O

欧几里得(Euclid)
欧拉(Euler,L.)

P

帕德(Padé,H.)
帕莱斯(Palais,R. S.)
帕塞瓦尔(Parseval,C. M.-A.)
庞加莱(Poincaré,(J.-)H.)
庞特里亚金(Понтрягин,Л. С.)
陪尔钦斯基(Pelczyński,A.)
培根(Bacon,R.)
佩出里逊(Petryshyn,W. V.)
佩德森(Pederson,R.)
佩蒂斯(Pettis,P. B. J.)
佩克索托(Peixoto,M.)
佩利(Paley,R. E. A. C.)
佩龙(Perron,O.)
佩亚诺(Peano,G.)
皮卡(Picard,(C.-)É.)
皮锐(Peetre,J.)
皮特里(Peetre,J.)
皮特森(Petersen,K.)
皮尤夫(Pugh,C.)
普拉托(Plateau,J. A. F.)
普朗克(Planck,M.)
普李斯(Plis,A.)
普罗科波维奇(Prokopovich,G. S.)
普塔克(Ptak,V.)

Q

齐平(Zippin,M.)
恰普雷金(Чаплыгин,С. А.)
切比雪夫(Чебышев,П. Л.)
秦元勋(Qin Yuanxun)
琼斯(Jones,P.)

R

韧格罗斯(Ringrose,J. R.)
茹科夫斯基(Жуковский,Н. Е.)
茹利亚(Julia,G. M.)
儒尔内(Journé,J. L.)
若尔当(Jordan,M. E. C.)

S

撒布(Shub,M.)
萨多夫斯基(Sadovskii,B. N.)
萨弗诺夫(Safonov,M. V.)
萨克斯(Saks,S.)
萨廖(Sario,L. R.)
萨鲁斯(Sarrus,P. F.)
塞尔(Serre,J. P.)
塞尔伯格(Selberg,A.)
塞弗特(Seifert,G.)
塞戈尔-巴鲁查-拉德(Sehgal,V. M. Bharucha,A. T.-Reid)
赛格(Szegö,G.)
桑德拉塞卡尔(Chandrasekher,S.)
瑟斯顿(Thurston,W.)
沙可夫斯基(Sarkovskii,A. N.)
沙利文(Sullivan,D. P.)
绍德尔(Schauder,J. P.)
绍凯(Choquet,G.)
施蒂费尔(Stiefel,E. L.)
施密特(Schmidt,E.)
施耐尔(Schreier)
施尼雷尔曼(Шнирельман,Л. Г.)
施泰因梅茨(Steinmetz,N.)
施坦(Stein,E. M.)
施坦豪斯(Steinhaus,H. D.)
施托尔茨(Stolz,O.)
施瓦兹(Schwarz,A. J.)
施瓦兹(Schwarz,H. A.)
施瓦兹(Schwarz,L.)
施瓦克(Švarc,A. S.)
施维则(Schweizer,B.)
施依佛(Scheeffer,L.)
史密斯(Smith,K. T.)
史松龄(Shi Songling)
斯各洛霍特(Скороход,А. В.)
斯捷奇金(Стечкин,С. Б.)
斯克拉(Sklar,A.)
斯来辛格(Shlesinger,M. F.)
斯梅尔(Smale,S.)
斯米尔诺夫(Смирнов,В. И.)
斯穆良(Šmulian,V.)
斯特凡(Stefan,P.)
斯特林(Stirling,J.)
斯特鲁克(Stroock,D. W.)
斯廷罗德(Steenrod,N. E.)
斯通(Stone,M. H.)
斯图鲁弗(Struve,K. H.)
斯图姆(Sturm,J. C.-F.)
斯托克斯(Stokes,G. G.)
斯托拉德(Stallard,G. M.)
苏斯林(Суслин,М. Я.)
索伯列夫(Соболев,С. Л.)

T

塔尔斯基(Tarski,A.)
泰勒(Taylor,J. C.)
泰希米勒(Teichmüller,O.)
汤姆森(Thomson,W.)
陶茨(Tautz,G.)
特雷夫茨(Trefftz,E. I.)

特里贝尔(Triebel)
特里科米(Tricomi,F. G.)
特曼(Teman,R.)
特普利茨(Toeplitz,O.)
桐哈姆(Dunham,C. B.)
土奇亚(Tukia,P.)
托格莱茵(Terglane,N.)
托玛(Thomae,L. J.)
托姆(Thom,R.)

W

瓦尔德(Wald,A.)
瓦尔德(Ward,A. J.)
瓦莱·普桑(Vallée-Poussin,C. de la)
瓦利隆(Valiron,G.)
瓦特伯尔格(Wattenberg,F.)
瓦特曼(Waterman,D.)
外尔(Weyl,(C. H.)H.)
王明淑(Wang Mingshu)
威廉姆(Williams,R. F.)
威伦姆(Willem,M.)
威曼(Wiman,A.)
韦独新(Vidossieh,G.)
韦夸(Векуа,И. И.)
韦塞尔(Wessel,C.)
韦斯(Weiss,G.)
韦伊(Weil,A.)
维布伦(Veblen,O.)
维纳(Wiener,N.)
维塔克(Wittaker,J. M.)
维塔利(Vitali,G.)
外尔斯特拉斯(Weierstrass,K. (T. W.))
翁特伯格(Unterberger,A.)
沃尔什(Walsh,J. L.)
沃尔泰拉(Volterra,V.)
沃利斯(Wallis,J.)
乌雷松(Урысон,П. С.)
乌利希(Ullricn,E.)
吴文俊(Wu Wen-Chun)

X

西格尔(Siegel,C. L.)
西奈(Sinai,J. G.)
希策布鲁赫(Hirzebruch,F. E. P.)
希尔(Hille,(C.)E.)
希尔(Hill,G. W.)
希尔伯特(Hilbert,D.)
希尔米(Хильми,Г. Ф.)
席费尔(Schiffer,M. M.)
席夫(Schief,A.)
小平邦彦(Kodaira,Kunihiko)
肖特基(Schottky,F. H.)
谢尔品斯基(Sierpiński,W.)
谢庭藩(Xie Tingfan)
辛格(Singer,I. M.)
辛穆年科(Simonenko,I. B.)
辛钦(Henkin,G. M.)
欣布罗特(Shinbrot,M.)
许凯(Chaquet,N.)

Y

雅各布第一·伯努利(Bernoulli,Jacob Ⅰ)
雅可比(Jacobi,C. G. J.)
亚当斯(Adams,D. R.)
亚可(Yarko)
亚历克西茨(Alexits,G.)
亚历山德罗夫(Александров,П. С.)
延森(Jensen,J. L. W. V.)
杨(Yang,C. T.)
杨(Young,G. C.)
杨德贵(Yang Degui)
杨重骏(Yang,C. C.)
叶戈罗夫(Егоров,Д. Ф.)
叶彦谦(Ye Yanqian)
伊里亚申科(Ильяшенко,Ю. С.)
伊滕清(Kiyosi,I.)
依廖申科(Il'yashenko. Yu. S.)
约翰(John,F.)
约翰第一·伯努利(Bernoulli,Johann Ⅰ)
约翰逊(Johnson,G. G.)
约考兹(Yoccoz,J. C.)
约克(Yorke,J. A.)

Z

赞格蒙(Zygmund,A.)
泽康(Zakon,E.)
扎弗里里(Tzafriri,L.)
扎雷姆巴(Zaremba,S.)
詹姆斯(James,R. C.)
张芷芬(Zhang Zhifen)
中井三留(Nakai,M.)
钟开莱(Zhong Kailai)
周建莹(Zhou Jianying)

后　　记

十八载坎坷跋涉，千余人魂牵梦萦，这部涵盖现代数学科学体系的大型工具书——《数学辞海》终于杀青付梓了，释负之余感慨良多。

上世纪80年代中期，随着国家改革开放的深入，华夏盛世初显，我们这些数学工作者深感教学与科研急需，且人过中年应有所建树以无愧人生，于是决意编纂一部大型数学工具书，以振兴祖国数学事业，为中华民族争光。当《数学辞海》的选题一经提出，便在国内外数学界赢得热烈反响，特别是得到了前辈名家的亲切关怀和积极支持。又经广泛调研、民主磋商和反复论证，一部集古今中外数学成就于一体的《数学辞海》总体设计方案被确定下来，我们从此踏上了始料不及的艰难历程。

立意之初，我们考虑到国家百业待兴，财力紧缺，准备不靠国家拨款，自筹资金完成这项系统工程，闯一条民间编纂大型工具书的新路。为搞好编纂工作，特地组成了民间机构——数学辞海编辑委员会及其常设联络办事机构：数学辞海编辑部，并得到国家教育部、山西省教育厅、山西省新闻出版局和山西省教育学院（现与山西大学师范学院、太原师专合并为太原师范学院）等有关部门的认可。撰稿初期，由于有200余所院校及科研单位几代数学工作者的热情支持和积极参与，进展尚属顺利，但随着工程的进展，要在全国范围内(包括港、台地区)的1500多名专家、教授之间联系落实撰稿、统稿、审稿、改稿、编辑、校对等工作，再加上绝大多数的专家、教授是利用业余时间完成以上工作的，缺乏资金来源和专业的工作人员等困难，使之民间组织的数学辞海编辑部实在不堪重负。为解决编辑活动经费，编辑部的一些人几度成为当代“武训”，四处奔走，多方求助。就这样，编辑部仍经常处在邮资、通讯和差旅费难以支付的境地。

在经历了“九九八十一难”之后，在《数学辞海》终于诞生的今天，我们深深感谢社会各界及国内外有识之士给予的慷慨捐助，特别是山西省人民政府的资助；深深感谢山西教育出版社、东南大学出版社、中国科学技术出版社和北京大学出版社给予的关键性支持。我们也不能忘记那些给我们送来100元、500元、1000元……的捐助者，当然更要告诉读者的是：如果您感到此书对您稍有帮助的话，请不要忘记这1000多名数学工作者是不计报酬、不讲条件地编纂这部工具书的，他们当中还有很多人把自己的工资捐献给编辑部，以确保数学辞海编辑部的工作不致中断。还有一些专家、教授，历经数年，甚至十几年苦心修典，往往一天伏案十五六个小时，终于积劳成疾，竟然没有亲眼看到《数学辞海》面世，就不无遗憾地离开了我们。听着他们临终遗言：“一定要尽快出版中国的《数学辞海》”，更增添了我们的一份紧迫感和责任感。

具有悠久历史的中华民族，对世界数学发展的杰出贡献，长期为世人瞩目，虽经中落，但中国当代数学科学又有了重大的进步。我们相信：在国家“科教兴国”方针指引下，中国必将再度成为数学大国，深望《数学辞海》能为实现这一宏伟目标略尽微薄之力。

《数学辞海》第一版即将面世之时，一种不名的恐惧萦绕心头，它的质量能获得读者的认可吗？能达到立意之初衷吗？希望广大读者在发现此书的种种问题时，不吝赐教。待我们稍稍喘息之后，将再邀请一批专家、教授对其进行修订，使之进一步充实提高，以期终臻完善。

数学辞海编辑部

2002年7月8日

《数学辞海》编辑部

顾　　问	王　昕	王云龙	王尚义	王济民	王梦奎	牛仁亮
	母继福	邢存拴	刘泽民	刘振华	齐宝群	毕怀恕
	安焕晓	李才旺	李守清	李思慎	李修仁	李梦醒
	杜五安	吴达才	吴家骧	宋玉岫	宋守鹏	张　奎
	张成德	陈　铭	陈茂林	范堆相	周治华	赵劲夫
	胡富国	贾鸿鸣	郭国太	韩　英	温泽先	谢洪涛
	靳承序	蔡佩仪	裴丽生	谯清泰	薛　军	
名誉主任	张　奎					
主　　任	何思谦					
副 主 任	王潮波	刘京生	刘瀚温	张鲁明	赵奋天	解光琪
成　　员	马尚文	王玲玲	王富祥	叶　红	冯宏章	刘增寿
	张效骞	武乃英	林耀武	尚志斌	罗　军	赵　敏
特邀专家	马国选	王怀安	王和宽	左铨如	卢景波	田范基
	吕永臣	朱元森	庄亚栋	刘增贤	米道生	孙宗明
	李泽民	李顺良	杨子胥	杨改锋	杨林生	杨家荣
	吴灵之	应制夷	汪　林	沈复兴	张效骞	张毓新
	陈国勋	林大玉	胡炳生	秦化淑	顾松麒	徐源富
	郭卫中	剡俊华	萧明华	常心怡	阎崇正	董雨滋
	蒋星耀	谢文泉	裘光明	薛志文	魏鸿增	
特邀编辑	丁鹤龄	王明舟	王　艳	文小西	邢如云	孙　晔
	吴兆金	何瑞珠	张小萍	张爱和	陈生友	郑洪深
	胡乃冏	段　方	俞茵茵	贾宝珍	徐润炎	高存明
	郭永康	郭思旭				
录　　排	尹　娜	李春艳	邢玉萍			
制　　图	邢如云	陈兰香	赵　敏			
索　　引	苏立武	何　萱	张　刚			
宣传策划	刘瀚温	张效骞	罗　军			

（以上署名均以姓名首字笔画为序）